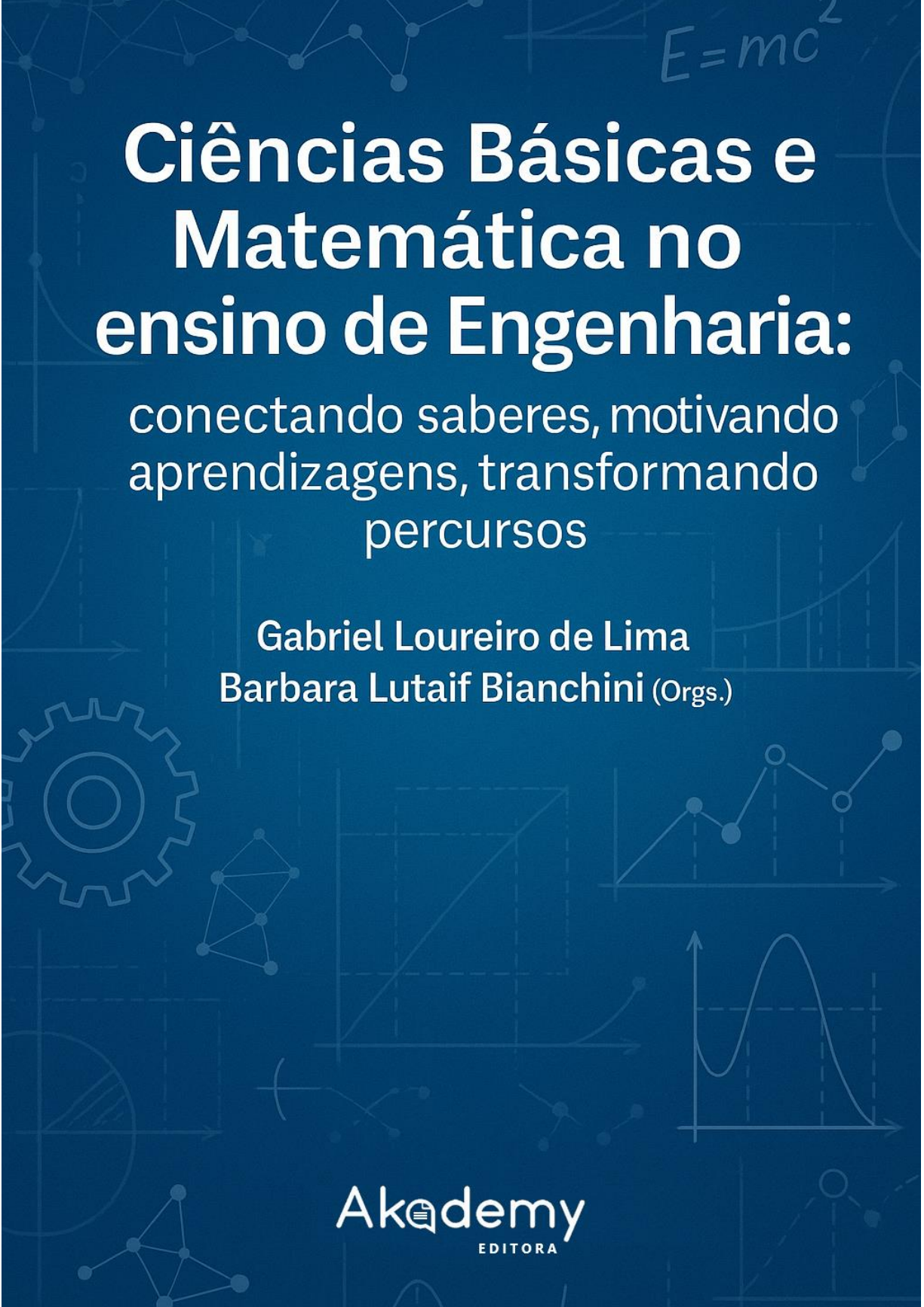




Ciências Básicas e Matemática no ensino de Engenharia:

conectando saberes, motivando aprendizagens, transformando percursos

Gabriel Loureiro de Lima
Barbara Lutaif Bianchini (Orgs.)

Ak^{ad}emy
EDITORA

**Ciências Básicas e Matemática no
ensino de Engenharia:
conectando saberes, motivando
aprendizagens, transformando
percursos**

Gabriel Loureiro de Lima
Barbara Lutaif Bianchini (Orgs.)

**Ciências Básicas e Matemática no
ensino de Engenharia:
conectando saberes, motivando
aprendizagens, transformando
percursos**

Akademy
EDITORA
2025

Copyright © 2025 Editora Akademy
Editor-chefe: Celso Ribeiro Campos
Diagramação e capa: Editora Akademy
Revisão: Editora Akademy

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

L732c

Lima, Gabriel Loureiro de; Bianchini, Barbara Lutaif
(organizadores). Ciências Básicas e Matemática no
ensino de Engenharia: conectando saberes,
motivando aprendizagens, transformando percursos
São Paulo: Editora Akademy, 2025.

Vários autores

ISBN 978-65-80008-64-3

1. Matemática 2. Engenharia 3. Ciências Básicas 4.
Educação I. Título

CDD: 620

Índice para catálogo sistemático:
1. Engenharia 620

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida
por qualquer meio sem a prévia autorização da Editora Akademy.

A violação dos direitos autorais é crime estabelecido na Lei n. 9.610/98 e punido pelo
artigo 184 do Código Penal.

Os autores e a editora empenharam-se para citar adequadamente e dar o devido crédito a
todos os detentores dos direitos autorais de qualquer material utilizado neste livro,
dispondo-se a possíveis acertos caso, inadvertidamente, a identificação de algum deles
tenha sido omitida.

Editora Akademy – São Paulo, SP

Corpo editorial

Alessandra Mollo (UNIFESP-CETRUS)
Ana Hutz (PUC-SP)
Ana Lucia Manrique (PUC-SP)
André Galbardo Fernandes (UNIP)
Andréa Pavan Perin (FATEC)
Antonio Correa de Lacerda (PUC-SP)
Aurélio Hess (FOC)
Camila Bernardes de Souza (UNIFESP/EORTC/WHO)
Carlos Ricardo Biji (FATEC)
Cassio Cristiano Giordano (FURG)
Cileda Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP)
Claudio Rafael Biji (PUC-SP)
Daniel José Machado (PUC-SP)
Fernanda Sevarolli Creston Faria Kistemann (UFJF)
Francisco Carlos Gomes (PUC-SP)
Freda M. D. Vasse (Groningen/HOLANDA)
Heloisa de Sá Nobrega (ECA/USP)
Ivy Judensnaider (UNICAMP)
Jayr Figueiredo de Oliveira (FATEC)
José Nicolau Pompeo (PUC-SP)
Marcelo José Ranieri Cardoso (PUC-SP)
Marco Aurelio Kistemann Junior (UFJF)
María Cristina Kanobel (UTN – ARGENTINA)
Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki (UNESP)
Mario Mollo Neto (UNESP)
Mauro Maia Laruccia (PUC-SP)
Michael Adelowotan (University of JOHANNESBURG)
Océlio de Jesus Carneiro Moraes (UNAMA)
Paula Gonçalves Sauer (ESPM)
Roberta Soares da Silva (PUC-SP)
Tankiso Moloi (University of JOHANNESBURG)

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas ad hoc.

Sumário

Prefácio	07
Apresentação	09
1- A criação do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia e as ações realizadas por este coletivo entre 2017 e 2024	11
2- Ideias inspiradoras na Educação em Engenharia: práticas realizadas nos semestres iniciais	32
3- Uma abordagem para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral contemplando circuitos elétricos	55
4- Modelagem do nível de um tanque: um estudo interdisciplinar	69
5- Estrutura estaiada: uma articulação entre Engenharia, Física e Matemática em uma abordagem contextualizada	91
6- Problema dos pórticos – interfaces entre a Engenharia Civil, as Ciências Básicas e a Matemática	110
7- Interfaces entre a Engenharia Civil e a Matemática via problema dos pórticos: duas propostas de materiais didáticos	127
Informações sobre os autores	158

Prefácio

Caríssimos leitores

É com enorme prazer que convidamos professores das mais diversas áreas dos cursos de Engenharia a conhecerem o material apresentado neste livro. Ele é fruto das produções realizadas no âmbito do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia (GT-CbME), vinculado à Associação Brasileira de Educação em Engenharia (ABENGE).

O GT-CbME foi criado, podemos dizer assim, pelo reconhecimento da ABENGE da necessidade de se ter um espaço de diálogo entre os professores de diversas instituições de ensino de Engenharia do país, que ministram disciplinas das áreas específicas dos cursos e aqueles que ministram as disciplinas das áreas de Ciências e Matemática nesses cursos, na expectativa de promover discussões qualificadas acerca dos desafios acenados por estes docentes no que tange ao ensino de Ciências Básica e Matemática, e a partir deste diálogo encontrar rotas para qualificar o ensino dos cursos de Engenharia.

A criação do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia (GT-CbME) foi proposta no XLIV do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE 2016) e efetivada no XLV do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE 2017), com a realização do primeiro encontro presencial. Este encontro reuniu engenheiros de diferentes habilitações (Elétrica, Química, Civil, Produção etc.) que atuam como docentes em cursos de Engenharia, além de professores que não são engenheiros, mas que lecionam disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática em cursos de Engenharia.

Desde então o COBENGE, principal fórum de discussão dos processos de ensino e de aprendizagem em cursos de Engenharia no contexto nacional, organizado desde 1973 pela ABENGE, tem sido o lócus dos encontros presenciais do GT. E não poderia ser diferente, uma vez que o COBENGE tem participação ativa na discussão e elaboração das Diretrizes Curriculares de Engenharia no Brasil, e juntamente com a ABENGE desenvolve ações para influenciar políticas educacionais e garantir que as Diretrizes Curriculares sejam adequadas às necessidades atuais da sociedade e do mercado de trabalho.

Nos cinco primeiros anos de atuação o GT-CbME estabeleceu como meta conduzir os trabalhos no sentido de identificar os principais desafios para qualificar o ensino das Ciências Básicas e Matemática nos cursos de Engenharia, à luz do que vinha sendo sinalizado pelas discussões realizadas nos COBENGES, para atualização das Novas Diretrizes Curriculares Nacionais dos cursos de Engenharia publicadas em 2019.

Neste livro, apresentam-se uma detalhada linha do tempo, discorrendo sobre as ações realizadas pelo GT, marcadas pelo período desafiador da pandemia, e do pós-pandemia, bem como as conquistas e produções deste coletivo desde a sua criação.

A publicação desse material é uma forma de agradecer à ABENGE pela criação do GT-CbME e pelo reconhecimento do trabalho realizado até então. De outra parte, configura-se como uma possibilidade concreta de outros professores dos cursos de Engenharia, em especial os que lecionam disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática, terem acesso às discussões realizadas no âmbito do GT, bem como às produções realizadas por este coletivo.

Por fim, a organização e concretização da publicação deste material reflete o qualificado e comprometido trabalho que o professor Gabriel Loureiro de Lima, um dos idealizadores do Grupo de Trabalho, vem realizando junto ao GT-CbME, estando à frente da coordenação desde o início das atividades. Mas também reflete o comprometimento de um coletivo de professores que participaram e participam do GT desde 2017. Sem a participação destes professores o GT-CbME não passaria de uma idealização. Muito obrigada!

Profª. Dra. Simone Leal Schwertl
Universidade Regional de Blumenau (FURB)
Coordenadora do GT-CbME de 2017 a 2020
Blumenau, SC, julho de 2025

Apresentação

A presente obra, composta por sete capítulos, é fruto das ações realizadas pelo GT-CbME especificamente nos anos de 2018 e 2019. Cada um dos capítulos que a integram é uma versão revisada e, em alguns casos, ampliada, daqueles textos que foram produzidos especialmente para as reuniões do GT ocorridas nestes dois anos mencionados. Por questões alheias à nossa vontade, nem todos os autores puderam participar deste livro, mas nele estão presentes cinco das sete produções realizadas em 2018 e a única produção de 2019 realizada com base no texto dos mesmos autores no ano anterior, na qual apresentam-se propostas de materiais didáticos decorrentes do problema originalmente proposto.

No capítulo 1, *A Criação do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia e as Ações Realizadas por este Coletivo entre 2017 e 2024*, é apresentada uma retrospectiva histórica da criação Grupo no âmbito da Associação Brasileira de Educação em Engenharia (ABENGE), explicitando as razões que motivaram a sua proposição, os objetivos e metas inicialmente estabelecidos e as ações realizadas pelo coletivo em seus primeiros oito anos de atuação.

No capítulo 2, intitulado *Ideias Inspiradoras na Educação em Engenharia: práticas realizadas nos semestres iniciais* é apresentado um estudo de caso realizado entre 2016 e 2018, na Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT), nos semestres iniciais do curso de Engenharia Civil. Analisam-se as atividades realizadas pelos estudantes e discutem-se o planejamento e a execução de práticas pedagógicas interdisciplinares envolvendo as disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática e as disciplinas específicas do mencionado curso.

No capítulo 3, cujo título é *Uma abordagem para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral contemplando circuitos elétricos*, o objetivo dos autores é apresentar uma forma de abordar conceitos envolvidos na modelagem e solução de circuitos elétricos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, a fim de, por meio da contextualização, explicitar aos estudantes do núcleo comum do curso de Engenharia Elétrica a importância desta disciplina.

No capítulo 4, *Modelagem do Nível de um Tanque: um estudo interdisciplinar*, os autores apresentam uma sequência didática, construída a partir de um problema clássico da Engenharia Química, planejada por três professores de cursos de Engenharia, sendo um professor da disciplina de Modelagem de Processos Químicos e duas professoras de disciplinas de Matemática para a Engenharia.

No capítulo 5, nomeado *Estrutura Estaiada: uma articulação entre Engenharia, Física e Matemática em uma abordagem contextualizada*, o objetivo é apresentar e discutir um problema relacionado a estruturas estaiadas que oportuniza diálogos entre as três áreas citadas em diferentes níveis de profundidade e momentos da formação do futuro engenheiro.

O capítulo 6, cujo título é *Problema dos Pórticos – interfaces entre a Engenharia civil, as Ciências Básicas e a Matemática*, tem por objetivo, a partir de um problema cuja proposta e solução foi apresentada por duas engenheiras civis que também são autoras do capítulo, evidenciar os conceitos matemáticos e físicos presentes em tal contexto, ilustrar possibilidades de vinculação entre esse problema e a Química, refletir a respeito das adaptações necessárias para a utilização em sala de aula e sobre os objetivos e potencialidades desse uso no que tange ao ensino e à aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática.

Por fim, no capítulo 7, denominado *Interfaces entre a Engenharia Civil e a Matemática via Problema dos Pórticos: duas propostas de materiais didáticos*, o objetivo é, a partir do problema explicitado no capítulo 6, apresentar detalhadamente duas propostas de organizações didáticas elaboradas pelos autores no intuito de utilizá-lo em uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral ou em uma disciplina cujo principal objetivo seja trabalhar com Equações Diferenciais Ordinárias. Além disso, após a apresentação dos materiais, os autores propõem uma sugestão de estratégia didático-pedagógica para suas implementações e finalizam o capítulo tecendo algumas considerações acerca do processo de elaboração desses materiais e da implementação de um deles.

Esperamos que a leitura seja agradável e proveitosa. Que novas ações estabelecendo vínculos entre as Ciências Básicas, a Matemática e as áreas específicas da Engenharia possam ser inspiradas por esta obra. Boa leitura!

Gabriel Loureiro de Lima
Barbara Lutaif Bianchini (Orgs.)

Capítulo 1

A criação do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia e as ações realizadas por este coletivo entre 2017 e 2024

*Gabriel Loureiro de Lima¹
Juliana Martins Philot²
Simone Leal Schwertl³
Barbara Lutaif Bianchini⁴*

Neste capítulo, apresentamos uma breve retrospectiva histórica da criação do Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia (GT-CbME) no âmbito da Associação Brasileira de Educação em Engenharia (ABENGE), explicitando as razões que motivaram a sua proposição, os objetivos e metas inicialmente estabelecidos e as ações realizadas pelo coletivo constituído em seus primeiros anos de atuação, contemplando o período de 2017 a 2024.

A criação do GT-CbME e as ações desenvolvidas pelo Grupo entre 2017 e 2024

O GT-CbME nasceu de um anseio de professores e pesquisadores, frequentadores das diversas edições do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE), engajados em estudos e reflexões sobre os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e das demais ciências que constituem a formação básica de um engenheiro.

¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP e Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. gllima@pucsp.br

² Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. juliana.philot@pucsp.br

³ Fundação Universidade Regional de Blumenau – FURB. silealschwertl@gmail.com

⁴ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. barbara@pucsp.br

Tal necessidade evidenciou-se, primeiramente, no seio do Grupo de Trabalho de Aprendizagem Ativa, GT pioneiro na ABENGE e originário do COBENGE. Reflexões oportunizadas por este Grupo explicitaram a demanda pela criação de um GT específico, que pudesse mobilizar estudos, debates e análises sobre a condução dos processos de ensino e de aprendizagem das Ciências Básicas e da Matemática nas diferentes habilitações de Engenharia, com vistas à produção coletiva e qualificada de conhecimento nesta seara.

Em um primeiro momento, refletir acerca de ações que pudessem auxiliar a minimizar a alta evasão nos primeiros semestres dos cursos de Engenharia consistiu-se como uma das necessidades mais latentes que justificavam a criação do novo GT, uma vez que, ainda hoje, a maioria das Instituições de Ensino Superior brasileiras que oferecem graduação em Engenharia têm seus cursos organizados de forma clássica, ou seja, com as disciplinas de conhecimento básico ofertadas nas primeiras fases do percurso formativo do futuro engenheiro. Nessa organização, as disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática configuram-se como as primeiras vivências universitárias dos ingressantes que, muitas vezes, acabam por ser responsabilizadas pelas desistências destes graduandos.

Percebeu-se, no entanto, que a necessidade de criação do GT-CbME ia além do enfrentamento de questões relacionadas à evasão. Os estudos e as discussões proporcionados pelas diversas edições do COBENGE tornavam cada vez mais clara a necessidade de – em âmbito nacional – criar-se condições para viabilizar, entre os professores das disciplinas básicas e específicas, um diálogo que permitisse elencar de forma pontual os problemas já vivenciados, discutir sobre eles, mas acima de tudo buscar coletivamente a construção de formas inovadoras para enfrentá-los, na perspectiva de construir conhecimentos que pudessem agregar, efetivamente, mais qualidade ao ensino das Ciências Básicas e da Matemática nos cursos de Engenharia do país.

A possibilidade concreta de criação do GT-CbME surgiu na 44ª edição do COBENGE, que foi realizada no ano de 2016 na cidade de Natal, estado do Rio Grande do Norte. Na ocasião, a Profa. Dra. Simone Leal Schwertl, da Fundação Universidade Regional de Blumenau (FURB) propôs uma sessão dirigida intitulada Como as instituições de ensino têm trabalhado as dificuldades de Matemática básica em tempos de Web 2.0? Na mesma ocasião, os professores doutores Gabriel Loureiro de Lima, na época vinculado somente à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), e Eloiza Gomes (docente do Instituto Mauá de Tecnologia), que já desenvolviam sólidas

pesquisas na área em questão, ratificaram junto à ABENGE a relevância de se constituir, na esfera da Associação, um Grupo de Trabalho que pudesse ser lócus de discussões acerca dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática e Ciências Básicas em cursos de Engenharia. Até aquele momento, vinculado à ABENGE havia somente o já mencionado Grupo de Trabalho de Aprendizagem Ativa, que fora criado em 2014.

Com o apoio da gestão da ABENGE, em 2017 a criação do GT-CbME é efetivada com o objetivo de promover discussões sobre o ensino e a aprendizagem das Ciências Básicas e Matemática nos cursos de Engenharia, tendo - na perspectiva de qualificar tais processos - como principal foco de atenção, oportunizar o diálogo entre os professores das áreas específicas e aqueles que ministram as disciplinas das áreas de Ciências e Matemática. No momento da criação do Grupo, foram nomeados como coordenadores os professores Simone Leal Schwertl e Gabriel Loureiro de Lima. A primeira reunião do GT-CbME ocorreu no dia 29 de setembro de 2017, durante a 45ª edição do COBENGE, realizada na cidade de Joinville, no estado de Santa Catarina.

Para os cinco primeiros anos de atuação do GT-CbME (2017-2021), estabeleceram-se as seguintes metas:

- levantamento dos desafios atuais para qualificar o ensino das Ciências Básicas e Matemática nos cursos de Engenharia, tendo em vista, especialmente, as novas Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Engenharia que, na época de criação do GT estavam em discussão e que, por meio da Resolução No 2, de 24 de abril de 2019, foram instituídas e passaram a ser paulatinamente implementadas pelas Instituições de Ensino Superior brasileiras;
- proposição de caminhos para enfrentar os desafios dimensionados pelo coletivo de participantes do GT-CbME.

Desde a criação do Grupo, seus integrantes têm-se reunido, uma vez ao ano, durante as edições do COBENGE. Essas reuniões são abertas a todos os participantes do supracitado congresso e a cada ano são propostos modos de trabalho diferentes visando enfrentar questões distintas.

Em 2017, na reunião inaugural do GT-CbME, que contou com 22 participantes, o foco foi reunir os inscritos no evento interessados nas temáticas relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática na Engenharia e, portanto, potenciais interessados em participar também das futuras atividades do GT. Objetivou-se obter um panorama a respeito de quais

regiões e, nestas quais instituições, estavam representadas naquele primeiro encontro. Observou-se então que havia, nesta reunião:

- 15 participantes da região Sudeste, representando a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), a Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG), a Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), a Universidade de São Paulo (USP), o Centro Universitário FEI, a Universidade Estadual Paulista (UNESP), o Instituto Mauá de Tecnologia (IMT), a Universidade Vila Velha (UVV), a Estácio, a Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) e a Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO);
- 5 participantes da região Sul, representando a Fundação Universitária de Blumenau (FURB), Universidade de Caxias do Sul (UCS), Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e Universidade Franciscana (UFN);
- 1 participante da região Nordeste, representando a Universidade Federal do Ceará (UFC);
- 1 participante da região Centro-Oeste, representando a Universidade do Estado do Mato Grosso (UNEMAT).

Também foi solicitado aos participantes, que indicassem as suas áreas de atuação nos cursos de Engenharia o que evidenciou, entre os presentes, a diversidade de áreas específicas que estavam sendo representadas nesta primeira reunião. Havia professores engenheiros de seis cursos distintos e um número significativo de docentes da área de Matemática, mas um número muito pequeno de professores de outras Ciências Básicas (dois da área de Estatística e dois de Química).

Desta forma, um dos desafios percebidos pela coordenação do GT neste encontro foi, de uma parte estimular maior participação de professores das regiões Centro-Oeste, Norte e Nordeste, mas, evidenciou-se, sobretudo, a necessidade de mobilizar a participação de um maior número de professores de uma gama mais ampla de Ciências Básicas, de maneira a trazer maior pluralidade aos trabalhos do Grupo. Ao final da reunião, decidiu-se solicitar à ABENGE a ampliar a duração da reunião do GT nas próximas edições do COBENGE, o que foi posteriormente acatado.

Também na edição de 2017 do COBENGE, um dos coordenadores do GT, o professor Gabriel Loureiro de Lima, em parceria com a Profa. Dra. Eloiza Gomes, do Instituto Mauá de Tecnologia, realizou uma Sessão Dirigida intitulada Contextualizando o ensino e a aprendizagem de Ciências Básicas e

Matemática na Engenharia. Esta contou com a participação, além dos proponentes, dos seguintes professores/pesquisadores: Adriana Pimenta de Figueiredo, Andréa Soares Bonifácio, Bruno Francisco Teixeira Simões e Heloisa Helena Albuquerque Borges Quaresma Gonçalves (filiais à Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro – UNIRIO); Bruna Cavagnoli Boff, Isolda Gianni de Lima, Ivete Ana Schmitz Booth, Laurete Teresinha Zanol Sauer e Valquíria Villas-Boas (filiais à Universidade de Caxias do Sul – UCS); Cassio Alves, Luiz Felipe Bortolato Machado, Mara Fernanda Parisoto e Mauricio Romani (filiais à Universidade Federal do Paraná – UFPR); Elenilton Vieira Godoy e Fábio Gerab (filiais ao Centro Universitario FEI); Alex Sandre Kilian (filiao à Universidade Estadual de Maringa – UEM); João Bosco Laudares (filiao à Pontificia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC Minas) e Saulo Furletti (filiao ao Instituto Federal de Minas Gerais – IFMG).

Como é de praxe na atividade Sessão Dirigida realizada durante as diferentes edições do COBENGE, os debates deram origem a um capítulo de um e-book, intitulado Formação Acadêmica e Atuação Profissional, Práticas Pedagógicas e Laboratórios Remotos, editado pela ABENGE e organizado pela professora Adriana Maria Tonini. Este e-book está disponível gratuitamente a todos os interessados e pode ser acessado por meio do link: <https://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/2/LivroSD2017.pdf>

O capítulo, com mesmo título da Sessão Dirigida, foi organizado em seções por meio das quais buscamos refletir a respeito dos principais pontos discutidos nos trabalhos apresentados durante a Sessão e nos debates que sucederam tais apresentações. Primeiramente, tecemos considerações gerais a respeito do ensino e da aprendizagem em cursos universitários na contemporaneidade, enfatizando, especificamente, as Ciências Básicas e a Matemática em cursos de Engenharia. Ressaltamos alguns discursos a serem superados e pontos consensuais a partir dos quais as ações devem ser propostas. Em seguida, trazemos reflexões relativas à contextualização das Ciências Básicas e da Matemática nas diferentes modalidades de Engenharia, destacando principalmente a necessidade de compreender as vinculações entre os conteúdos básicos, específicos e profissionalizantes, presentes nestes cursos. Então, destacamos, em uma seção posterior, a importância de reformulações curriculares e de reflexões referentes à formação dos professores que ministram disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática nas engenharias para que, efetivamente, o ensino possa ser reorientado no sentido de promover a contextualização do que está sendo trabalhado. No capítulo, apresentamos

também exemplos de propostas ou intervenções já realizadas pelos autores no que diz respeito às abordagens contextualizadas das Ciências Básicas e da Matemática, em diferentes modalidades de Engenharia. O capítulo é encerrado por meio da apresentação de alguns desafios a serem urgentemente enfrentados para que propostas envolvendo a contextualização das Ciências Básicas e da Matemática nas engenharias possam efetivamente deixar o plano das ideias e serem postas em prática nas operacionalizações dos projetos pedagógicos.

A segunda atividade do GT-CbME foi a reunião realizada no dia 06 de setembro de 2018, na cidade de Salvador, estado da Bahia, durante a 46ª edição do COBENGE. Foi uma reunião de 4h30min de duração e que contou com a participação de 41 professores.

A preparação para a segunda reunião partiu das contribuições dos participantes em 2017. Com o objetivo de fazer uma discussão mais substanciada no encontro de 2018, em março deste mesmo ano, a coordenação do GT lançou uma chamada aos presentes na reunião de 2017 para produção de textos que serviriam como propulsores para as discussões a serem realizadas durante a reunião do Grupo em Salvador. Nessa chamada interna, solicitava-se aos autores que produzissem textos nos quais fossem apresentados diálogos entre a área específica de um curso de Engenharia e as Ciências Básicas e Matemática (CbM).

Os textos deveriam ser produzidos em coautoria por professores engenheiros e docentes que lecionam CbM em cursos de Engenharia. Deveriam ser estruturados de forma que, primeiramente o(s) professores engenheiro(s) de cada grupo apresentassem, detalhadamente, um problema significativo ou clássico de sua área e a sua solução destacando os conceitos das Ciências Básicas e/ou da Matemática utilizados. Na sequência, os docentes das CbM deveriam propor reflexões a respeito do problema em questão no que tange aos conceitos da área básica utilizados; adaptações necessárias para utilização do problema em aula; objetivos de utilização do problema nas disciplinas básicas (CbM); eventuais divergências de linguagem; entre outros.

Como resposta à esta chamada para produção dos textos, a coordenação do GT recebeu sete produções, que desempenharam o papel de catalizadores para as discussões realizadas durante a reunião do Grupo em 2018.

Os textos produzidos, disponibilizados antecipadamente a todos os participantes da 46ª edição do COBENGE e exaustivamente discutidos durante a reunião do GT, envolveram as seguintes temáticas: a análise dinâmica de um pórtico; a dispersão de poluentes na atmosfera; a análise e o dimensionamento

de uma estrutura estaiada; a confecção de placas de concreto permeável e a execução in loco de pisos permeáveis no campus de uma universidade; a robótica como agente integrador de conhecimentos; a modelagem do nível de um tanque; e a modelagem e a solução de circuitos elétricos. As áreas básicas contempladas nas propostas foram: Matemática, Física, Química e Sociologia. A discussão relacionada à Sociologia foi provocada pelos autores do texto sobre a dispersão de poluentes na atmosfera, no qual havia debates acerca das variáveis humanas e sociais nos modelos Matemáticos aplicados à Engenharia.

Ao final da reunião, acatou-se a ideia de que, para a reunião do GT que seria realizada em 2019, os participantes autores em 2018 produzissem materiais didáticos a partir de seus textos e das discussões realizadas durante o debate. Decidiu-se, portanto, que a pauta do GT para 2019 seria a socialização dos materiais didáticos produzidos e das reflexões advindas desse processo de construção.

É importante ressaltar que com a estratégia de produção de textos direcionados às preocupações do GT, os coordenadores tinham como intenção fidelizar um conjunto de professores-autores que se encontrassem anualmente e, principalmente, com vistas a avançar no aprofundamento das temáticas elencadas pelo GT, tanto no que tange às reflexões quanto na materialização de produção de conhecimento.

Em razão do exposto, acordou-se que a pauta do GT para sua reunião durante a 47ª edição do COBENGE seria a socialização e discussão dos materiais didáticos produzidos a partir dos textos elaborados exclusivamente para a reunião do GT na edição anterior do supracitado congresso e das reflexões advindas desse processo de construção. Contudo, esse anseio não se materializou como se almejava, apesar de grande parte do coletivo de professores-autores dos textos discutidos em 2018 estar presente no encontro do GT em 2019. Apenas um grupo conseguiu efetivamente dar sequência na produção e desenvolver um material didático.

Diante deste cenário, os coordenadores retomaram uma proposta já sinalizada pelos membros do Grupo: analisar artigos publicados nos anais das diversas edições do COBENGE que tivessem potencial de contribuir com as reflexões realizadas até então. Assim, os coordenadores efetuaram uma busca nos anais das edições 2017, 2018 e 2019 e selecionaram seis artigos, contemplando, além de problemáticas específicas das áreas da Matemática, Biologia, Química e Física relacionadas ao ensino dos conteúdos destas áreas de conhecimento na formação do engenheiro, problemas específicos das

engenharias, para que se pudesse analisar o potencial destes problemas para serem trabalhados também nas disciplinas que abordam as Ciências Básicas e a Matemática. E, neste caso, identificar quais seriam as dificuldades encontradas pelos professores das áreas básicas para a efetiva utilização de tais problemas em suas aulas, e como estes poderiam ser adaptados para esse fim.

Os artigos selecionados subsidiaram as discussões do encontro do GT realizado em 2019 e que contou com a participação de 29 professores/pesquisadores. As reflexões foram organizadas em torno de duas questões centrais:

- Quais as contribuições trazidas pelos trabalhos analisados e discutidos para o ensino de Ciências Básicas e Matemática nas Engenharias?
- Como esses trabalhos, direta ou indiretamente, apontam caminhos para um ensino de Ciências Básicas e Matemática em consonância ao que é proposto nas novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para os cursos de Engenharia?

É um fato indiscutível que 2020 será um ano jamais esquecido na história da civilização contemporânea. Todas as áreas precisaram se reinventar diante dos desafios impostos pela pandemia desencadeada pelo vírus Covid-19. Não foi diferente na Educação, e nem em relação à ABENGE, no que tange especificamente à realização do COBENGE, o maior e mais importante fórum de discussão da Educação em Engenharia em nosso país. O mencionado evento, em sua 48ª edição, teve que ser adaptado para a modalidade online e, para não sobrecarregar a primeira edição do evento neste formato, a direção da ABENGE decidiu diminuir a carga horária do Congresso, e, para tanto, entre outros ajustes, solicitou aos coordenadores dos Grupos de Trabalho que organizassem, também de forma remota, eventos independentes do COBENGE para que fosse dado andamento às atividades de cada GT, sem deixar de considerar o momento de grandes desafios vivido por todas as instituições de ensino.

Diante desse novo contexto, a coordenação do GT-CbME optou por organizar dois eventos online: uma série de lives intitulada Ciências Básicas e Matemática na Engenharia: Diálogos Ibero-americanos, e um seminário, intitulado Ciências Básicas e Matemática na Engenharia e as novas Diretrizes Curriculares Nacionais.

As seis lives⁵ organizadas pelo GT tiveram uma hora de duração cada e foram realizadas nos meses de agosto e setembro de 2020. O evento permitiu reunir professores/pesquisadores de países da América Latina e da Península Ibérica envolvidos com os processos de ensino e de aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática. As lives foram sempre mediadas por um dos coordenadores do GT-CbME e mais um professor/pesquisador convidado (docentes da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e do Instituto Mauá de Tecnologia).

Na primeira live o foco se deu na apresentação do GT-CbME, como ele se constituiu, quais suas principais metas, as reflexões que têm sido feitas em seu âmbito, as demandas percebidas, estratégias para dar conta de algumas delas e, especialmente, posicionamentos do Grupo a respeito de duas questões centrais no ensino de Ciências Básicas e Matemática na Engenharia: o acolhimento dos ingressantes nesses cursos e o diálogo dos professores das áreas de Ciências Básicas e da Matemática com aqueles das áreas específicas das diferentes habilitações de Engenharia.

Nas outras cinco lives da série, para além de suas apresentações, os convidados foram orientados a uma breve contextualização acerca de como se dá o ensino de Ciências Básicas e Matemática nas instituições em que atuam. Além disso, foram solicitados a conduzirem suas falas durante a live sem perder de vista o foco do evento, ou seja, as suas impressões, advindas de pesquisas realizadas, reflexões pessoais ou experiências vivenciadas, acerca de questões relacionadas ao acolhimento dos ingressantes nos cursos de Engenharia, e ao diálogo entre os professores das áreas de Ciências Básicas e de Matemática e os das áreas específicas. As intervenções dos convidados foram intercaladas em blocos, sendo estes, por sua vez, sempre iniciados por uma das seguintes questões:

- Como se dá, nas instituições em que atuam, o acolhimento dos ingressantes nos cursos de Engenharia?
- Há atividades específicas nas disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática visando tal acolhimento, de forma a, simultaneamente, aprimorar a construção de conhecimentos das Ciências Básicas e da Matemática que já deveriam ser de domínio de todos os estudantes, e motivá-los já inserindo-os efetivamente na área da Engenharia?

⁵ https://www.youtube.com/playlist?list=PL99vyy3WwlvruC0busXRx96RRr_016V3i

- Como estabelecer, nas unidades curriculares que tratam das Ciências Básicas e da Matemática, um efetivo diálogo com as unidades curriculares específicas e profissionalizantes das diferentes habilitações de Engenharia?

Os convidados e os mediadores desta série de lives são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Convidados e mediadores das *lives*

Live	Convidados (Instituições)	Área do Convidado	Mediadores (Instituições)
1ª	Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau)	Matemática (coordenadora do GT-CbME)	Barbara Lutaif Bianchini (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)
	Gabriel Loureiro de Lima (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)	Matemática (coordenador do GT-CbME)	Eloiza Gomes (Instituto Mauá de Tecnologia)
2ª	Viviana Angélica Costa (Universidad Nacional de La Plata – Argentina)	Matemática	Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau)
	Carlos Rogério Cerqueira Júnior (Escola Superior de Engenharia e Gestão)	Química	Barbara Lutaif Bianchini (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)
3ª	Mariana Villagra Astudillo (Pontifícia Universidad Católica de Valparaíso – Chile)	Matemática	Gabriel Loureiro de Lima (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)
	Hugo Antonio Vilca Melendez (Faculdade de São Bernardo do Campo)	Química	Eloiza Gomes (Instituto Mauá de Tecnologia)
4ª	María Trigueros (Instituto Tecnológico Autônomo do México)	Matemática	Barbara Lutaif Bianchini (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)
	Mara Fernanda Parisoto (Universidade Federal do Paraná)	Física	Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau)
5ª	Luis Fernando Plaza Gálvez (Unidad Central del Valle del Cauca – Colômbia)	Matemática	Gabriel Loureiro de Lima (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)
	Francine Valenga (Pontifícia Universidade Católica do Paraná)	Bioquímica	Eloiza Gomes (Instituto Mauá de Tecnologia)
6ª	Deolinda Rasteiro (Instituto Superior de Engenharia de Coimbra – Portugal)	Matemática	Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau)
	Walter Antonio Bazzo (Universidade Federal de Santa Catarina)	Engenheiro Mecânico com doutorado em Educação	Gabriel Loureiro de Lima (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)

Fonte: elaborado pelos autores.

O segundo evento online, o seminário Ciências Básicas e Matemática na Engenharia e as novas Diretrizes Curriculares Nacionais⁶ foi realizado em duas tardes do mês de outubro de 2020. De certa forma, as lives que antecederam o evento contribuíram para aquecer as discussões realizadas no Seminário, e se constituíram como oportunidade deste segundo evento, bem como para estabelecer contato com os interessados na temática e, portanto, potenciais participantes do Seminário. Seu principal objetivo foi contribuir com as Instituições de Ensino Superior, por meio de reflexões desencadeadas pelo GT- CbME, no que tange à implementação das então novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a Graduação em Engenharia, especialmente no que diz respeito a dois aspectos:

- Como as ações pedagógicas desenvolvidas no âmbito das disciplinas que tratam das Ciências Básicas e da Matemática podem contribuir para o acolhimento dos ingressantes de forma a, simultaneamente, motivá-los desde o início de curso a desenvolver competências importantes para a constituição do perfil desejado do egresso, e, sobretudo, auxiliar na construção de conhecimentos das Ciências Básicas e da Matemática tão importantes para a formação de qualidade do futuro engenheiro ao longo de seu curso de graduação.
- Como estabelecer, desde o princípio do curso, nas unidades curriculares que tratam das Ciências Básicas e da Matemática, um efetivo diálogo com as unidades curriculares específicas e profissionalizantes das diferentes habilitações de Engenharia, de forma a contribuir, tanto para as metodologias desenvolvidas no âmbito das Ciências Básicas e da Matemática, quanto para o desenvolvimento de competências esperadas dos egressos sinalizadas pelas DCN?

Para alcançar os objetivos visados, foram organizadas duas tardes de discussão. A primeira delas teve a temática: *Experiências de diálogos entre professores de disciplinas básicas e específicas dos cursos de Engenharia*. Já a segunda tarde de debates teve como foco discutir acerca das *Contribuições de projetos de interação entre escolas de Engenharia e Educação Básica para a abordagem de Ciências Básicas e Matemática nos cursos de Engenharia*.

O primeiro dia do Seminário, com discussões que duraram 3 horas, teve a abertura a cargo do então presidente da ABENGE, Prof. Dr. Vanderli Fava de Oliveira, e contou com a participação dos autores que contribuíram com

⁶ <https://www.youtube.com/watch?v=AeMaM0qpmW0&t=5s>;
<https://www.youtube.com/watch?v=N7hRt0ZPWiq&t=1583s>

produções voltadas para o GT-CbME em 2018 e 2019. Estes foram convidados a retomarem suas produções e socializarem aspectos à luz das questões supracitadas, as quais incitaram reflexões articuladas às DCN no que tange às potencialidades da Ciências Básicas e Matemática para a qualificação da Educação em Engenharia.

O segundo dia do Seminário, também com 3 horas de duração, teve sua programação iniciada com a participação da Profa. Dra. Adriana Tonini, editora chefe da Revista da ABENGE, e diretora de Engenharias, Ciências Exatas, Humanas e Sociais do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Este segundo dia de debate teve como principais objetivos: (i) verificar o potencial do projeto de interação entre escolas de Engenharia e Educação Básica debatido para realização do diálogo entre as disciplinas básicas (Matemática, Física, Biologia, Química e outras) e disciplinas específicas, e entre os professores dessas áreas, com vistas às contribuições para o ensino de Ciências Básicas e Matemática nos dois níveis de ensino; (ii) identificar aprendizagens proporcionadas pelos projetos no que diz respeito ao acolhimento dos estudantes dos primeiros semestres dos cursos de Engenharia. Os participantes em cada um dos dias do Seminário são apresentados no Quadro 2.

Quadro 2: Convidados e mediadores dos dois dias de Seminário

Tarde/Tema	Convidados (Instituições)	Temática da participação	Mediadores (Instituições)
1ª/ Experiências de diálogos entre professores de disciplinas básicas e específicas dos cursos de Engenharia	Vanderli Fava de Oliveira (Presidente da Associação Brasileira de Educação em Engenharia – ABENGE)	Contribuições do GT-CbME para o ensino de Engenharia no contexto das novas DCN e expectativas/demandas para os trabalhos futuros do Grupo	Gabriel Loureiro de Lima (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e coordenador do GT-CbME) Eloiza Gomes (Instituto Mauá de Tecnologia)
	Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau)	Uma abordagem na disciplina de Cálculo contemplando Circuitos Elétricos	
	Marinez Cargnin-Stieler (Universidade do Estado de Mato Grosso) Elias Antunes dos Santos (Universidade do Estado de Mato Grosso)	Educação em Engenharia: uma aproximação necessária entre as Ciências Básicas e Matemática e os engenheiros	

	Laurete Zanol Sauer (Universidade de Caxias do Sul)	Modelagem do nível de um tanque: um estudo interdisciplinar	
	Stefane Layana Gaffuri (Universidade Tecnológica Federal do Paraná)	Variáveis sociais e humanas nos modelos matemáticos aplicados à Engenharia	
	Fábio Gerab (Centro Universitário FEI)	Estrutura estaiada: uma articulação entre Engenharia, Física e Matemática em uma abordagem contextualizada	
	Renato José de Moura (Universidade Federal de São Carlos)	A Robótica como agente integrador de diversos conhecimentos existentes em Geometria Analítica e Álgebra Linear	
	Barbara Lutaif Bianchini (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo)	Problema dos Pórticos – interfaces entre a Engenharia Civil, as Ciências Básicas e a Matemática	
2ª/ Contribuições de projetos de interação entre escolas de Engenharia e Educação Básica para a abordagem de Ciências Básicas e Matemática nos cursos de Engenharia	Adriana Maria Tonini (Diretora de Engenharias, Ciências Exatas, Humanas e Sociais do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq))	O incentivo dado pelo CNPq a projetos articulando Educação Básica e Engenharia	Gabriel Loureiro de Lima (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e coordenador do GT-CbME) Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau e coordenadora do GT-CbME)
	Kátia Simone Teixeira da Silva de la Salles (Universidade Federal do Maranhão)	Projeto Sarmينيا cientistas: estimulando meninas do Maranhão para as carreiras de exatas e tecnologia	
	Marcelle Alencar Urquiza (Universidade Federal de Roraima)	Robonáticas - Meninas apaixonadas por robótica	
	Lisiane dos Santos Freitas (Universidade Federal de Sergipe)	Energia e Meio Ambiente: Um	

		Estímulo para a inserção de meninas, jovens e adolescentes nas áreas de Ciências Exatas e Engenharias	
	Mara Fernanda Parisoto (Universidade Federal Tecnológica do Paraná)	Rocket Girls: Meninas na Astronomia e na Astronáutica	
	Laurete Zanol Sauer (Universidade de Caxias do Sul)	Encorajando meninas nas Ciências Exatas, Engenharias e Computação	
	Simone Leal Schwertl (Fundação Universidade Regional de Blumenau)	FURB e Educação Básica promovendo a curiosidade científica e tecnológica entre os jovens	

Fonte: elaborado pelos autores.

Ainda em 2020, os coordenadores do GT foram convidados para proferir uma palestra *online* para os professores e gestores dos cursos de Engenharia da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM). Nesta palestra, intitulada *Ciências Básicas à luz das novas DCN das engenharias*, além de ter sido apresentado aos participantes um breve histórico do GT-CbME e de suas atividades, foram discutidos alguns aspectos das DCN e foi dado um exemplo de estratégia de elaboração e de implementação de um currículo de Ciências Básicas e Matemática nas engenharias consonante às Diretrizes Curriculares Nacionais.

No final de 2020, houve uma mudança na coordenação do GT-CbME. A professora Simone Leal Schwertl, por razões pessoais, decidiu deixar a coordenação do Grupo, que passou a ser compartilhada por Gabriel Loureiro de Lima e pela Profª. Dra. Marília Rios de Paula, na época docente da Faculdade de Engenharia de Resende – Associação Educacional Dom Bosco (FER/AEDB).

Em 2021, novamente em razão da pandemia de Covid-19, a 49ª edição do COBENGE foi realizada de forma remota. No entanto, ao contrário do ocorrido em 2020, houve um espaço para uma reunião do GT-CbME na programação do evento. Nesta, foi debatida uma questão que, na época, em

razão do contexto mundial, inquietava os integrantes do Grupo: as dificuldades e impressões daqueles estudantes que, por ingressarem nos cursos de Engenharia durante a pandemia, estavam cursando as disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática no regime remoto. O foco desta discussão foi a identificação de entraves enfrentados por estudantes e professores neste cenário, mas também de possibilidades para minimizá-los.

Também durante esta reunião, foi feito o lançamento de uma chamada aberta para uma edição especial da revista científica *Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, editada pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) que reuniria artigos nacionais e internacionais abordando diferentes perspectivas, sob distintos pontos de vista, acerca do ensino e da aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática em cursos de Engenharia. Detalhes acerca desta publicação serão apresentados ao discorrermos sobre as atividades do grupo em 2022.

Ainda durante a 49ª edição do COBENGE, a coordenação do GT-CbME realizou uma Sessão Dirigida intitulada *O Novo Normal no Ensino de Ciências Básicas e Matemática na Engenharia: os caminhos abertos – e pedras neles reveladas – pelas experiências vivenciadas durante a pandemia de Covid-19*. Esta seção contou com a participação, além dos coordenadores, dos seguintes pesquisadores: Caio Marcello Felbinger Azevedo Cossú, Erick Santana Amancio, Gilnei Mendes e Gisele Américo (todos filiados à Universidade Estácio de Sá – UNESA Resende); Elias Antunes dos Santos e Marinez Cargnin-Stieler (filiados à Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT); Sérgio Camargo (filiado à Universidade Federal do Paraná – UFPR); Ieda Maria Gionglo, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt, Marli Teresinha Quartieri e Sônia Elisa Marchi Gonzatti (todas filiadas à Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES); Barbara Lutaif Bianchini (filiada à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP); Eloiza Gomes (filiada ao Instituto Mauá de Tecnologia – IMT) e Laurete Zanol Sauer (filiada à Universidade de Caxias do Sul – UCS).

Os debates ocorridos nesta Sessão Dirigida deram origem a um capítulo de um e-book, intitulado *Formação em Engenharia: Tecnologia, Inovação e Sustentabilidade*, editado pela ABENGE e organizado pelas professoras Adriana Maria Tonini e Tânia Regina Dias Silva Pereira. Este e-book está disponível gratuitamente a todos os interessados e pode ser acessado por meio do link:

https://www.abenge.org.br/cobenge/2021/arquivos/Livro_SD_2021_publicado.pdf

No capítulo decorrente da Sessão Dirigida, com mesmo título desta Sessão, objetivou-se explicitar elementos que forneçam subsídios para pensar em respostas para algumas questões emergentes relacionadas a este contexto no “novo normal”. O supracitado capítulo foi redigido a partir de textos elaborados por seus autores como catalizadores para reflexões, também incorporadas no capítulo, realizadas no espaço coletivo de debates em que se constituiu a Sessão Dirigida que o originou.

Tais reflexões estão diretamente relacionadas aos seguintes aspectos: (i) a adaptabilidade do corpo docente ao ser surpreendido pela pandemia e as ferramentas mais usadas para a continuidade das aulas a partir de então; (ii) a implementação de novas estratégias didáticas, contemplando a produção, tanto por professores quanto por estudantes, de diferentes tipos de materiais; (iii) as percepções de estudantes acerca das práticas de avaliação, a importância de feedback e as formas mais assertivas para realizá-lo; (iv) a internacionalização em casa como uma estratégia reforçada pela pandemia para o desenvolvimento de competências globais e interculturais dos estudantes, sem que necessitem sair de suas casas ou dos campi de suas Instituições de Ensino Superior (IES) de origem; e, finalmente, (iv) a necessidade de uma reflexão crítica sobre a relação existente entre as práticas pedagógicas de um docente e as suas concepções epistemológicas, ou seja, o que cada docente entende por: aprendizagem, como o ser humano aprende e como participa do processo de ensino visando a aprendizagem de seus estudantes.

Com as considerações tecidas ao longo deste capítulo, almejou-se apresentar o posicionamento e as preocupações de seus autores em relação às perspectivas que estes consideram fundamentais de serem debatidas na esfera dos processos de ensino e de aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática em cursos de Engenharia.

A última ação do GT-CbME no ano de 2021 foi a realização de uma palestra, em modalidade remota, proferida pelos coordenadores do GT (Gabriel Loureiro de Lima e Marília Rios de Paula), a convite da organização argentina *Educación Matemática en Carreras de Ingeniería* (EMCI)⁷. Nesta palestra, intitulada *Diálogo con el Grupo de Trabajo de Ciencias Básicas y Matemáticas en Ingeniería de la Asociación Brasileña de Educación en Ingeniería*, o objetivo foi, no intuito de estreitar os laços entre os dois coletivos, apresentar

⁷ <https://emci.edu.ar/>

aos integrantes da EMCI o GT-CbME, as atividades já realizadas e os seus projetos futuros.

O ano de 2022 iniciou-se com a publicação da edição especial da revista científica *Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática*. Esta edição, intitulada *Ensino de Ciências Básicas e Matemática* teve como editores convidados os coordenadores do GT-CbME e reuniu 8 artigos, contando com a participação de 25 pesquisadores, sendo 19 do Brasil, 4 do Chile, 1 da Colômbia e 1 da França. Fazem-se presentes nas investigações 13 diferentes instituições de ensino superior, das quais 7 são brasileiras, 4 chilenas, 1 colombiana e 1 francesa. Os artigos que compõem a mencionada edição têm os seguintes títulos:

- Teorema Fundamental do Cálculo: exigência cognitiva e limitações na aprendizagem das tarefas matemáticas;
- Abordagem contextualizada da Matemática na Engenharia sob a perspectiva das disfunções cognitivas;
- Mapas Conceituais: Instrumento de Avaliação da Aprendizagem Significativa de Estudantes de Engenharia na Disciplina de Pré-Cálculo;
- Integração da Educação STEM em aulas de Cálculo Diferencial e Integral: aspectos evidenciados em uma atividade de Modelagem Matemática;
- Articulación entre el ciclo de Modelización de Blomhøj y Espacios de Trabajo Matemático - análisis de una tarea en Educación Superior;
- Concepção de Objetos de Aprendizagem com Feedbacks para a Autorregulação da Aprendizagem de Conceitos Matemáticos Necessários para o Cálculo Diferencial e Integral;
- Enunciações de estudantes de Engenharia acerca da avaliação e seus papéis em disciplinas de Física e de Cálculo;
- Educação em Engenharia: práticas pedagógicas interdisciplinares na Engenharia Civil.

Conforme salientado no editorial da publicação, um aspecto importante de ser destacado é que, embora a chamada para os artigos que comporiam essa edição especial contemplasse possibilidades para reflexões acerca do ensino e da aprendizagem de outras Ciências Básicas em cursos de Engenharia, em seis dos oito artigos aprovados o foco está na Matemática. Em um dos trabalhos restantes discute-se a avaliação nas disciplinas de Matemática e de Física e em outro o foco está exclusivamente na Física. Nota-se, portanto, que das ciências

que constituem a base da Engenharia, as investigações apresentadas nesta edição especial consideram apenas duas delas como objetos de estudo: a Matemática e a Física. Este mesmo cenário tem sido observado nas reuniões do GT-CbME. Evidencia-se, portanto, nas discussões acerca do ensino e da aprendizagem na Engenharia, o engajamento de um número significativo de docentes e investigadores da área de Matemática, mas uma presença ainda bastante tímida de representantes de outras Ciências Básicas.

A atividade do GT na 50ª edição de COBENGE, realizada em 2022 novamente na modalidade remota, foi uma mesa-redonda, de 2 horas de duração e intitulada *Ensino de Ciências Básicas e Matemática na Engenharia via Projetos Interdisciplinares: como avaliar a aprendizagem dos estudantes?* Esta atividade, mediada pelo coordenador do GT – Gabriel Loureiro de Lima – e pelas professoras doutoras Barbara Lutaif Bianchini e Eloiza Gomes, teve como convidados os professores doutores Carlos Eduardo Mathias Motta (docente da Universidade Federal Fluminense - UFF) e José Armando Valente (pesquisador do Núcleo de Informática Aplicada à Educação da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP).

O ponto de partida para a proposição desta mesa-redonda foi o fato de, em razão das DCN aprovadas em 2019, diferentes instituições terem optado por inserir, nos cursos de Engenharia, projetos interdisciplinares. Questionamo-nos então: como desenvolver esse tipo de atividade de maneira adequada, efetivamente interdisciplinar e de modo a tornar o graduando o protagonista em seu processo de aprendizagem? Como avaliar a aprendizagem dos estudantes, durante e após a realização de projetos deste tipo, de maneira coerente com o tipo de atividade desenvolvida? Discutir essas e outras questões foi o objetivo central nesta mesa-redonda.

Na dinâmica adotada durante a atividade, cada um dos convidados inicialmente expôs, durante 10 minutos, suas considerações sobre o tema. No momento seguinte, questões propostas pela audiência e pelos mediadores foram discutidas pelos convidados.

Em agosto de 2023, por questões profissionais, a professora Marília Rios de Paula deixou a coordenação do GT-CbME que, por dois meses foi coordenado somente por Gabriel Loureiro de Lima.

Neste mesmo ano, o COBENGE, em sua 51ª edição, voltou a ser promovido presencialmente. Realizou-se então, neste evento, a primeira reunião presencial do Grupo desde aquela ocorrida em 2019. Participaram, além do coordenador, oito professores/pesquisadores de cinco diferentes IES.

Nesta reunião, com duração de apenas 1h30min, inicialmente houve uma breve retrospectiva das ações do Grupo. Em seguida, como uma retomada dos trabalhos, os participantes refletiram acerca das possíveis metas e ações do GT-CbME para o futuro. Foi estabelecido como prioridade ampliar a divulgação, a visibilidade e, conseqüentemente, o quórum de participação nas reuniões e outras atividades do GT. Uma das ações planejadas foi ampliar o escopo do GT incorporando professores/pesquisadores de outras ciências que, com a evolução tecnológica e científica, hoje tornarem-se também básicas para a formação do engenheiro. Salientou-se também a importância de ampliar, significativamente, a participação de professores de universidades públicas nas atividades do GT, participação ainda muito tímida, especialmente quando comparada à inserção, no Grupo, de membros de Instituições de Ensino Superior (IES) privadas. Do mesmo modo, é necessário continuamente trabalhar em prol de ampliar a representatividade das diferentes regiões brasileiras no Grupo.

Ao final da reunião a Profa. Dra. Juliana Martins Philot, do Instituto Mauá de Tecnologia foi escolhida pelos presentes para dividir a coordenação com o professor Gabriel Loureiro de Lima.

No ano de 2024, o GT voltou a se reunir presencialmente durante a 52ª edição do COBENGE. Nesta ocasião estiveram presentes, além dos coordenadores, 7 participantes. A reunião teve duração de 2 horas e, por meio da apresentação, pelos coordenadores, de ideias contemporâneas, de diferentes autores, relacionadas à Educação em Engenharia, foi proposto um debate acerca de questões vinculadas à temática: *o GT-CbME e a formação do engenheiro para o futuro*. Tais questões foram as seguintes:

- Considerando os diferentes desafios globais a serem enfrentados na contemporaneidade, quais são (ou deveriam ser) os papéis das Ciências Básicas e da Matemática na formação do engenheiro?
- Como integrar ao GT docentes de uma maior diversidade de áreas que compõem (ou deveriam compor) a formação básica do futuro engenheiro?
- Como os docentes de Ciências Básicas e de Matemática podem efetivamente contribuir para a formação do engenheiro para o futuro?
- Como inserir ou potencializar o trabalho com tomada de decisões nas aulas de Ciências Básicas – novamente vistas sob uma perspectiva mais abrangente do que a atual – e de Matemática?

Também nesta edição do COBENGE, a coordenação do GT de Aprendizagem Ativa convidou um coordenador de cada GT para representá-lo

em uma mesa-redonda intitulada *Aprendizagem ativa e formação por competências: preparando engenheiros para a construção de futuros sustentáveis*, objetivando compartilhar as experiências, iniciativas e práticas relacionadas à aprendizagem ativa e à formação por competências que estão sendo desenvolvidas por cada Grupo de Trabalho da ABENGE. O professor Gabriel Loureiro de Lima foi o representante do GT-CbME e discorreu acerca das seguintes questões que lhe foram propostas: (i) Qual é a importância do seu Grupo de Trabalho, no âmbito da ABENGE, para promover a aprendizagem ativa e a formação das competências que os futuros engenheiros precisam ter para a construção de futuros mais sustentáveis? (ii) Quais são os principais desafios que seu Grupo de Trabalho enfrenta para alcançar os seus propósitos e como vocês estão superando essas dificuldades?

Por meio do histórico do GT-CbME apresentado até aqui, procuramos conduzir o leitor por um panorama cronológico de modo que ele pudesse conhecer as atividades desenvolvidas por este coletivo de 2017 a 2024.

Os próximos capítulos constituem-se, ao mesmo tempo, como uma produção que resultou do que já se vivenciou neste importante Grupo estabelecido e, quiçá, uma abertura de portas para os novos caminhos a serem trilhados pelo coletivo.

É importante pontuar que a consolidação destes capítulos é fruto das ações e dos esforços dispendidos em 2018 e 2019 pelos então coordenadores, Profa. Dra. Simone Leal Schwertl e Prof. Dr. Gabriel Loureiro de Lima, para consolidar o Grupo em seus primeiros anos de funcionamento, mas sobretudo, é resultado do engajamento dos seguintes professores autores:

- ✓ Aguida Gomes de Abreu – UNEMAT
- ✓ Barbara Lutaif Bianchini – PUC-SP
- ✓ Bruno Eizo Higaki – Centro Universitário FEI
- ✓ Elias Antunes dos Santos – UNEMAT
- ✓ Eloiza Gomes – IMT
- ✓ Fábio Gerab – Centro Universitário FEI
- ✓ Gabriel Loureiro de Lima – PUC-SP e IMT
- ✓ Isolda Gianni de Lima – UCS
- ✓ Juliana Martins Philot – IMT
- ✓ Karina Bradaschia Rocha – IMT
- ✓ Kurt André Pereira Amann – Centro Universitário FEI
- ✓ Laurete Teresinha Zanol Sauer – UCS

- ✓ Luis Antonio Rezende Muniz – UpControl – Engenharia de Processos e Controle Digital
- ✓ Márcia Jussara Hepp Rehfeldt – UNIVATES
- ✓ Marinez Cargnin-Stieler – UNEMAT
- ✓ Nival Nunes de Almeida – UERJ
- ✓ Paula Meirelles Bolelli – Pedreira Ônix
- ✓ Sérgio Camargo – UNEMAT
- ✓ Simone Leal Schwertl – FURB
- ✓ Valquiria Villas-Boas Gomes Missell – UFRGS

A coordenação do GT-CbME e os organizadores deste livro aproveitam este momento para agradecer não somente a cada um desses autores, mas também a cada participante que esteve presente nas atividades do Grupo de 2017 até o presente momento e que tanto contribuiu para a realização das discussões, sempre muito aprofundadas e produtivas.

Capítulo 2

Ideias inspiradoras na Educação em Engenharia: práticas realizadas nos semestres iniciais

Elias Antunes dos Santos⁸
Marinez Cargnin-Stiele⁹
Aguida Gomes de Abreu¹⁰
Sérgio Camargo¹¹

1- Introdução

As Ciências Básicas e a Matemática têm um papel fundamental nos cursos de Engenharia, constituem bases que auxiliam na resolução de problemas mais complexos da área e na tomada de decisões. A resolução desses problemas exige conhecimentos mais acurados, em especial da Física e da Matemática, de estruturação e solução de problemas e tem como base o raciocínio lógico e o desenvolvimento de habilidades e competências relacionadas com a situação-problema a ser resolvida, no intuito de melhorar a realidade dos envolvidos no contexto em que o problema se insere.

Os autores Voogt e Roblin (2012) argumentam sobre as competências requeridas no Século XXI e, entre elas, estão: comunicação, criatividade, criticidade, colaboração, resolução de problemas complexos. Essas competências podem ser desenvolvidas ao longo do curso de graduação, desde o momento em que os acadêmicos ingressam nas instituições de ensino superior.

Os acadêmicos ingressam nos cursos de Engenharia e geralmente se deparam com disciplinas teóricas que fundamentam o curso. Dentre estas estão

⁸ Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT. eliasantunes@unemat.br

⁹ Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT. marinez@unemat.br

¹⁰ Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT. aguida.gomes.abreu@unemat.br

¹¹ Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT. s.camargo@ufpr.br

aquelas relacionadas às Ciências Básicas e à Matemática. É necessário que também nestas disciplinas, continuamente, busquem-se estratégias metodológicas para incentivá-los a construir conhecimento colaborativamente e de modo a articular teoria e prática.

As atividades práticas estão entre as que despertam maior interesse dos estudantes (Cargnin-Stieler; Teixeira, 2012; Cargnin-Stieler; Teixeira; Assunção, 2013) e os professores das disciplinas básicas precisam se engajar em ações que contribuam para a manutenção do interesse dos estudantes também nessas unidades curriculares (Santos; Carvalho; Cargnin-Stieler, 2016). Nesse sentido, é possível perceber que, dentre alguns fatores que contribuem para manter o interesse dos estudantes estão oportunizá-los a participar ativamente de seus processos de construção de conhecimentos, ter autonomia para estabelecer conjecturas acerca de tais conhecimentos, aplicá-los e empregar as teorias estudadas em uma diversidade de contextos, de modo a tornar-se evidente a vinculação entre essas disciplinas básicas e as demais que compõem a matriz curricular de seu curso. No entanto, o que se observa junto a acadêmicos de Engenharia é que as disciplinas básicas, como as de Matemática ou de Física, muitas vezes são cursadas mecanicamente apenas para cumprir os pré-requisitos e se graduar.

Para planejar aulas que abordem problemas práticos da Engenharia, os professores precisam ter conhecimentos que vão além das suas disciplinas. Para isso, os professores das Ciências Básicas e Matemática precisam sair da zona de conforto para buscar e encontrar soluções coletivas com os professores das áreas específicas, em um envolvimento interdisciplinar com ganhos para todos os envolvidos. Isso é um dos pontos fundamentais, pois é um avanço transdisciplinar.

Para Metaute Paniagua *et al.* (2018), no processo de ensino e de aprendizagem é essencial valer-se de metodologias e/ou estratégias que possibilitem a cooperação, colaboração, interação com outras ciências de forma inter e transdisciplinar, visando a formação de um engenheiro com capacidade para resolver problemas valendo-se do conhecimento de sua área.

Nesse sentido, é necessário reduzir o isolamento acadêmico entre os professores das disciplinas básicas e os das disciplinas específicas do curso, uma vez que, geralmente formam-se dois grupos distintos de professores e quanto maior é o isolamento entre os docentes das áreas básica e específica, menor é a integração efetiva, em sala de aula, entre tais áreas do conhecimento, e entre os saberes que as constituem. Os conhecimentos interdisciplinares e

transdisciplinares combinam saberes de várias áreas, essenciais tanto para atividades cotidianas quanto para resolver problemas reais.

Chassot (2003) ratifica esta ideia ao argumentar que ensinar é colaborar para a apreensão de conhecimentos, procedimentos e valores que possibilitem aos estudantes tomarem decisões assertivas e compreender as ciências, suas aplicações e utilidades para melhorar a qualidade de vida.

Pesquisadores como Golberg e Somerville (2014) afirmam que os professores que formam engenheiros têm um desafio a enfrentar, pois os estudantes são ativos e têm capacidade para tomar decisões. Portanto, o professor pode desafiá-los a se envolverem em atividades práticas da Engenharia com mais facilidade. E o professor pode buscar novas possibilidades nas quais pode ouvir, perguntar, e orientar os estudantes a superarem obstáculos na aprendizagem dos conhecimentos visados. O estudante está convidado a aprender a ser o sujeito de sua aprendizagem (Freire, 2001) e desenvolver autonomia e curiosidade para aprender (Freire, 1996). Estar atento às possibilidades para que os estudantes verdadeiramente aprendam requer um esforço extra do professor.

Valer-se da aprendizagem ativa (Villas-Boas *et al.*, 2012) contribui para incentivar e envolver os estudantes no processo de aprendizagem (Fernandes *et al.*, 2014) e para que possam desenvolver competências associadas à prática profissional (Mesquita; Lima; Flores, 2013). A aprendizagem ativa facilita trabalhar em equipes, planejar as ações, entender a viabilidade econômica e os processos de produção que estão além do domínio técnico da disciplina (Santos; Carvalho; Cargnin-Stieler, 2016). A aprendizagem ativa também pode auxiliar os estudantes a obterem melhores rendimentos na sua vida acadêmica (Spronken-Smith *et al.*, 2012).

Trabalhos em que os estudantes se envolvam ativamente podem motivá-los a estudar as disciplinas básicas e específicas do curso de Engenharia, pois representam um desafio (Santos; Cargnin-Stieler; Weber, 2019; Santos; Carvalho; Cargnin-Stieler, 2016). Nesse sentido, as estratégias pedagógicas adotadas podem orientar a formação de um engenheiro com fundamentação teórica e científica, criatividade, inovação e prática envolvendo liberdade de pensamento e interação com os pares de acordo com a necessidade (Metaute Paniagua *et al.*, 2018).

Este capítulo tem a intenção de integrar questões cotidianas à área específica de formação dos estudantes, despertando o interesse tanto dos envolvidos quanto da comunidade.

A investigação está baseada em um estudo de caso (Creswell, 2014) realizado no contexto da Engenharia na Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT). Os documentos analisados foram os projetos, os relatórios e as intervenções realizadas pelos estudantes dos semestres iniciais do curso de Engenharia Civil entre 2016 e 2018.

Inicialmente, o professor sentiu necessidade de motivar os estudantes e relacionar os conhecimentos das disciplinas básicas de Física com as demais disciplinas do curso de Engenharia Civil. O professor percebeu que os estudantes tinham interesse em se envolver ativamente nas práticas ligadas à formação em Engenharia. Conforme previsto na matriz curricular, essas práticas são ofertadas após os acadêmicos terem cursado as disciplinas básicas de Física e Matemática. Percebeu-se que os estudantes entendem que parece haver excesso de disciplinas teóricas nos semestres iniciais, como é o caso das disciplinas da área de Física e de Matemática, e geralmente nesses semestres é que ocorrem as desistências dos cursos de Engenharia (Oliveira *et al.*, 2015).

Com o intuito de envolver os estudantes nessas práticas pedagógicas interdisciplinares (Santos, Cargnin-Stieler e Camargo, 2022), o professor começou a buscar referências e discutir com os docentes de outras disciplinas, da área específica e das Ciências Básicas e Matemática. Essa busca iniciou-se em 2015. Entretanto, a problematização com os estudantes começou em 2016, e nesse ano foram intensificadas as conversas informais com estudantes do curso e demais professores para planejar o quê, como e por que realizar essas atividades. A adesão ao grupo de trabalho, constituído dessa maneira aumentou gradualmente, embora não tenha sido constante, especialmente devido à rotatividade dos professores, principalmente nas áreas específicas.

As atividades descritas nesse capítulo ocorreram entre 2016 e 2018, com os acadêmicos do segundo e terceiro semestres do curso. Um recorte da pesquisa mais ampla foi realizado para este capítulo.

Considerou-se uma intervenção que consistiu na confecção de placas de concreto permeável e na execução *in loco* de pisos permeáveis no Campus da Universidade. Essa escolha se deu pela trajetória percorrida até a efetiva solução para o problema real em estudo. Exemplo semelhante envolvendo outro tipo de aparato para confecção *in loco* de piso permeável foi a confecção de uma calçada permeável no Campus, apresentado no COBENGE de 2019 por Santos, Cargnin-Stieler e Weber (2019).

O Curso de Engenharia Civil, UNEMAT/Tangará da Serra, é presencial e o único curso de Engenharia ofertado no Campus, com no máximo 48

acadêmicos por turma. Conforme previsto na matriz curricular, no primeiro semestre, os calouros cursam as disciplinas na área de Matemática, que incluem Fundamentos de Matemática, Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral I. No segundo semestre, na área de Física, são ofertadas Física Geral I e Laboratório de Física I. No terceiro semestre, são ofertadas Física Geral II e Laboratório de Física II.

A equipe multidisciplinar para a escrita inicial do capítulo contou com a participação de professores que se destacaram pelo seu papel ativo no acompanhamento e orientação dos estudantes, assim como pela sua disponibilidade em analisar e documentar os procedimentos adotados para enfrentar e resolver os desafios encontrados. Para os professores das áreas específicas, a identificação e compreensão dos problemas apresentaram-se de forma relativamente simples. Entretanto, ao se debruçarem sobre temas que tangem às Ciências Básicas e à Matemática, bem como ao debate sobre metodologias de ensino, encontraram-se diante de um cenário desconhecido, o que gerou um certo estranhamento. Esse contraste entre a familiaridade com o próprio campo de estudo e a novidade representada pela abordagem interdisciplinar ilustra bem o desafio que se propôs a enfrentar.

2- O problema

Inspirado por esta dinâmica de envolvimento e consciente dos obstáculos presentes no cotidiano do Campus, como a dificuldade de acesso às salas de aula e a inadequação dos espaços comuns destinados à comunidade acadêmica, um dos professores tomou a iniciativa.

Em diálogos informais com colegas da sua e de outras áreas, começou a esboçar um plano para engajar os estudantes em atividades que não apenas abordassem o conteúdo programático das disciplinas, mas que também respondessem a questões práticas e urgentes do ambiente universitário. As perguntas que nortearam esta empreitada foram claras:

Quais são as principais dificuldades ou problemas identificados no Campus Universitário da UNEMAT em Tangará da Serra que poderiam ser solucionados com a experiência de um engenheiro civil? Identificados pelos estudantes e professores, os desafios variam desde questões de infraestrutura básica até a sustentabilidade ambiental do Campus.

Ao serem indagados, os acadêmicos matriculados nas disciplinas de Física I e II elencaram algumas dificuldades, dentre elas:

- 1- O caminho mais curto para as salas de aula pode sujar os pés de barro ou poeira;
- 2- A chuva atrapalha a movimentação das pessoas entre as salas de aula e para as demais dependências do Campus, como biblioteca e bebedouros;
- 3- As salas de aula, mesmo com condicionadores de ar, estão quentes devido à forte radiação solar;
- 4- Não temos um espaço para sentar-se, estudar, conversar ou tomar uma bebida, por exemplo um tererê;
- 5- Existem locais em que a água fica acumulada e pode ocorrer algum acidente.

Nota-se que os estudantes destacam a necessidade de melhorar a drenagem para evitar acúmulos de água que podem resultar em acidentes, a criação de áreas de lazer e estudo ao ar livre que ofereçam conforto térmico e integração social, além da otimização dos espaços para circulação, visando a acessibilidade e a segurança de todos os frequentadores do Campus. A implementação de soluções inovadoras para esses problemas não só melhoraria significativamente o ambiente universitário como também serviria de exemplo prático para os estudantes de Engenharia, demonstrando a importância e a aplicabilidade de seus conhecimentos técnicos em situações reais.

Ao serem instigados pelo professor a respeito das soluções para as dificuldades explanadas, os estudantes elencaram alguns problemas. Neste trabalho, são descritos os itens um e cinco dentre os problemas elencados. Para solucionar os problemas elencados nos itens 1 e 5, foi proposta a pavimentação desses locais. Especificamente, o item 1 descreve a situação em que o caminho mais curto para chegar às salas de aula pode embarrar ou empoeirar os pés, enquanto o item 5 aponta para locais onde a água acumulada pode levar a acidentes. Foi adotado como solução construtiva o uso de concreto permeável. A adoção do concreto permeável como solução construtiva visa abordar diretamente essas questões, melhorando a infraestrutura e segurança do Campus. Após as proposições, o professor sugeriu a divisão da turma em grupos de 8 acadêmicos para iniciar o planejamento e execução das ações. Cada grupo seria responsável desde a elaboração do projeto até a finalização da obra (solução do problema). Para isso, cada grupo deveria interagir com os veteranos e professores da área específica para buscar soluções e verificar quais disciplinas seriam necessárias para a realização das atividades.

Todos os grupos deveriam entregar um relatório final e apresentar publicamente todas as etapas do processo em uma data pré-agendada, antes do fim do semestre.

Foi acordado que o professor acompanharia todas as etapas, e para isso, o cronograma de execução da obra precisaria ser apresentado. Durante a realização das atividades, os acadêmicos foram entrevistados por pesquisadores, que seguiram o roteiro de uma entrevista semiestruturada apresentado no Quadro 1. Essas entrevistas foram sistematicamente documentadas, com os registros sendo feitos tanto em áudio quanto em vídeo.

Quadro 1: Recorte do formulário para a entrevista com os acadêmicos.

1. Que conteúdos de Física I foram aplicados no trabalho?
2. Que conteúdos de Física II foram aplicados no trabalho?
3. Que conhecimentos das disciplinas cursadas nos semestres anteriores foram utilizados?
4. Que conteúdos/disciplinas que ainda não cursaram precisaram buscar/estudar?
5. Como foi o planejamento do trabalho?
6. Como foi a execução do trabalho?
7. Como foi a integração do Grupo?
8. Todos os membros do Grupo trabalharam ativamente?
9. Fale sobre a vivência do trabalho.
10. Quais os pontos positivos do trabalho?
11. Quais os pontos negativos?
12. Quais as principais decisões que precisaram tomar?
13. O que embasou as decisões tomadas?
14. O que mais despertou o interesse do Grupo?
15. Por quê?

Fonte: Autores deste estudo

Para a realização das atividades, os acadêmicos foram reunidos em dois grupos subdividido em duas equipes. Assim, o Grupo I confeccionou placas permeáveis, que posteriormente foram utilizadas para produção do pavimento permeável, e o Grupo II, executou o pavimento com concreto permeável moldado *in loco*.

Os problemas que orientaram as decisões e encaminhamentos, bem como a descrição das atividades realizadas pelos grupos e equipes, são apresentados na sequência.

Grupo I: Confecção de placas permeáveis

Equipe 1 - Problema 1: O acesso de um dos estacionamentos da universidade até as salas de aula se torna intransitável em tempos chuvosos devido ao surgimento de poças de água, impactando o fluxo de docentes e discentes. Vale lembrar que no Mato Grosso há dois períodos climáticos: estiagem e chuvas. A questão colocada para os acadêmicos foi: na condição de “engenheiros civis”, como vocês solucionam esse problema?

No projeto os estudantes apresentaram o problema, justificativa, possíveis soluções, o dimensionamento das placas e dos passeios, orçamento e o cronograma de execução sob a ótica da sustentabilidade. Na sequência descreve-se parte do relatório sobre a apresentação do projeto.

No começo do semestre de 2018/2 foi proposto pelo docente de Física Elias Antunes a realização de um projeto para a Universidade, que contribuísse para a rotina de toda comunidade acadêmica, com isso, os discentes da turma formaram seus grupos, e posteriormente apresentaram seus projetos ao docente para orientações devidas (Relatório 7, 2018, p. 5).

Os estudantes precisaram também justificar a necessidade da obra junto à coordenação administrativa do Campus. Segue parte do relatório que descrevem algumas ações. “Após a etapa de escolha do local, foram feitas as medições necessárias, bem como a obtenção dos materiais cedidos pela universidade[...]” (Relatório 7, 2018, p. 7). Nessa etapa, os estudantes já haviam justificado a necessidade e importância de construir a calçada com placas de pisos permeáveis, tendo realizado as medições, o dimensionamento e o cálculo da quantidade de material necessário para a obra. Quanto às dimensões da calçada: “O local escolhido para a construção da calçada, possui 90 cm de largura e 11 metros de comprimento[...]” (Relatório 7, 2018, p. 7).

Equipe 2: Acesso entre dois quiosques

A Equipe 2 visualizou a necessidade de elaborar e executar uma calçada permeável que possibilitasse o acesso entre dois quiosques. Esse acesso permite o fluxo da comunidade acadêmica, porém, no período das chuvas, a circulação se tornava impossível devido ao surgimento de poças de água no local. A equipe justificou a escolha do projeto pela necessidade de a Universidade ter estes espaços para interação dos estudantes.

Problema 2: Como contribuir para a estética, limpeza e locomoção entre dois quiosques na condição de “engenheiros civis”? Após a escolha e análise do local, as medições foram realizadas, e a decisão foi pelas placas permeáveis, devido às soluções sustentáveis que envolvem a técnica, viabilidade, estética e custo.

A exemplo da Equipe 1, os estudantes da Equipe 2, após as aprovações junto à coordenação administrativa do Campus, produziram as placas de concreto permeáveis, que foram assentadas em um espaço de aproximadamente 2,8 m de largura e 4,8 m de comprimento.

Grupo II: Execução *in loco* de pisos permeáveis no Campus da Universidade

Equipe 3: Confeção de pisos permeáveis *in loco*

Quanto aos pisos de concreto permeável executado na disciplina de Física II, o estudo dos materiais a serem utilizados, a densidade e a velocidade da água seriam os principais conteúdos abordados para que o problema fosse resolvido.

Problema 3: Na condição de “engenheiros civis”, como vocês solucionariam a problemática do piso escorregadio ao redor dos bebedouros?

Eles relataram como chegaram à conclusão de que o concreto permeável seria a forma mais adequada e viável para solucionar o problema. Realizaram as medições do espaço que sofreria a intervenção, dimensionaram o piso e listaram os materiais que seriam utilizados.

A equipe detalhou a importância do trabalho interdisciplinar, do material escolhido, e porque optaram pelo piso de concreto permeável moldado *in loco*. Realizaram o estudo topográfico do terreno, nivelamento, drenagem e as demais etapas do processo executivo.

3- As Ciências Básicas e a Matemática no problema em questão

Os grupos, orientados e mediados pelo professor, estudaram e buscaram soluções para os problemas, acompanhando as etapas de desenvolvimento.

Quanto aos conteúdos envolvidos nos projetos, segundo os estudantes, utilizaram-se de conhecimentos das disciplinas Física I, Fundamentos da Matemática, Materiais de Construção I e II, Geometria, Desenho Técnico,

Projeto Arquitetônico, Topografia, Geotecnia e Construção Sustentável. De alguma forma eles buscaram conhecimentos construídos nas disciplinas que cursaram, para que os projetos pudessem ser concluídos conforme o planejamento. Os estudantes também utilizaram conhecimentos da disciplina Física II, principalmente sobre fluidos, escoamento e vazão; da disciplina Laboratório de Física II, focando na determinação da massa específica e do volume de vazios entre os grãos; e da disciplina Laboratório de Física I, abordaram conceitos de medidas, unidades, volumes e pressão entre outros, fundamentais para as disciplinas de Materiais de Construção. Muitas das normas técnicas de Engenharia têm como base a Física, no entanto, os estudantes não têm essa visão apurada nesse momento do curso de graduação. Observa-se que os estudantes estão mais familiarizados com a temática a cada semestre, à medida que os conhecimentos são adquiridos e gradualmente aplicados na realização de trabalhos.

Entre os conteúdos adquiridos e processos pesquisados e utilizados para resolver esses problemas descritos estão: determinação de resistências do concreto, cálculo da quantidade de materiais, ensaios para determinação de volume de vazios, traços de concreto, análise granulométrica, permeabilidade, dosagem do concreto, peneiramento de agregados com a peneira rotativa, mistura do concreto, transporte, compactação e cura.

Na perspectiva acadêmica, foi realizada uma visita pedagógica a uma empresa do ramo de agregados (pedreira), em Tangará da Serra, com a intenção de que todos se familiarizassem com o processo de obtenção dos agregados. Na empresa, os estudantes tiveram acesso aos materiais produzidos, entre eles o pó de pedra, que é considerado um resíduo da produção, e pode ser aproveitado para a confecção dos concretos permeáveis. O empresário teve o interesse em receber o grupo de acadêmicos e professores, explicou as propriedades das rochas, cuidados ambientais, jazida, transporte, britagem, classificação, e o conhecimento que envolve esse processo. Também doou materiais necessários para algumas obras que esses estudantes estavam executando. Os estudantes também tiveram a oportunidade de apresentar os projetos que seriam desenvolvidos.

Como no projeto foi definido que as placas seriam executadas em dupla camada (*wafer*), o material pó de pedra (retido em peneira de 2 mm) precisava ser peneirado, o que era um procedimento trabalhoso. Os estudantes, acompanhados e orientados pelo professor, desenvolveram um maquinário denominada peneira giratória elétrica (Santos, Cargnin-Stieler e Camargo,

2024) para facilitar os trabalhos, na qual é possível realizar as atividades de separação dos agregados com menos esforço físico. Portanto, foram várias atividades de campo que facilitaram a compreensão e assimilação de conhecimentos inerentes às Ciências Básicas e à Matemática. Também ao elaborarem um projeto que passava por aprovação do professor e da Coordenação Administrativa do Campus, e produzirem relatórios com apresentação final, tiveram espaço, tempo e oportunidades de ir adquirindo conhecimentos.

Entre as orientações ofertadas pelos professores destaca-se a indicação de leituras que pudessem favorecer o aprendizado e o amadurecimento das ideias. Os estudantes foram orientados a realizar registros fotográficos e das ações desenvolvidas, facilitando a escrita do relatório final. Entre outros aspectos, foi observada a maturidade dos estudantes após realizar as obras, fotografar e escrever os relatórios. Com as experiências acumuladas dos professores ao longo dos anos, os estudantes conseguiram avançar, progredir e alcançar resultados, ou seja, resolver os problemas.

As visitas técnicas realizadas com calouros nas obras executadas servem de inspiração para novas ideias. O professor pode não prever o que cada grupo de acadêmicos irá propor e executar nos próximos semestres, mas tem a oportunidade de orientá-los e, possivelmente, direcioná-los.

No entanto, é difícil mensurar a aprendizagem efetivamente, os saberes vão se construindo. Percebe-se a proatividade dos estudantes, bem como o contexto em que se inserem, incluindo as relações próximas entre os discentes, empresas e ações anteriores, além das suas percepções sobre as áreas de conhecimento (Moreira, 2018). O ensino, a aprendizagem e o diálogo são fatores que permeiam a construção do conhecimento. Além disso, percebe-se que essas ações pedagógicas interdisciplinares envolveram empresas, participação dos estudantes, envolvimento da família e da universidade. Ocorreu também o envolvimento de estudantes das Ciências Básicas e da Matemática, além dos que já estavam na fase de conclusão e escrita do trabalho de conclusão do curso. Essas práticas geram provocações e possibilitam que os estudantes empreguem e/ou desenvolvam uma série de habilidades. Além disso, promove maior engajamento e envolvimento com a aprendizagem e o interesse pelo curso escolhido. Para os professores, a tarefa planejada inicialmente parecia muito além da capacidade dos estudantes, considerando seus conhecimentos, ainda limitados, na área da Engenharia Civil. No entanto, não foi o que se observou. Os estudantes se engajaram, participaram com

propostas que foram tomando corpo, ganhando espaço e devidamente executadas conforme as etapas planejadas.

4- Práticas pedagógicas interdisciplinares

Nesta seção são apresentadas as práticas pedagógicas interdisciplinares desenvolvidas pelas três equipes.

Grupo I: Confecção de placas de concreto permeável

Equipe 1: Os estudantes planejaram pavimentar o local de passagem de pedestres, ou seja, concebendo uma calçada. Em seguida, elaboraram o desenho técnico do calçamento e, na sequência, desenharam-no tecnicamente utilizando um *software* específico. *In loco*, mediram o local e decidiram pelo uso de placas de concreto permeável. Calcularam a quantidade necessária de placas, o custo e o tempo que seria gasto para finalizar a obra (Figura 1).

Figura 1: Primeira etapa da ação: limpeza e nivelamento da área



Fonte: Relatório 7, 2018, p. 2

A equipe de estudantes produziu placas de concreto permeável. Parte do material utilizado na confecção dessas placas foi doada pela universidade e parte pela empresa parceira do projeto para construir a calçada. Esse trabalho levou em consideração os conhecimentos dos estudantes, notadamente a presença de indivíduos com formação específica em arquitetura e técnica em construção civil no grupo.

O professor de Física trabalhou em conjunto com os estudantes, auxiliando-os na busca por esses saberes específicos, por meio de leituras e vivências. No Quadro 2 é apresentado um recorte do sumário do relatório disponibilizado pelo grupo de estudantes que produziu as placas de concreto permeável.

Quadro 2: Recorte do Sumário do relatório disponibilizado pelo grupo de estudantes para planejamento e execução.

Sumário	
Resumo	4
Introdução.....	5
Objetivos	6
1. O projeto.....	7
1.1.Escolha do local	7
1.2.Elaboração do projeto.....	7
1.3.Materiais utilizados.....	7
1.4.Confecção das placas.....	8
2.Calçada.....	9
2.1.Limpeza e aterro do terreno.....	9
3.Orçamento	12
4.Dificuldades encontradas.....	13
5.Conclusão	14

Fonte: Relatório 7, 2018, p. 3

No Relatório, os estudantes também descreveram: “para uma melhor estética, as placas foram assentadas a partir de 10 cm da parede e cerca de 5 cm entre cada placa, completando esse vazio com brita[...]” (Relatório 7, 2018, p. 10).

Figura 2: Calçada com placas de piso permeável, em três etapas



Fonte: Relatório 7, 2018, p. 10

O grupo percebeu a importância da interdisciplinaridade e a relevância da contribuição desse trabalho para a comunidade acadêmica. Com o conhecimento obtido no planejamento e execução dessa obra, os estudantes se sentiram confiantes para discutir os problemas enfrentados em disciplinas ainda a serem cursadas.

Equipe 2: Acesso entre dois quiosques

A equipe relatou que, para a adequada execução das placas, primeiramente precisaram aprimorar o conhecimento de seus participantes sobre concreto permeável. As placas foram confeccionadas nas dimensões de 80 cm x 50 cm x 5 cm e como molde foram utilizadas formas de madeira sobre uma lona plástica (Figura 3).

Figura 3: Construção e assentamento das placas de concreto permeável



Fonte: Arquivo pessoal dos autores, 2018

Após construídas as placas, foi necessário nivelar o local que as receberia. Após esse nivelamento, os estudantes colocaram-nas em formato de mosaico, uma vez que parte das placas tinha sido confeccionada pigmentada de modo que pudessem dispô-las desta forma.

Os estudantes, ao justificar a prática pedagógica, escreveram “este trabalho é de suma importância para os estudantes de Engenharia Civil, pois é um projeto prático do que a carreira de engenheiro guarda para esses estudantes no futuro” (Relatório 8, 2018, p. 4).

Ao justificar a importância de utilizar essa técnica construtiva, salientaram que “ao utilizar o concreto permeável, propaga-se sua importância e vantagens, a fim de que ele se torne útil em outros lugares também” (Relatório 8, 2018, p. 4).

Esse grupo de estudantes adotou as diretrizes da NBR 16416 (ABNT, 2015) referentes a pavimentos permeáveis. De acordo com essa norma, um pavimento é considerado permeável se permitir a infiltração de água através da placa de concreto em uma taxa superior a 200 litros por metro quadrado por minuto. Para este grupo, o planejamento, que começou no semestre anterior, durante a disciplina de Física I, culminou na execução no semestre de Física II.

As etapas começaram com a visitação a uma empresa que trabalha com britagem, estudo do traço de concreto, isto é, a proporção de água, cimento e agregados necessários para fazer o concreto, confecção das placas de concreto permeável, nivelamento do terreno e assentamento das placas. Esta é uma prática comum dos estudantes nas disciplinas básicas (Santos; Cargnin-Stieler, Damasceno, 2018). No entanto, os ganhos mais significativos em questão de conhecimentos técnicos foram em planejamento, confecção e execução de obra.

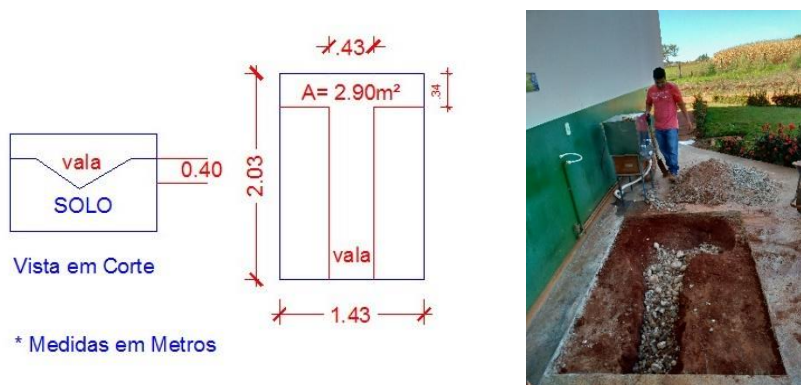
Grupo II: Execução *in loco* de pisos permeáveis no Campus da Universidade

Equipe 3: Confecção de pisos permeáveis *in loco*

Os estudantes do Grupo II propuseram pisos permeáveis moldados *in loco* para que o desconforto causado pelo piso escorregadio perto do bebedouro fosse resolvido. Para isso mediram o local, escolheram o material adequado quanto ao custo-benefício. Planejaram o piso permeável no espaço que se encontrava o bebedouro e calcularam a quantidade de material necessário para executar o piso. Entre as atividades realizadas podem ser destacadas as pesquisas, o pré-projeto e o tempo gasto para a execução da obra. A execução e conclusão da obra só foram possíveis após pesquisa em várias fontes (basicamente artigos, dissertações e teses) sobre o tema e trocas de experiências entre grupos e com veteranos.

Os professores foram ouvidos e puderam sugerir e opinar sobre vários aspectos. Esse grupo também fez uso de *softwares* específicos de desenho técnico (Figura 4).

Figura 4: *Croqui e execução do piso permeável*



Fonte: Shiro, 2019, p. 16

Para a execução do piso de concreto permeável, foram utilizados cimento e agregados basálticos de diferentes granulometrias.

Os estudantes justificam a contribuição das ações pedagógicas interdisciplinares relatando que “O projeto contribuiu para a formação de todos os integrantes como engenheiros, pois proporcionou participação destes integrantes em todas as etapas da obra, preparando-os para a vida profissional” (Relatório 9, 2018, p. 4).

Ao concluírem o relatório descreveram a importância das ações pedagógicas interdisciplinares.

Neste projeto, o grupo ganhou mais noção de como realmente é a realização de uma obra desde a fase de planejamento, autorização para a obra até a fase de entrega. Como acadêmicos do curso de Engenharia Civil, é importante conhecer todas as etapas e problemáticas que podem ocorrer. Obstáculos do terreno, assim como obstáculos financeiros devem ser analisados e solucionados com agilidade para não comprometer o prazo de entrega da obra. Além de contribuir em conhecimento para formação como bons profissionais [...] (Relatório 9, 2018, p. 16).

Os estudantes também relataram que as práticas proporcionaram vários conhecimentos. As etapas do piso moldado *in loco* foram executadas e o

momento da avaliação da permeabilidade do concreto são apresentadas na Figura 5.

Figura 5: Piso permeável do bebedouro e ilustração da permeabilidade.



Fonte: Santos, 2021

Por exemplo, a interação entre universidade e empresa despertou nos estudantes interesse tanto pela questão empreendedora sustentável, quanto pela técnica construtiva. É importante salientar que os trabalhos realizados são divulgados em mídias de comunicação, em nível estadual, tanto em formato de texto quanto em vídeo, quando apresentados (G1, 2016)

5- Percepções dos estudantes e dos professores acerca das práticas pedagógicas interdisciplinares desenvolvidas

A execução e conclusão da obra só foram possíveis após a pesquisa em várias fontes e trocas de experiência com professores e estudantes em diferentes fases do curso. Os professores foram ouvidos e puderam sugerir e opinar sobre vários aspectos. Os estudantes dialogaram sobretudo com os professores de disciplinas específicas da Engenharia Civil, como Materiais de Construção, Desenho Técnico, Topografia e Construção Civil.

Idealmente, para alavancar a aprendizagem, deve-se incentivar e orientar os estudantes a resolverem problemas de engenharia, tanto na comunidade por meio de atividades de extensão quanto na própria universidade, dando-lhes liberdade para atuar. Os estudantes avaliaram as suas ações como uma atividade intensiva e os integrantes tiveram satisfação em ver

os objetivos iniciais do projeto atingidos. Eles expressaram disposição para participar de novos projetos a fim de aperfeiçoar a técnica e explorar novas aplicações.

Descreveram ter observado um aumento significativo no interesse pelo curso de Engenharia Civil. Destacaram ainda a potencialização da interação entre eles, além do conforto e estética que o resultado da obra trouxe para o local em que estudam. Além desses ganhos, vale destacar, que essas atividades foram intensivas por exigirem tempo até a finalização dessas ações.

Como professores, percebemos que o primeiro obstáculo enfrentado pelos estudantes foi a organização para trabalhar em grupo. A principal conclusão a que chegaram foi que grupos menores têm mais facilidade para tomar decisões. Os grupos conseguiram executar as propostas que fizeram. Os relatórios foram entregues e conseguiram envolver conhecimentos, conteúdos e professores de disciplinas básicas e específicas do curso de Engenharia Civil. Pode-se afirmar que as atividades envolveram os estudantes em um trabalho interdisciplinar e conseguiram mobilizar professores, inclusive de outros cursos.

Os estudantes nos inspiram a refletir sobre como ministrar as aulas, de como envolvê-los e formar equipes multidisciplinares para executar as práticas pedagógicas interdisciplinares. Quando o professor está atento às informações e indagações dos estudantes, *insights* orientam o que fazer, pensar e agir. Os trabalhos foram valorizados pela comunidade de modo que o professor foi convidado para explanar junto aos engenheiros que trabalhavam na prefeitura municipal sobre os concretos permeáveis.

O caminho para atingir os objetivos do trabalho em grupo nem sempre ocorre conforme o planejado. No decorrer das práticas pedagógicas interdisciplinares, percebeu-se o pertencimento desses estudantes à Universidade e o quanto valorizaram o que estavam executando, o que foi possível constatar pelas publicações e comentários que fizeram nas redes sociais durante a execução das práticas. Considerando que os estudantes dos semestres iniciais são mais suscetíveis à evasão e à desistência, o aumento na sensação de pertencimento à comunidade universitária e a empolgação com o trabalho realizado podem ser considerados fatores de impacto positivo.

Os problemas relacionados ao projeto desenvolvido não são clássicos nem foram elaborados a *priori*. São problemas reais identificados e posteriormente solucionados pelos estudantes com o auxílio de seus conhecimentos e com a utilização de equipamentos desenvolvidos por

estudantes de semestres anteriores que simplificam o trabalho das pessoas, como, por exemplo, a confecção dos equipamentos: peneira rotativa para separação de agregados e uma máquina de aplicação *in loco* para pisos de concreto permeáveis. Conseguiram planejar, especificar e orçar o material a ser utilizado. Souberam argumentar convincentemente, convencendo empresário, gestores e os educadores envolvidos e, portanto, conseguiram a aprovação para a execução do projeto. Professores que desejam entender como os estudantes aprendem, que saem da zona do conforto da sala de aula para buscar soluções aos problemas reais, alcançam resultados significativos no aprendizado. O “andar” pelo Campus pode parecer um passeio, mas é uma maneira de ir além dos *slides* e fotos das aulas teóricas, motivando os estudantes a aprenderem. O problema e as ações vão sendo construídos e com eles os saberes.

Além de um trabalho em sala de aula com os saberes básicos previstos, realizaram-se ações extensionistas que envolveram empresas e a comunidade universitária. Como são vivências, os projetos, os relatórios e a aprendizagem estão condicionados às percepções dos estudantes.

Quanto às potencialidades de que outros professores possam empregar problemas semelhantes, entende-se que professores das disciplinas das Ciências Básicas e de Matemática precisam ter autonomia e conseguir formar um grupo de professores interessados e sensibilizados em trabalhar problemas reais de Engenharia no contexto dos estudantes. Os estudantes adquirem autonomia e conhecimento ao longo das práticas pedagógicas interdisciplinares, com os professores atuando como facilitadores da aprendizagem. Nesse contexto, os problemas são reais vivenciados e apontados pelos estudantes que se sentem comprometidos em auxiliar na busca de soluções. Para ilustrar segue parte de um relatório: “com a etapa de planejamento decidido, iniciou-se a etapa de execução da obra, sendo esta de grande relevância, visto que agregou inúmeros conhecimentos aos acadêmicos envolvidos” (Relatório 7, 2018, p. 3).

Uma síntese das ‘Práticas pedagógicas interdisciplinares em projetos de sustentabilidade em Tangará da Serra (MT)’ que abrange a importância da aprendizagem ativa e cooperativa, em projetos que abrange a educação em engenharia e os esforços globais para o desenvolvimento sustentável, demonstrando a importância de integrar os objetivos de desenvolvimento sustentáveis (ODS) no currículo acadêmico (Neves et. al, 2024). Essa produção foi desenvolvida através da Sessão Dirigida do COBENGE, 2023.

Inspirar os estudantes a buscarem conhecimento seja na disciplina que o professor ministra, seja em disciplinas já cursadas ou em disciplinas a cursar, representa um ganho na formação dos futuros profissionais e compromisso com essa formação.

6- Considerações finais

Neste capítulo, investigaram-se as atividades realizadas pelos estudantes e discutiram-se o planejamento e a execução das práticas pedagógicas interdisciplinares no curso de Engenharia Civil da Universidade do Estado de Mato Grosso no Campus Prof. Eugênio Carlos Stieler. Foram envolvidas as disciplinas de Ciências Básicas e de Matemática na Engenharia e as disciplinas específicas do curso.

Os documentos analisados foram os projetos, os relatórios e as intervenções produzidos pelos estudantes. Em linhas gerais, é possível entender que os conteúdos das disciplinas envolvidas foram aplicados a contento ao longo do projeto interdisciplinar.

Além disso, a vivência dos estudantes, que de maneira ativa experienciaram um trabalho interdisciplinar na Engenharia Civil, explicitou o interesse dos sujeitos em planejar e executar uma obra. Dessa forma, os conteúdos deram suporte para as tomadas de decisões. Os relatórios estão além do esperado para acadêmicos dos primeiros semestres de um curso de Engenharia Civil. Evidenciam que ocorreu a integração dos conteúdos, ou seja, a interdisciplinaridade se fez presente durante o planejamento e a execução da obra.

Dos resultados destacam-se a vivência e integração dos estudantes, conexão dos conteúdos e disciplinas, o interesse em planejar e executar uma obra.

Essas atividades foram desenvolvidas antes da homologação das atuais DCN dos cursos de Engenharia. É importante que esse tipo de prática pedagógica seja realizado com a participação de professores das disciplinas que envolvam os acadêmicos matriculados, para melhor adequação do tempo e horas que essas práticas interdisciplinares exigem.

Para finalizar, vale relatar que, para os estudantes, escrever foi um desafio, pois, além do envolvimento com novos trabalhos, foi necessário mobilizar saberes interdisciplinares. Foi um aprendizado que se pretende manter.

Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Pavimentos permeáveis de concreto – Requisitos e procedimentos: NBR 16416. Rio de Janeiro, 2015.

CARGNIN-STIELER, Marinez; TEIXEIRA, M. C. Marcelo; ASSUNCAO, E. Educação em Engenharia: um estudo de caso. In: COBENGE- XLI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2013, Gramado, RS. Anais do COBENGE: Educação em Engenharia na era do conhecimento, 2013.

CARGNIN-STIELER, Marinez; TEIXEIRA, Marcelo Carvalho Minhoto. Contribuição para o Ensino de Engenharia: formação complementar na área pedagógica. O Engenheiro professor e o desafio de educar / [Anais do] XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia. set. 3 a 6: Belém, PA: Associação Brasileira de Educação em Engenharia /ABENGE, 2012. Disponível em: <https://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/7/artigos/102836.pdf>. Acesso em: 28 fev. 2024

CHASSOT, Attico. Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social. Rev. Bras. Educ., Rio de Janeiro, n. 22, p. 89-100, Apr. 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S1413-24782003000100009>>. Acesso: 28 fev. 2024.

CRESWELL, John W. Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens. Tradução de Sandra Mallmann da Rosa. Revisão técnica de Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso, 2014. Disponível em: <https://www.abenge.org.br/sis_submetidos.php?acao=abrir&evento=COBENGE18&codigo=COBENGE18_00068_00001615.pdf> acesso em: 21 fev. 2024.

FERNANDES, S. *et al.* Engaging students in learning: findings from a study of project-led education. European Journal of Engineering Education, 39, 55-67. 2014.

FREIRE, P.; FREIRE, A.M.A. (Org.) Pedagogia dos sonhos possíveis. São Paulo: Editora UNESP, 2001.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

G1. Estudantes de MT criam materiais de construção civil sustentáveis. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com/mato-grosso/noticia/2016/09/estudantes-de-mt-criam-materiais-de-construcao-civil-sustentaveis.html>>. Acesso em: 22 nov. 2023.

GOLBERG, D. E.; SOMERVILLE, M. A Whole New Engineer: the coming revolution in Engineering Education. Douglas, Michigan. Three Joy Associates, Inc. 2014 http://www.abenge.org.br/sis_artigo_com_capa.php/?cod_trab=5215. Acesso em: 28 out. 2024.

Interdisciplinary Pedagogical Practices in Civil Engineering. *Revista Acta Scientiae*, v. 24, p. 202-229, 2022. ISSN 2178-7727. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/7244>. Acesso em: 28 fev. 2024.

MESQUITA, D., LIMA, R. M.; FLORES, M. A. Developing professional competencies through projects in interaction with companies: A study in Industrial Engineering and Management Master Degree. Fifth International Symposium on Project Approaches in Engineering Education PAEE'2013): Closing the Gap between University and Industry, Eindhoven, The Netherlands, [1-7]ID103. 2013.

METAUTE PANIAGUA, Piedad María *et al.* A dinamização das estratégias pedagógicas atuais: uma necessidade aplicável aos processos de ensino e aprendizagem de estudantes de engenharia no século XXI. Rev. Lasallista Investig., Caldas, v. 15, n. 1 pág. 46-56, junho. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.22507/rli.v15n1a4>. acesso em: 16 nov. 2021.

MOREIRA, Marco Antonio. Uma análise crítica do ensino de Física. Estud. av., São Paulo, v. 32, n. 94, p. 73-80, Dec. 2018. Disponível em: <<https://www.scielo.br/pdf/ea/v32n94/0103-4014-ea-32-94-00073.pdf>>. Acesso em: 07 set. 2021

NEVES, R. M. et al. Aprendizagem ativa para além da sala de aula: preparando estudantes de engenharia para construir um mundo mais justo e sustentável. In: TONINI, Adriana Maria; PEREIRA, Tânia Regina Dias Silva (Org.). ABENGE 50 anos: desafios de ensino, pesquisa e extensão na educação em engenharia. 1. ed. Brasília: ABENGE Associação Brasileira de Educação em Engenharia, 2024. v. 1, p. 159-212. Disponível em: https://www.abenge.org.br/arquivos/LIVROFINALIZADO_SD2023.pdf. Acesso em: 24 out. 2024.

OLIVEIRA, Vanderli Fava de *et al.* A expansão do número de cursos de modalidades de engenharia. In: XLV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2015, São Bernardo do Campo. Anais. São Bernardo do Campo, 2015.

SANTOS, E. A. Teste de permeabilidade in loco do piso do bebedouro na UNEMAT. 2019. Disponível em: <<https://youtu.be/tHNXAoTRrIs>>. Acesso em: 23 de novembro de 2021.

SANTOS, E. A.; CARGNIN-STIELER, M.; CAMARGO, S. Aprendizagem ativa na educação em engenharia: construção de maquinário como ferramenta de aprendizagem. In: 52º Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia e VII Simpósio Internacional de Educação em Engenharia, 2024, Vitória-ES. Anais do COBENGE 2024. Vitória-ES: [s.n.], 2024. Disponível em:

SANTOS, E. A.; CARGNIN-STIELER, M.; CAMARGO, S. Engineering Education:

SANTOS, E. A.; CARGNIN-STIELER, M.; WEBER, G. A. Do projeto a conclusão da calçada permeável: inovação na formação de engenheiros. In: XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). e 2 Simpósio Internacional de Educação em Engenharia da ABENGE, 2019, Fortaleza/CE. Disponível em <https://www.abenge.org.br/sis_submetidos.php?acao=abrir&evento=COBENGE19&codigo=COBENGE19_00097_00002404.pdf> Acesso em: 23 fev. 2024.

SANTOS, E. A.; CARGNIN-STIELER, Marinez; WEBER, Guilherme Adriano. Concreto permeável: uma investigação na formação de engenheiros. *Brazilian Journal of Development*, v. 5, p. 19327-19341, 2019. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/download/3791/3583>. Acesso em: 07 nov. 2021.

SANTOS, E. A.; CARVALHO, Kelly S. A. de; CARGNIN-STIELER, Marinez. Desenvolvimento de piso permeável como estratégia de aprendizagem nos semestres iniciais de engenharia civil. In: XLIV Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia, 2016, Natal. Anais. Natal, 2016.

SANTOS, E. A.; CARGNIN-STIELER, M.; DAMASCENO, M, A. Disciplinas básicas na Engenharia Civil pensando Sustentabilidade: Confeção de tijolos ecológicos com Resíduos de britagem e solo argiloso. XLVI Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE) I Simpósio Internacional de Educação em Engenharia – Educação Inovadora para uma Engenharia Sustentável, Salvador, 2018.

SHIRO, Rodrigo Nuri da Silva. Projeto e execução de um pavimento permeável em dupla camada. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) — Universidade do Estado de Mato Grosso, Tangará da Serra, 2019.

SPRONKEN-SMITH, R. *et al.* Evaluating student perceptions of learning processes and intended learning outcomes under inquiry approaches. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, v. 37, n. 1, p. 57-72. 2012.

VILLAS-BOAS, V. *et al.* A survey of active learning in Brazilian engineering schools. 11th Active Learning in Engineering Education – ALE2012. Copenhagen, Denmark. 2012.

VOOGT, J.; ROBLIN, N. P. A comparative analysis of international frameworks for 21st century competences: Implications for national curriculum policies. *J. curriculum studies*, v. 44, n. 3, p. 299-321, 2012. Disponível em: <<https://ris.utwente.nl/ws/portalfiles/portal/6892914/Voogt12teaching.pdf>>. Acesso em: 15 nov. 2021.

Agradecimentos

Os autores agradecem a UNEMAT e as empresas envolvidas com as atividades realizadas que de alguma forma contribuíram para que esse trabalho fosse realizado.

Capítulo 3

Uma abordagem para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral contemplando circuitos elétricos

Nival Nunes de Almeida¹²
Valquiria Villas-Boas Gomes Missell¹³
Simone Leal Schwertl¹⁴
Márcia Jussara Hepp Rehfeldt¹⁵

1- Introdução

Os currículos dos cursos de Engenharia Elétrica ofertam a disciplina de Circuitos Elétricos, que é fundamental para diversas outras da área. Normalmente, ela é composta de uma parte teórica e uma parte laboratorial, para as quais são necessários os conhecimentos do Cálculo Diferencial e Integral e da Física. Um exemplo de um conhecimento a ser desenvolvido é como obter a resposta a um circuito RC Série, que é um circuito elétrico composto pelos dispositivos Resistor e Capacitor, ligados em série, com uma fonte de Corrente Contínua (CC).

Em uma primeira abordagem, os comportamentos desses dispositivos são estudados, usualmente, em uma disciplina tratando dos conceitos básicos de Eletricidade e Magnetismo e que abordam, por exemplo, a dissipação de energia no Resistor (R), o armazenamento de energia no Capacitor (C) e o fornecimento de energia da fonte de tensão. Além disso, por meio das leis dos circuitos elétricos (Leis de Kirchhoff), os estudantes modelam o circuito utilizando equações diferenciais, por meio das quais relacionam a resposta a ser

¹² Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ. nivalnunes@yahoo.com.br

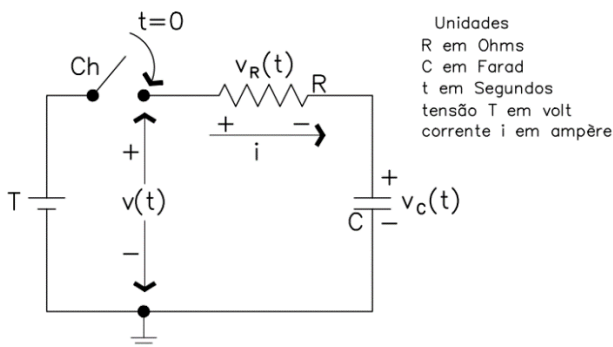
¹³ Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS. vvillasboas@gmail.com

¹⁴ Fundação Universidade Regional de Blumenau – FURB. sileal@furb.br

¹⁵ Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES. mrehfeldt@univates.br

encontrada e a excitação do circuito proporcionada pela fonte de energia. Na Figura 1, a excitação do circuito é realizada pela bateria (fonte de corrente contínua, nomeada de CC) ao acionar a chave (instante inicial), que é representada pela função de tensão v , que depende da variável tempo, denotada por t . A partir daí, sendo v_R a tensão no resistor em relação ao tempo, o estudo é dedicado a se obter a resposta à referida excitação, ou seja, a função de tensão no capacitor em relação ao tempo, dada por v_C , e a função de corrente no circuito, denotada por i e que também depende do tempo.

Figura 1 – Excitação do circuito proporcionada pela fonte de energia



Fonte: Autores deste estudo

Diante do contexto apresentado, um propósito do presente texto é discutir uma forma de abordar conceitos envolvidos na modelagem e solução de circuitos elétricos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, a fim de, por meio da contextualização, explicitar aos estudantes do núcleo comum do curso de Engenharia Elétrica a importância desta disciplina.

Usualmente, os alunos dos primeiros semestres dos cursos de Engenharia anseiam por compreender a aplicabilidade de conteúdos como derivadas e integrais (Stefenon; Porta, 2023). Ademais, vários estudos apresentados em edições anteriores do COBENGE e artigos como o de Stefonon e Porta (2023) ilustram que os índices de evasão nas Engenharias nos primeiros semestres são elevados e isso tem uma forte correlação com a pouca motivação para estudar conteúdos descontextualizados. Neste sentido, em um curso de Engenharia Elétrica, um exemplo contemplando circuitos elétricos pode minimizar esta situação.

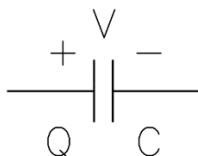
2- O desenvolvimento da solução

Inicialmente, sem muito rigor, pode-se relembrar o comportamento de um capacitor, que é um dispositivo elétrico, a partir de conceitos apresentados no Ensino Médio, pois cogita-se que esse conteúdo seja estudado em uma disciplina de Física. Nesse sentido, a quantidade de carga elétrica Q , cuja unidade física é o Coulomb, pode ser expressa por:

$$Q = CV \quad (1)$$

na qual V é a diferença de potencial (DDP) elétrico nos terminais do dispositivo, cuja unidade é o Volt e sua capacitância C (quantidade de energia elétrica que pode ser armazenada), cuja unidade é o Farad. A Figura 2 mostra uma simbologia simplificada da representação do dispositivo:

Figura 2 – Simbologia simplificada da representação do dispositivo



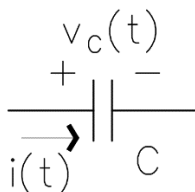
Fonte: Autores deste estudo

Essa configuração é possível quando a tensão é constante. Contudo, quando a carga elétrica varia com o tempo, a expressão anterior passa a ser escrita como:

$$q(t) = C v_c(t) \quad (2)$$

em que a tensão varia com o tempo e C é constante, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Variação da tensão



Fonte: Autores deste estudo

Além do mais, os instrumentos elétricos mais usados pelos engenheiros eletricitas (multímetros) medem correntes e tensões de diversos dispositivos elétricos. Assim, ao invés de se medir a quantidade de carga elétrica Q , pode-se medir a corrente elétrica, que é dada pela taxa de variação da quantidade de carga elétrica em relação à variação do tempo. A seguinte expressão pode resumir essa taxa de variação:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (3)$$

em que a corrente é dada em ampère. Essa expressão é, normalmente, apresentada aos estudantes no Ensino Médio. No caso do Ensino Superior, essa taxa pode ser expressa por:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (4)$$

A partir das equações, pode-se ter para o capacitor a seguinte expressão:

$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} \quad (5)$$

ou ainda

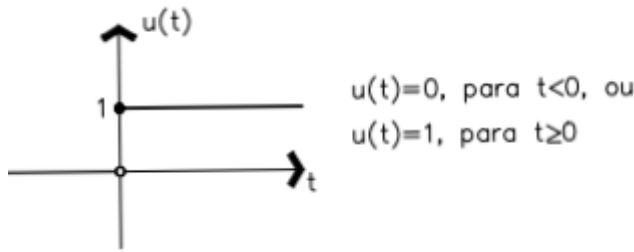
$$v_c(t) = \left(\frac{1}{C}\right) \int i(t) dt \quad (6)$$

No tocante ao circuito apresentado na introdução, ao se fechar a chave Ch, instante denominado “zero” ou $t = 0$, a tensão de excitação do circuito em relação ao tempo pode ser expressa por v , do seguinte modo:

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V, & t \geq 0 \end{cases}$$

Essa forma de apresentar pode ser feita a partir da função degrau unitário ou função de Heaviside, conforme gráfico a seguir (Figura 4).

Figura 4 - Função de Heaviside



Fonte: Autores deste estudo

Assim, v pode ser expressa por: $v(t) = V \cdot u(t)$, isto é, igual ao produto da tensão de excitação do circuito, que é igual à da fonte de tensão (uma bateria de V volts), pela função degrau unitário.

Revisitando os conceitos das leis dos circuitos, pode-se expressar a tensão de excitação v como a soma das quedas de tensões encontradas no resistor, v_R , e no capacitor, v_C , isto é:

$$v(t) = v_R(t) + v_C(t) \quad (7)$$

Usando-se a lei de Ohm no resistor R , $v_R(t) = R \cdot i(t)$, e por meio de (5), pode-se afirmar que:

$$v(t) = R \cdot i(t) + \left(\frac{1}{C}\right) \int i(t) dt,$$

ou

$$R \cdot i(t) + \left(\frac{1}{C}\right) \int i(t) dt = v(t) \quad (8)$$

deixando-se tudo em função da variável corrente.

Do mesmo modo, por meio da função degrau unitário, tem-se:

$$R \cdot i(t) + \left(\frac{1}{C}\right) \int i(t) dt = V \cdot u(t) \quad (9)$$

Considerando-se o tempo $t > 0$, isto é, logo após o fechamento da chave Ch, (9) pode ser escrita da seguinte forma:

$$R \cdot i(t) + \left(\frac{1}{C}\right) \int i(t) dt = V \quad (10)$$

Assim, derivando ambos os membros de (10) em relação à variável t , tem-se:

$$R \cdot \frac{di(t)}{dt} + \left(\frac{1}{C}\right) \cdot i(t) = 0 \quad (11).$$

A partir de (11), obtém-se: $R \cdot \frac{di(t)}{dt} = -\left(\frac{1}{C}\right) \cdot i(t)$

ou, equivalentemente, $\frac{di(t)}{dt} = -\left(\frac{1}{RC}\right) \cdot i(t)$

Integrando os dois membros desta última equação em relação à variável t , tem-se: $\ln(i(t)) = -\frac{1}{RC} t + M$, sendo M uma constante real arbitrária. Por fim, aplicando-se a definição de logaritmo neperiano aos dois membros desta última igualdade, obtém-se: $i(t) = e^{\frac{-t}{RC} + M}$. Denotando-se e^M pela constante real K , a última equação pode ser escrita como:

$$i(t) = K \cdot e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)} \quad (12)$$

Uma interpretação física importante é que antes da chave Ch ser acionada, instante denotado por 0^- , o capacitor está descarregado, ou seja, a carga do capacitor é nula e a diferença de potencial em seus terminais é zero. Portanto, logo após a chave ser acionada, no instante denotado por 0^+ , o capacitor, por apresentar uma inércia à variação da DDP em seus terminais (isto é, ela não varia instantaneamente), permanece momentaneamente com seu valor da tensão inalterado. Daí, pode-se afirmar que:

$$v_C(0^-) = v_C(0^+) = 0.$$

Portanto, a partir de (7):

$$\begin{aligned} v(0^+) &= v_R(0^+) + v_C(0^+), \text{ ou seja,} \\ v &= R \cdot i(0) + 0, \text{ ou ainda} \\ i(0) &= \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (13)$$

A partir de (12), $i(0) = K e^{-\left(\frac{0}{RC}\right)}$, segue então que:

$$\begin{aligned} \frac{v}{R} &= K e^0, \text{ donde} \\ K &= \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (14)$$

Assim sendo,

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{V}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}, \text{ para } t \geq 0, \text{ ou ainda} \\ i(t) &= \frac{V}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)} \cdot u(t) \end{aligned} \quad (15)$$

Além disso, pode-se obter a tensão no capacitor por meio de (7),

$$\begin{aligned} V \cdot u(t) &= R \cdot i(t) + v_C(t), \text{ ou ainda} \\ v_C(t) &= V \cdot u(t) - R \cdot i(t) \text{ e, por (15), segue que:} \end{aligned}$$

$$v_c(t) = V \cdot u(t) - R \frac{V}{R} e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)} \cdot u(t)$$

Obtém-se, então, a seguinte expressão para tensão no final capacitor, dada em volts:

$$v_c(t) = V \cdot u(t) - V \cdot e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)} \cdot u(t), \text{ ou ainda:}$$

$$v_c(t) = V \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{t}{RC}\right)}\right] \cdot u(t) \quad (16)$$

Da observação das equações desenvolvidas até esse ponto do texto, pode-se constatar a importância dos conhecimentos de função, derivada e integral, normalmente estudados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, para a compreensão de fenômenos que ocorrem nos circuitos elétricos, em particular, no RC considerado neste capítulo.

3- Ponderações do professor de Física à luz da aprendizagem significativa das Ciências Básicas e da Matemática no problema em questão

Segundo Fernandes (1998), já na Educação Básica, a maioria dos estudantes considera as aulas de Ciências como uma coleção aparentemente enfadonha de nomes, esquemas, ciclos, estruturas e funções a serem memorizados. Com a Matemática não é diferente:

As representações sociais sobre o que é a Matemática são múltiplas, dependem de inúmeros fatores, e parecem ter influência na forma como se aprende e se ensina Matemática. O ensino da Matemática depende, em grande parte, da ideia que dela se tem, e, conseqüentemente, de sua epistemologia. Um mesmo assunto matemático pode ser abordado de diversas maneiras, integrado em diferentes sequências programáticas, com intenções que podem diferir de professor para professor pressupondo diferentes valores (Guimarães, 1988 apud Graça; Moreira, 2004, p. 46).

Assim, a questão que se coloca é: como motivar os estudantes ao estudo das Ciências Básicas e Matemática nos cursos de Engenharia e como estimular seu interesse e participação? A resposta, claro, não é simples e nem há uma receita pronta. Contudo, é necessário buscar soluções, refletir sobre o assunto e trocar experiências.

As dificuldades com a disciplina de Cálculo também podem ser encontradas nas disciplinas de Física. É fato bem conhecido que estudantes de cursos superiores trazem para as disciplinas de Física conhecimentos e explicações provenientes de sua experiência cotidiana e profissional. Nas últimas décadas, no caso particular do estudo de circuitos elétricos, pesquisadores tais como McDermott (1991, 1996), Picciarelli *et al.* (1991), Evans (1978), Balen (1998), Engelhardt e Beichner (2004), Balen, Villas-Boas e Catelli (2008) estudaram estas concepções alternativas ou errôneas com a intenção de promover mudanças e aperfeiçoar os processos de ensino e de aprendizagem. Como afirma McDermott (1991):

algumas concepções errôneas são de tal maneira sérias que podem tornar o ensino significativo uma tarefa impossível, mesmo quando o desempenho na solução de problemas quantitativos não é afetado. Mesmo que uma dificuldade de raciocínio ou de conceitos esteja predominantemente presente entre os estudantes, ela pode estar latente e conseqüentemente não aparente, nem para eles, nem para o professor. Algumas concepções errôneas podem ser atribuídas a uma experiência limitada. Outras podem resultar de falsas interpretações da experiência prévia. Nestes casos, a concepção errônea pode adquirir a solidez de uma crença. Dificuldades neste nível provaram ser altamente resistentes ao método convencional de ensino-aprendizagem (McDermott, 1991, p. 307-308, tradução nossa).

Ao analisarem circuitos elétricos, os estudantes os veem de uma forma fragmentada, em contraste com uma visão global. Segundo McDermott e Shaffer (1992), existe aí alguma evidência de que os estudantes mudam seus padrões de raciocínio adaptando-os à questão que eles têm em mãos. Em outras palavras, eles podem “pular” entre uma visão fragmentada e uma abordagem mais ampla, dependendo da necessidade que têm ou da questão específica que estão tentando resolver.

No caso de circuitos elétricos elementares, os estudantes, aparentemente, não usam um modelo único, simples e consistente para analisar os fenômenos elétricos (Pietrocola, 2001). Ao invés disso, os estudantes usam uma das três formas seguintes de raciocínio: sequencial, local ou de superposição (Picciarelli *et al.*, 1991; Engelhardt; Beichner, 2004). Se um elemento de um circuito, tal como um resistor, tem sua posição alterada neste circuito, o estudante terá que analisar o circuito em termos de “antes” ou “após” a passagem da corrente em um dado ponto, mobilizando então o raciocínio sequencial. Uma troca

nos elementos do “início” do circuito influenciaria os elementos que vêm depois, enquanto trocas nos elementos “do fim” do circuito não afetariam os que estão localizados no começo. O resultado desta troca é percebido analisando-se a corrente elétrica. A corrente em um circuito é influenciada por um resistor quando ela “o atinge”; a informação [quando a corrente chega ao ponto onde o resistor está localizado] é transmitida na direção do fluxo, mas não na direção oposta. Por outro lado, o raciocínio local é evidenciado por aqueles estudantes que focalizam a atenção em um ponto do circuito e desprezam tudo o que acontece nos demais. Um exemplo de mobilização de raciocínio local se dá, por exemplo, quando estudantes olham para uma bateria como uma fonte de corrente constante e não como uma fonte de tensão constante. Uma bateria como fonte de corrente forneceria, segundo esse raciocínio, corrente constante, independente do circuito que a ela fosse conectado.

Nas palavras de McDermott e Schaffer (1992, p. 1002), “para atingir uma mudança conceitual significativa é necessário engajar os estudantes em um nível intelectual suficientemente profundo [...]. Existe a necessidade de material instrucional que provoque a participação mental ativa dos estudantes no processo de aprendizagem”.

A concepção de ensinar e aprender, os papéis do professor e do estudante, exigem no cenário atual um processo que crie condições para a ocorrência de uma “aprendizagem significativa”, estabelecendo relações entre os conhecimentos novos e os prévios. Assim, ensinar é mais que informar. Ensinar é incentivar o estudante a pensar, a interpretar informações e, com isso, produzir formas de resolver situações-problema, interagindo com colegas, analisando demandas, propondo ações e tomando decisões.

Ambientes de aprendizagem, que favoreçam tal perfil de formação, caracterizam-se em espaços nos quais professores e estudantes atuam juntos para o desenvolvimento de habilidades, criando condições por meio de uma sequência de atividades que visem capacitar o engenheiro como um futuro profissional criativo e inovador, e que esteja apto a transpor e desenvolver conhecimentos novos para lidar de forma adequada com a realidade. Processos de ensino e de aprendizagem coerentes com esta tendência necessitam estar focados cada vez mais em ações dos estudantes com situações que favoreçam a interação, a colaboração, a troca de conhecimentos e o desenvolvimento de aprendizagens significativas (Ausubel, 2003).

Para Ausubel (2003), a aprendizagem significativa resulta de um processo de ensino e de aprendizagem, no qual o professor cria condições para

o aluno interagir utilizando objetos de aprendizagem, materiais diversos, desafios, problemas, experimentos e mecanismos de ensino potencializadores de aprendizagem significativa, buscando, com recursos variados, um maior envolvimento do estudante no processo.

Utilizar situações-problema da Física e da Engenharia para que os estudantes que futuramente atuarão nesta área de conhecimento aprendam Cálculo, pode ser uma ação benéfica tanto para o estudante quanto para o professor. O primeiro poderá vivenciar uma experiência contextualizada em sua futura área de atuação profissional. O segundo terá a oportunidade de refletir acerca de seus objetivos de ensino, de questões de natureza tecnológica, do emprego de recursos variados, de problemas reais, de atividades experimentais, dentre outros. Essas ações docentes são estratégicas para desenvolver habilidades novas, tanto para o professor quanto para o estudante, com o objetivo de tornar os processos de ensinar e de aprender instrumentos de construção humana comprometidos com as necessidades da sociedade.

4- Desafios do professor de Cálculo Diferencial e Integral

Interpretar matematicamente um problema contemplando circuitos elétricos não é uma tarefa fácil para o professor que ensina Matemática em um curso de Engenharia Elétrica. Uma das dificuldades iniciais tem relação com os conceitos ou denominações utilizadas, pois para o engenheiro eletricitista, um físico e um matemático, por exemplo, o mesmo problema pode ser expresso de várias formas. Assim, alguns desafios a serem pensados poderiam ser os seguintes: (i) será que o professor de Cálculo Diferencial e Integral compreende, fisicamente, o que é um circuito elétrico? (ii) é desejável este professor ter presente em sua estrutura cognitiva conceitos tais como carga elétrica, diferença de potencial e capacitância? (iii) taxa de variação e derivadas são utilizadas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral como tendo o mesmo significado? (iv) nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral, as demonstrações matemáticas são realizadas? De que forma? Os alunos compreendem-nas? (v) e se o professor de Cálculo Diferencial e Integral, na tentativa de explicar um conceito matemático incorrer em um erro na área da Física, qual repercussão isso terá na formação do engenheiro eletricitista?

Outro aspecto com o qual o professor de Cálculo Diferencial e Integral se depara no início do curso é a falta de conhecimentos prévios dos alunos. Estudos como os de Rehfeldt *et al.* (2012) mostram lacunas de aprendizagem nas propriedades dos logaritmos e nas noções de trigonometria. No exemplo

aqui proposto, requer-se que o aluno tenha conhecimentos de logaritmos e de suas propriedades. Um terceiro aspecto diz respeito ao docente que ensina Cálculo Diferencial e Integral. Qual seria a formação adequada? Matemático ou engenheiro? Se matemático, pode faltar-lhe o conhecimento prático, aplicado e implícito à formação do profissional da área da Engenharia e, se engenheiro, pode faltar-lhe o rigor matemático. De acordo com Rehfeldt e Quartieri (2015):

sabe-se que professores e pesquisadores da área da Matemática, às vezes apresentam dificuldades de pensar como um engenheiro e quais competências ele precisa desenvolver para exercer sua profissão. No entanto, discutir, problematizar e cercar-se de incertezas pode contribuir na elaboração de um currículo voltado à formação de um profissional criativo, crítico e capaz de adaptar-se à sociedade (Rehfeldt; Quartieri, 2015, p. 80).

Por outro lado, se for engenheiro, ele por vezes pode incorrer na simplificação da situação. Neste caso, demonstrações matemáticas e compreensões teóricas deixam de ser aprofundadas.

Neste sentido, a cultura digital contemporânea, essencialmente com o avanço dos recursos tecnológicos de informação e comunicação, traz possibilidades reais para que o trabalho do professor engenheiro e do professor matemático seja complementar, mesmo com o distanciamento das fases do curso que atuam, ou seja, diante de um planejamento que contemple necessidades do ciclo básico e específico, estes recursos podem levar os conhecimentos e até mesmo a fala do professor engenheiro para o contexto das aulas de Cálculo Diferencial e Integral ministradas pelos matemáticos e vice-versa.

Com esta compreensão, o diálogo como o que está sendo proposto neste artigo pode esclarecer alguns pilares para que se estabeleça uma parceria efetiva entre os professores da área básica e da área específica e desta forma, favorecer a compreensão e a apropriação de conceitos como os de derivadas, integrais, logaritmos, entre outros.

5- Considerações finais

A teoria da aprendizagem significativa traz elementos substanciais para que se compreenda por que os alunos não se motivam ou não se apropriam dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, essencialmente quando estes são

ensinados como meras ferramentas para resolução de problemas exclusivamente em contextos intramatemáticos ou ainda pouco significativos para os estudantes.

Contudo, cabe pontuar que os desafios dos professores de Cálculo Diferencial e Integral vão além das questões teóricas, existem questões de ordem prática que precisam ser enfrentadas, tais como: diferentes linguagens e/ou simbologias usadas pelos professores do ciclo básico e profissionalizante e a maturidade conceitual dos alunos para associar os conteúdos (Schwertl *et al.*, 2004). Nesse sentido, no que tange ao trabalho com circuitos elétricos, geralmente abordado de forma mais contextualizada em disciplinas específicas a partir do quinto semestre do curso, a experiência em sala de aula, permite afirmar que um número expressivo de estudantes não adquiriu autonomia e tem poucos conhecimentos prévios, para relacionar os conceitos vistos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral e Física, às ponderações realizadas pelo professor da área específica.

Além dos aspectos já mencionados, uma justificativa que merece ser destacada é o fato dos alunos estarem chegando às IES, cada vez mais, com falta de conhecimentos prévios na formação básica. Nesse contexto, cabe ao professor da área de Matemática, o qual normalmente atua nos primeiros semestres dos cursos de Engenharia, trabalhar as dificuldades relacionadas à Matemática básica dos alunos ingressantes, proporcionar uma aprendizagem significativa dos novos conteúdos, relacionando-os com aquilo que já sabem e ainda cumprir com o conteúdo das ementas. Diante desse contexto, o professor da área específica deverá estar consciente de que, para uma consistente apropriação dos novos conhecimentos, provavelmente, será, para a maioria dos estudantes, necessário a retomada de conceitos e propriedades trabalhadas no ciclo básico ao abordar, por exemplo, um circuito elétrico como detalhado no presente texto. Em síntese, é necessário o estabelecimento de uma parceria entre os professores do ciclo básico e do profissionalizante, com vistas à redução ou minimização dos efeitos do uso de diferentes linguagens, bem como discussões acerca dos conceitos e da forma de resolução de problemas relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral e à Física.

Referências

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2023.

BALEN, Osvaldo. O conceito de circuito elétrico na concepção dos alunos egressos do 2º grau. **Revista do CCET**, v. 1, n. 1, p. 67-75, 1998.

BALEN, Osvaldo; VILLAS-BOAS, Valquíria; CATELLI, Francisco. Concepções Alternativas e Aprendizagem Ativa em um Contexto de Ensino–Aprendizagem de Circuitos Elétricos nas Físicas Introdutórias para Engenheiros. In: COBENGE, 36, 2008. São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, 2008.

ENGELHARDT, Paula. V.; BEICHNER, Robert. J. Students' understanding of direct current resistive electrical circuits. **American Journal of Physics**, v. 72, n. 1, p. 98-115, 2004.

EVANS, James. Teaching electricity with batteries and bulbs. **The Physics Teacher**, v. 16, n. 1, p. 15-22, 1978.

FERNANDES, Helder Lima. Um naturalista na sala de aula. **Ciência e Ensino**. Campinas, v. 5, p. 3-5, 1998.

GRAÇA, Margarida; MOREIRA, Marco Antonio. Representações sociais sobre a matemática, seu ensino e aprendizagem: um estudo com professores do ensino secundário. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, vol. 4, n. 3, p. 41-73, 2004.

McDERMOTT, Lilian. Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned-Closing the gap. **The American Journal of Physics**, v. 59, n. 4, p. 301-315, 1991.

MCDERMOTT, Lilian. **Physics by inquiry**. New York: Wiley, 1996.

MCDERMOTT, Lilian; SCHAFFER, Petter S. Research as a guide for curriculum development: an example from introductory electricity. Part 1: Investigation of student understanding. **American Journal of Physics**, v. 60, n. 11, November, p. 994-1003, 1992.

PICCIARELLI, Valentina *et al.* A Study of University Students' Understanding of Simple Electric Circuits Part 1: Current in d.c. Circuits. **European Journal of Engineering Education**, v. 16, n. 1, p. 41-56, 1996.

PIETROCOLA, Mauricio. Modelling in physics and physics education: Models and modelling in physics education. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 23, n. 3, p. 318-332, 2001.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp *et al.* Investigando os conhecimentos prévios dos alunos de cálculo do Centro Universitário Univates. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 31, n. 1, p. 24-30, 2012. Disponível em: <http://107.161.183.146/~abengeorg/revista/index.php/abenge/article/viewFile/106/86>. Acesso em: 22 abril 2018.

REHFELDT, Márcia Jussara Hepp; Quartieri, Marli Teresinha. **Atividades matemáticas para os cursos de engenharias**. Lajeado: Editora da Univates, 2015.

SCHWERTL, Simone Leal *et al.* Conexão de conhecimentos básicos e específicos em engenharia – Uma questão de linguagem? In: COBENGE, 32, 2004. **Anais [...]** Brasília, 2004.

STEFENON, Leticia Oberoffer; PORTA, Leonardo Dalla. Aprendizagem significativa: uma compreensão do conceito de derivada na engenharia. In: Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa. 8. 2023. **Anais** [...] Pernambuco, 2023.

Capítulo 4

Modelagem do nível de um tanque: um estudo interdisciplinar

Laurete Teresinha Zanol Sauer¹⁶

Luis Antonio Rezende Muniz¹⁷

Isolda Gianni de Lima¹⁸

1- Introdução

A atualização e o aperfeiçoamento dos professores, em todas as áreas do conhecimento, é uma necessidade, diante dos desafios e das transformações inerentes às mudanças de paradigmas, às alterações de valores e de costumes, tanto ambientais, quanto comportamentais. Essas mudanças são de tal magnitude que muitas vezes as instituições sociais enfrentam dificuldades em acompanhar e propor novas maneiras de enfrentá-las. No contexto educacional, é fundamental que a Universidade seja capaz de responder às necessidades que se apresentam e uma das formas de realizar essa tarefa consiste em proporcionar a qualificação didático-pedagógica permanente dos seus professores, o que pode ser feito por meio de seminários, discussões em grupos ou outras ações envolvendo professores interessados e conscientes dessa necessidade.

Com efeito, a consciência sobre as dificuldades que professores e estudantes encontram ao lidarem com a Matemática, aliada à da necessidade de enfrentarem essa questão, dada a sua importância no contexto educacional e seus reflexos nos mais diversos setores da atividade humana, constitui um desafio e um compromisso dos diversos segmentos das instituições educacionais. A superação de dificuldades evidenciadas requer a revisão e, não raro, o abandono de algumas práticas pedagógicas consolidadas, o que não é

¹⁶ Universidade de Caxias do Sul. lzsauer@ucs.br

¹⁷ UpControl - Engenharia de Processos e Controle Digital. muniz@upcontrol.com.br

¹⁸ Universidade de Caxias do Sul. iglim1@gmail.com

fácil e somente pode ser desencadeado na reflexão sobre tais práticas e na consequente tomada de consciência da necessidade e de possibilidades de mudança (Elmôr-Filho *et al.*, 2019).

Entendemos, pois, que, no papel de profissionais da Educação em Engenharia, temos um compromisso a ser assumido perante a sociedade. Trata-se de propor e experimentar alternativas que visem qualificar a ação docente, na busca de estratégias metodológicas que propiciem a implementação de ações didáticas que avancem o repasse de informações e boas explicações, como tarefa principal do professor.

Tais ações precisam ser caracterizadas com base em estratégias pedagógicas, tais como mostrar caminhos, orientar e estimular a busca própria do aprender, como forma de proporcionar o desenvolvimento de aptidões que caracterizam indivíduos seguros, criativos e empreendedores, capazes de gerenciar a própria formação científica e intelectual, dentre outras competências recomendadas em projetos pedagógicos dos cursos de graduação em Engenharia, bem como em documentos oficiais, como é o caso da Resolução CNE/CES nº 2/2019, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para os cursos de Engenharia (Brasil, 2019).

Entendemos, assim como propõem Lima *et al.* (2017), que:

são necessárias algumas ações efetivas. Em primeiro lugar, é essencial o envolvimento dos professores de CBM (Ciências Básicas e Matemática) das engenharias com pesquisas na área da Educação, buscando a compreensão efetiva dos diferentes aspectos dos processos de ensino e de aprendizagem das CBM em cada um dos cursos de graduação nos quais essas disciplinas estão presentes (Lima *et al.*, 2017, p.31).

Ainda, os mesmos autores ressaltam a importância de conhecer experiências bem-sucedidas, repeti-las, analisá-las e divulgá-las, a fim de proporcionar aos colegas interessados, a possibilidade, não somente de conhecer novas práticas, mas, também, de adaptá-las aos próprios contextos de atuação profissional. E, consequentemente, ampliar o próprio banco de situações-problema contextualizadas.

De acordo com Villas Boas *et al.* (2020), propostas metodológicas baseadas na transmissão de informações descontextualizadas, certamente não serão suficientes para que o futuro engenheiro seja capaz de utilizá-las adequadamente em outras situações; de analisar novos problemas, integrando

conhecimentos multidisciplinares ou de elaborar novos projetos, propondo soluções técnica e economicamente competitivas, ou mesmo de pesquisar, extrair resultados, analisar e elaborar conclusões, propondo soluções para problemas de interesse.

Em grande parte das instituições universitárias, a estratégia metodológica predominante no ensino de disciplinas de cursos de graduação em Engenharia ainda prioriza a aula expositiva, centrada na fala do professor que 'transmite' os conteúdos, cabendo ao estudante resolver listas de exercícios como forma de reter os conteúdos apresentados. A mesma constatação é apresentada por Becker (2012), como resultados de suas pesquisas envolvendo professores de Matemática, de modo geral.

Nesses ambientes o estudante é passivo no processo de aprendizagem e, dependendo dos estilos de aprendizagem e das características particulares de cada sujeito, isso pode tornar mais difícil o desenvolvimento de habilidades de interpretação, raciocínios espaciais, lógicos e matemáticos, leitura e interpretação de desenhos, gráficos e imagens, de síntese de informações ou de argumentações aliadas à compreensão e à expressão em língua portuguesa, todas essas, dentre outras já mencionadas, também presentes na lista de competências a serem desenvolvidas por estudantes de cursos de graduação em Engenharia.

Para enfrentar esta realidade, entendemos que a reflexão sobre a prática pedagógica pode permitir a percepção de novas possibilidades, o que nos leva a buscar, além de fundamentação teórica e aperfeiçoamento tecnológico, conhecimentos imprescindíveis para a ação docente, sobre como os estudantes aprendem, pois, saber o que vamos ensinar não implica conhecer somente o conteúdo, mesmo sendo esta uma das prioridades.

Como educadores, lidamos essencialmente com a construção do conhecimento. Consequentemente, torna-se imprescindível que nos envolvamos com questões como o que é conhecimento, qual é a origem do conhecimento e como ele é construído, desenvolvido e aprendido. Também é preciso refletir sobre o que entendemos por aprendizagem, como o ser humano aprende e como podemos, na condição de professores, participar satisfatoriamente desse processo. O resultado destas reflexões deve fundamentar nossas ações pedagógicas. Precisamos decidir se a aprendizagem se resume em momentos de memorização de conteúdos fragmentados e não contextualizados, que dependem de capacidades perceptivas, ou se é fonte de compreensão da realidade, de observação questionadora e de possibilidade de

argumentação, que permita produzir e estimular a capacidade de criar e de recriar. Nesta seção refletimos sobre possíveis concepções de aprendizagem, bastante presentes em ambientes educacionais, com o objetivo de compartilhar, justificando, as práticas que temos adotado, de acordo com concepções interacionistas, que dão suporte ao nosso fazer pedagógico. Queremos concluir que a aprendizagem, assim entendida, pode favorecer uma compreensão maior da vida e formas de viver que nos realizem e desenvolvam nossas capacidades (Lima; Sauer, 2001).

Com efeito, que base conceitual pode fundamentar o planejamento de ambientes de aprendizagem nos quais o aprendiz seja visto em sua multidimensionalidade, com seus diferentes estilos de aprendizagem e suas diferentes formas de resolver problemas e de perceber a realidade? Um paradigma que leve em conta a interdependência entre os processos de pensamento, de construção do conhecimento e do ambiente, que promova a visão de contexto, sem separar o homem do seu ambiente e de seus relacionamentos, auxiliando-o a perceber o mundo como uma teia sistêmica e interligada, de forma a evidenciar os processos cíclicos da natureza, da qual somos parte? Um paradigma que desencadeie um novo sistema ético com valores, percepções e condutas que contribuam para o desenvolvimento sustentável? (Valentini; Soares, 2010).

Para responder tais questionamentos podemos começar considerando, ainda que, em linhas gerais, as principais teorias de aprendizagem que norteiam práticas pedagógicas vigentes.

Conforme Becker (1994, grifos nossos), na concepção **empirista** de aprendizagem, encontra-se a Psicologia behaviorista (ou comportamentalista), cuja explicação é baseada na ideia do condicionamento, ou seja, a aprendizagem é uma modificação do comportamento, gerada por um estímulo externo daquele que ensina, para aquele que aprende. As práticas pedagógicas, neste caso, estão centradas no professor e baseiam-se na transmissão de conteúdos e no controle, refletindo mudanças sistemáticas e operacionais no ambiente e na proposta de trabalho, a fim de tornar mais prováveis as respostas desejadas. O aluno, por sua vez, é passivo no processo, agindo somente em resposta a estímulos externos, provenientes do professor ou do ambiente e o conhecimento passa a ser entendido como uma sequência de estímulos e respostas.

De outro modo, também explica Becker (1994), temos a concepção **apriorista**, a Psicologia da Gestalt (em alemão: forma, configuração,

contorno), que supervaloriza a percepção e explica a aprendizagem como algo que ocorre de modo súbito, por *insight*, por uma capacidade inata, “a priori”, que o indivíduo traz consigo. De acordo com esta teoria, a percepção humana não é a soma dos dados sensoriais, mas passa por um processo de reestruturação que configura uma forma, uma *gestalt*; não percebemos conjuntos de elementos, mas unidades estruturadas; o todo é mais do que a soma das partes. As práticas pedagógicas, neste caso, aparentemente centradas no aluno, visam permitir que o *insight* ocorra, a partir de atividades estruturadas de tal forma que os aspectos significativos sejam percebidos.

Por fim, encontramos a **Epistemologia Genética** de Jean Piaget, que nos explica como se dá o desenvolvimento cognitivo, desde o nascimento até a adolescência, quando ocorre a formalização do conhecimento. Analisando as concepções anteriores, Piaget (1978a) destaca aspectos positivos encontrados em ambas, quando afirma, favoravelmente ao empirismo, que, conforme suas pesquisas, a experiência é um dos fatores fundamentais na construção do conhecimento. Também destaca, a favor do apriorismo, a importância dos processos internos, da bagagem genética. E aponta um fator comum às duas, apesar de serem inconciliáveis: a passividade do sujeito. Este é o fator fundamental, o que distingue sua posição das anteriores. Justifica que é por meio da interação entre ambos, os fatores externos e os internos, que ocorre o desenvolvimento e a formação do conhecimento. Aprendizagem, de acordo com Piaget (1978b), só ocorre em ação, isto é, quando o sujeito age sobre os objetos e sofre as influências desta ação sobre si mesmo. Mas é somente a ação motivada que tem sentido, aquela que o indivíduo sente como necessária, espontânea, que vem de dentro. É a ação que emerge das perguntas, que provoca reflexões e desequilíbrios. A ação que é só do exterior, do outro, e que é apenas observada, mesmo que seja com atenção, não frutifica. Com efeito, o conhecimento nasce quando o ser humano se apropria do seu pensar.

Assim sendo, torna-se imprescindível, para qualquer mudança em Educação em Engenharia, que os professores e as instituições tomem para si a responsabilidade de propor e experimentar estratégias que colaborem para o desenvolvimento cognitivo e propiciem novas possibilidades de (re)construção de noções e conceitos em disciplinas básicas.

Com tais pressupostos, apresentamos, neste capítulo, uma sequência didática planejada por três professores de cursos de Engenharia, sendo um professor da disciplina de Modelagem de Processos Químicos e duas professoras de disciplinas de Matemática para a Engenharia. A referida

sequência didática foi constituída com base em um problema clássico da Engenharia Química, problema esse que requer a mobilização efetiva de conceitos trabalhados em disciplinas de Matemática para Engenharias. Para a identificação e utilização do referido problema, encontramos, como possibilidade de interdisciplinaridade, o próprio diálogo entre os professores por elas responsáveis, empenhados em qualificar os processos de ensino e aprendizagem, sob sua responsabilidade.

Assim apresentamos, na próxima seção, a descrição do problema, bem como do respectivo modelo matemático e sua resolução usando a Transformada de Laplace. Na seção 3, o planejamento e a aplicação da referida sequência didática, desenvolvida em etapas a serem descritas. A seção 4 é dedicada, então, aos conceitos abordados, do ponto de vista da Matemática envolvida e de como entendemos poder contemplar a situação descrita, ao tratar de conceitos básicos de Matemática para Engenharia. Por fim, na seção 5, há considerações finais sobre o que foi apresentado e perspectivas de novas possibilidades.

2- O problema

De acordo com Anton *et al.* (2014) a modelagem matemática desempenha um papel crucial na Engenharia, pois permite representar, de maneira sistemática e quantitativa, o comportamento de sistemas físicos.

Para Kreyzig (2009a),

[...] os alunos precisam possuir uma clara visão do que vem a ser a matemática para a engenharia, além de compreender que isso lhes requer proficiência em todas as três fases da resolução de problemas:

Modelagem, ou seja, a tradução de um problema de natureza física ou outra qualquer, para uma forma matemática, ou um *modelo* matemático; pode ser uma equação algébrica, uma equação diferencial, um gráfico ou alguma outra expressão matemática.

Resolução do modelo, pela seleção e aplicação de um método matemático adequado, frequentemente por meio de cálculos feitos por computador.

Interpretação do resultado matemático em termos físicos ou outros, com o propósito de ver o que ele significa e implica, na prática. (Kreyzig, 2009a, p. v).

De acordo com Seborg *et al.* (2019, grifo nosso), um **modelo matemático** é um conjunto de relações matemáticas que descrevem as interações entre

as variáveis de um processo. Esses modelos são formulados com o objetivo de prever o comportamento de sistemas complexos sob diferentes condições operacionais. Tradicionalmente, a modelagem de processos tem sido aplicada principalmente em determinadas fases de projetos, como o desenvolvimento de fluxogramas e a especificação de parâmetros essenciais de equipamentos. Um exemplo clássico é o projeto de uma coluna de destilação, em que a modelagem ajuda a definir o número de pratos ou o diâmetro de um vaso¹⁹. Entretanto, com o avanço das tecnologias e o aumento da complexidade dos processos industriais, o uso de modelos se expandiu para todas as etapas do ciclo de vida de um processo, desde a síntese e projeto inicial até a construção, operação, otimização e até a desativação de sistemas.

Além disso, a modelagem de processos não se limita apenas ao dimensionamento de equipamentos. Ela também é fundamental para o desenvolvimento de **sistemas de controle industrial**, permitindo a criação de algoritmos e estratégias que garantem o funcionamento seguro e eficiente de um processo. Esses modelos fornecem uma compreensão mais profunda das dinâmicas envolvidas, ajudando a antecipar e corrigir possíveis problemas, antes que se tornem críticos, o que é essencial para a operação de sistemas complexos.

Em resumo, a modelagem matemática tornou-se uma ferramenta indispensável em diversas áreas da Engenharia, oferecendo suporte ao longo de todo o ciclo de vida de um processo, desde o projeto inicial até a operação e o controle.

O problema, com base no qual foi planejada a sequência didática referida na seção 1, consiste na modelagem do comportamento do nível de um tanque que possui um ponto de alimentação e um ponto de descarga. O fluido de trabalho é água em temperatura ambiente. Neste tanque não ocorre reação química e a sua parede é não permeável.

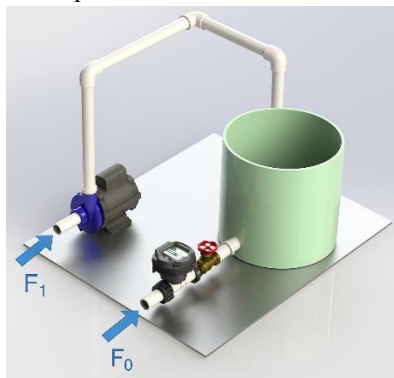
Do ponto de vista da Engenharia Química, trata-se de um problema simples, mas que aborda diversas situações do cotidiano do engenheiro químico.

¹⁹ Convém esclarecer que, em colunas de destilação pratos e vasos são componentes fundamentais para separação de misturas líquidas com base nas diferenças de volatilidade dos seus componentes. Os pratos são elementos internos que promovem o contato entre as fases líquida e vapor. Já os vasos auxiliam no controle e no armazenamento dos produtos do processo.

mico, como por exemplo, a análise do perfil do nível em um reator CSTR (*Continuous Stirred-Tank Reactor*)²⁰, que é essencial para o tempo de residência²¹ deste reator e, consequentemente, para o seu rendimento; o nível de líquido em pratos de colunas de destilação, cujo comportamento vai determinar o efetivo contato entre líquido e vapor nos pratos, que é determinante para a eficiência do prato, além de outros.

Trata-se, pois, do detalhamento da modelagem do nível de um tanque e da análise do modelo obtido para o cálculo do nível do líquido no tanque, em qualquer instante. Podem ser modificadas a vazão volumétrica de entrada do tanque (F_I), bem como a fração de abertura da válvula de descarga deste tanque. A vazão volumétrica de saída (F_O) é uma função não linear do nível de líquido, e depende da raiz quadrada do nível de líquido no tanque. É função também de uma constante, conhecida como coeficiente de descarga e da fração de abertura da válvula. Nesta análise, o ponto de partida será sempre um estado estacionário. O estado estacionário refere-se à condição de um sistema em que as variáveis de processo permanecem constantes ao longo do tempo, após o sistema ter atingido um equilíbrio dinâmico. Neste estado, as entradas e saídas do processo são constantes, e não há variação nas variáveis internas, no caso do nível do tanque. Em termos matemáticos, isso corresponde à situação em que as derivadas temporais das variáveis de estado são nulas. Na Figura 1 pode ser observada a imagem de um tanque, submetido a tais condições.

Figura 1: Tanque submetido a um acúmulo de massa



Fonte: Autores deste estudo

²⁰ Um reator CSTR é um tanque de reação no qual os componentes necessários para que tal reação ocorra fluem para o reator enquanto os produtos da reação saem simultaneamente do tanque. Dessa forma, o reator CSTR é considerado uma ferramenta valiosa para o processamento químico contínuo.

²¹ O tempo de residência é o tempo que o fluido leva entre a entrada e a saída de um reservatório, ou seja, o tempo que ele leva dentro do reator.

Para desenvolver o modelo do processo, consideramos:

- V - volume da solução no tanque
- A - área da seção transversal do tanque
- h - nível de líquido no tanque
- F_I - vazão volumétrica de entrada de líquido no tanque
- F_O - vazão volumétrica de saída de líquido no tanque
- C_V - coeficiente de descarga
- x - fração de abertura da válvula

É feito, então, um balanço de massa no tanque, ou seja, são analisados os fluxos de massa que entram e que saem, assim como o acúmulo de massa que nele ocorre. Este acúmulo de massa caracteriza o processo como transiente, ou seja, aquele no qual há variação de massa e, conseqüentemente do nível de líquido dentro do tanque.

O modelo do processo é uma descrição matemática dos fenômenos físicos que ocorrem no equipamento. No problema em questão, temos o escoamento de um fluido e desejamos saber o que acontece com o nível de líquido do tanque quando modificamos o valor da vazão de entrada deste tanque. Para isso, precisamos analisar o que acontece com a massa de líquido nessa situação. No caso mais geral de um sistema aberto sujeito a reações químicas ou trocas com a vizinhança, a conservação da massa deve considerar o termo referente às reações químicas que podem ocorrer dentro do sistema. Dessa forma, a variação da massa no volume de controle é dada pela diferença entre as taxas de entrada e de saída de massa, adicionada à taxa de geração ou consumo de massa, devido às reações químicas. Isso é expresso pela equação de balanço de massa generalizada:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Taxa} \\ \text{de Acúmulo} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Fluxo de} \\ \text{Entrada} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Fluxo de} \\ \text{Saída} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Termo de} \\ \text{Geração} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Troca com a} \\ \text{Vizinhança} \end{array} \right\} \quad (1)$$

Ou seja, a taxa de acúmulo de massa é a variação da massa presente no tanque e, portanto, pode ser expressa como a derivada da massa em relação ao tempo (Luyben, 1999). Considerando que nesse problema não temos reações químicas, nem troca de massa com as vizinhanças, nosso modelo reduz-se a:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Taxa} \\ \text{de Acúmulo} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Fluxo de} \\ \text{Entrada} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Fluxo de} \\ \text{Saída} \end{array} \right\} \quad (2)$$

Como em processos industriais não é comum medir a massa, podemos escrever a massa de líquido do tanque, em função do seu volume, multiplicando a medida do volume (V) pela medida da massa específica do líquido (ρ). Sendo o nível (h), uma variável facilmente medida em processo, escrevemos o volume em função do nível, e assim, o termo de acúmulo pode ser representado como a derivada, em relação ao tempo, da medida da massa específica do líquido, multiplicada pela medida da área (A) da seção transversal do tanque e pelo nível de líquido no tanque.

Considerando que a massa específica e a área da seção são constantes, podemos empregar a regra de derivação de uma constante multiplicada por uma função e obter a taxa de acúmulo, dada pelo produto da medida da massa específica pela medida da área da seção transversal do tanque multiplicado pela derivada do nível de líquido no tanque em relação ao tempo, conforme mostra a equação (3).

$$\text{Taxa de Acúmulo} = \frac{d(\text{massa de líquido no tanque})}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = \frac{d(\rho Ah)}{dt} = \rho A \frac{dh}{dt} \quad (3)$$

Analisando os fluxos de massa que entram e saem do tanque, o fluxo de entrada pode ser expresso em termos da vazão volumétrica F_1 , uma variável medida com mais frequência em processos industriais:

$$\text{Fluxo de entrada} = \text{taxa de massa entrando no tanque} = w_1 = \rho F_1 \quad (4)$$

A taxa de massa sai do tanque apenas pela vazão volumétrica de saída, F_0 . Assim sendo, podemos escrever:

$$\text{Fluxo de saída} = \text{taxa de massa saindo do tanque} = w_2 = \rho F_0 \quad (5)$$

Então, o modelo pode ser escrito como:

$$\rho A \frac{dh}{dt} = \rho F_1 - \rho F_0 \quad (6)$$

Como a massa específica pode ser considerada constante (o que é bem razoável em se tratando de líquidos), os termos referentes a ela podem ser cancelados na equação do balanço de massa. Considerando que a vazão volumétrica de saída depende da raiz quadrada do nível de líquido no tanque, da fração de abertura da válvula (x) e do coeficiente de descarga (que é a constante C_V), temos:

$$F_0 = x C_V \sqrt{h} \quad (7)$$

A função definida em (6), que relaciona a vazão de saída com o nível do tanque pode ser obtida experimentalmente. Ao final, os dados experimentais nos conduzem a uma relação não linear entre a vazão de saída do tanque e o nível deste tanque. Chegamos, assim, ao **modelo matemático**, uma equação diferencial ordinária (EDO), não linear, dada pela equação (8).

$$A \frac{dh}{dt} = F_1 - x C_V \sqrt{h} \quad (8)$$

Esse equacionamento vem da Mecânica dos Fluidos, conforme Fox e McDonald (2015), e a equação obtida em (8) pode ser facilmente resolvida numericamente utilizando o método de Euler²². Porém, na disciplina de Modelagem de Processos Químicos, utilizamos a transformada de Laplace, para este fim, como é descrito na seção 3, na qual apresentamos a sequência didática planejada para ser aplicada nas disciplinas de Modelagem e Simulação de Processos Químicos e na de Equações Diferenciais, com base no problema descrito e na sua respectiva resolução. Tais disciplinas não são ministradas concomitantemente, o que não causou impedimento para aplicação da referida sequência didática. Com efeito, os resultados são obtidos primeiramente, na disciplina de Modelagem e Simulação de Processos e, em outro momento, na disciplina de Equações Diferenciais, quando estes são retomados.

3- Planejamento e aplicação da sequência didática

3.1 O Planejamento

A sequência didática planejada para este trabalho foi estruturada em etapas, para serem aplicadas em ambas as disciplinas, a serem desenvolvidas de acordo com o planejamento descrito a seguir.

Na disciplina de Modelagem e Simulação de Processos Químicos:

1ª etapa) estudo dos conceitos necessários e obtenção do modelo correspondente;

2ª etapa) realização de experimentos e elaboração de vídeos demonstrativos dos experimentos realizados;

²² O método de Euler é uma técnica numérica utilizada para resolver equações diferenciais ordinárias. Ele se baseia na aproximação da derivada por uma diferença finita (Kreyszig, 2009b).

3ª etapa) apresentação dos vídeos aos estudantes da disciplina de Equações Diferenciais;

4ª etapa) resolução da equação diferencial correspondente ao modelo obtido, usando a transformada de Laplace.

Na disciplina de Equações Diferenciais:

1ª etapa) introdução ao estudo de modelagem matemática; apresentação de modelos clássicos e resolução de equações diferenciais;

2ª etapa) apresentação dos vídeos elaborados pelos estudantes da disciplina de Modelagem e Simulação de Processos Químicos;

3ª etapa) apresentação de exemplos aplicados, com base nos vídeos elaborados pelos estudantes da disciplina de Modelagem e simulação de processos químicos;

4ª etapa) resolução das equações diferenciais obtidas, utilizando a transformada de Laplace.

Assim sendo, a elaboração dos vídeos em uma das disciplinas e a apresentação na outra, propicia o envolvimento de todos os estudantes, sem a preocupação com horários concomitantes, dispensando, assim, uma organização prévia dos professores para a aplicação da sequência didática. Da mesma forma, a avaliação pode ser planejada individualmente, em cada uma das disciplinas.

Contudo, entendemos que a apresentação dos vídeos, presencialmente, feita pelos alunos da disciplina de Modelagem e Simulação de Processos Químicos, aos alunos de Equações Diferenciais, ou seja, com todos os envolvidos presencialmente, sempre que possível, poderá propiciar maior interação, ampliando, assim, as possibilidades de compreensão dos conceitos abordados, em ambas as disciplinas.

3.2 Resumo dos resultados obtidos

Nesta seção apresentamos um resumo dos resultados mostrados nos vídeos elaborados por dois dos quatro grupos de alunos da disciplina de Modelagem e Simulação de Processos Químicos, escolhidos e nomeados, aleatoriamente.

Em todos os vídeos foram apresentados, inicialmente, o equipamento e os respectivos elementos a serem considerados na modelagem do nível do

tanque, como mostra a Figura 2, *print* da primeira tela de um dos vídeos, o do grupo 1, que passamos a comentar.

Figura 2 – O equipamento



Fonte: Estudantes do grupo 1

Extratos das falas que acompanharam a apresentação deste vídeo são destacados, a seguir, em itálico.

- *Visando estabelecer a dependência da vazão de água de um tanque e o nível do mesmo, o tanque foi enchido com água onde podemos observar o lado da vazão de entrada da água, o tanque onde é medido o nível da água e também a vazão de saída.*

- *Primeiro o grupo variou a vazão de entrada de água no tanque e, para cada valor, mediu o nível correspondente do líquido quando o sistema atingia o estado estacionário. Nessa condição, a taxa de acúmulo de massa no tanque é nula, permitindo aplicar o balanço de massa no regime permanente. A partir desse balanço, foi possível obter o modelo do processo em estado estacionário, representado na Figura 2.*

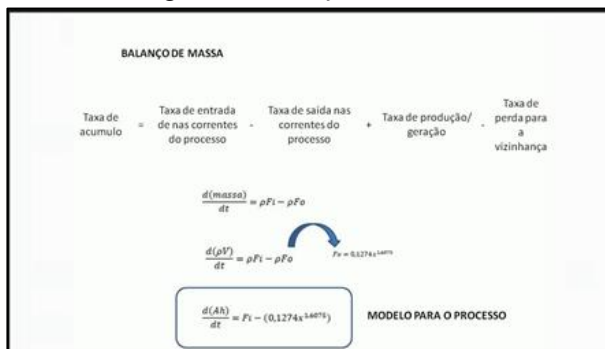
$$0 = F_{1ee} - 0,1274 \times h_{ee}^{1,6075}$$

em que:

F_{1ee} é a vazão de entrada no estado estacionário.

h_{ee} é o nível do líquido no tanque em estado estacionário.

Figura 3 – Obtenção do modelo



Fonte: Estudantes do grupo 1

- No segundo momento a vazão de entrada no tanque foi mantida em 30 l/h até que o nível de água no tanque se mantivesse constante. Com a vazão de entrada no tanque mantida em 30 l/h os demais valores de tempo, vazão de saída e altura do nível de água no tanque, foram monitorados.

- As medições foram realizadas com auxílio de uma trena, principalmente para verificar a variação do nível do tanque. Para cada leitura um aluno retirava valores relacionados ao nível do tanque. No mesmo instante outro aluno procede à leitura da vazão. Os dados foram todos anotados em uma planilha de acordo com cada ponto de leitura, quando obtivemos os dados experimentais presentes na Tabela 1 explicitada na Figura 4.

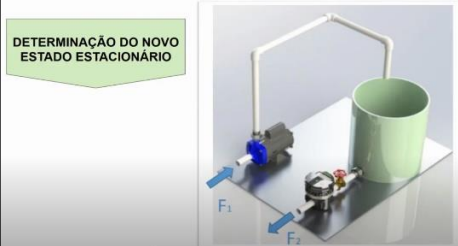
Figura 4 – Resultados obtidos com o experimento

TABELA DE DADOS EXPERIMENTAIS			
t	Fi (entrada)	Fo (saída)	h (experimental)
0	30	14	21,5
1	30	12	21
2	30	12	21,5
3	30	12	21,5
4	30	12	21,6
5	30	12	22
10	30	12	23
15	30	12	24
20	30	16	25
25	30	16	25
30	30	14	25

Fonte: Estudantes do grupo 1

- O experimento baseou-se na utilização de um tanque com área da seção transversal de 909 cm^2 .

Em seguida apresentamos os *prints* das telas de outro vídeo, do grupo 2, o qual se distingue do anterior, pelo fato de não ter contado com a apresentação de um narrador, mas, sim, apresentado somente em imagens.



DETERMINAÇÃO DO NOVO ESTADO ESTACIONÁRIO

Em seguida, foi necessário:

DETERMINAR O NÍVEL (H) DO TANQUE E A VAZÃO DE SAÍDA (Fsaída) AO LONGO DO TEMPO (t) ATÉ O NÍVEL ALCANÇAR O ESTADO ESTACIONÁRIO



Para o início do processo, a vazão de entrada foi ajustada manualmente. Para isto, abriu-se a torneira de forma a disponibilizar a vazão de água necessária ao experimento.



Neste experimento, a Fentrada foi ajustada manualmente até 20 L/h





O nível (H) e a Fsaída foram medidos, inicialmente de 1 em 1 minuto, até alcançar os 5 minutos

Após, foram medidos a cada 5 minutos, até o tempo de 28 minutos

Os dados obtidos foram dispostos na tabela abaixo:

t (min)	Fentrada (L/h)	Fsaída (L/h)	H (cm)
1	20	14	25
2	20	14	25
3	20	14	25
4	20	14	24,9
5	20	13	24,9
10	20	14	24,85
15	20	17	24,7
20	20	15	24,5
25	20	14	24
28	20	13	23,3

3.3 Resolução da equação diferencial presente no modelo por meio da Transformada de Laplace

A resolução da equação diferencial que representa o modelo do nível do tanque, conforme o problema em discussão, utilizando a transformada de Laplace, serviu como exemplo de um dos métodos de resolução, um dos temas de interesse na disciplina de Equações Diferenciais. Entretanto, a equação diferencial foi resolvida também pelos estudantes da disciplina de Modelagem de Processos Químicos, como passamos a descrever.

Conforme ajuste experimental da relação da vazão de saída com o nível do tanque determinado pelos alunos, o modelo dinâmico do processo foi obtido e representado como:

$$A \frac{dh}{dt} = F_1 - 0,1274 \times h^{1,6075}$$

Lembramos que a área da seção transversal foi estimada como sendo 909 cm^2 , que é igual a $9,09 \text{ dm}^2$.

Como o modelo é não linear, torna-se necessário linearizar o termo não linear: $h^{1,6075}$.

Aplicando a expansão em Série de Taylor em torno do estado estacionário (ee):

$$h^{1,6075} \cong h_{ee}^{1,6075} + 1,6075 h_{ee}^{0,6075} (h - h_{ee})$$

Substituindo no modelo dinâmico:

$$A \frac{dh}{dt} = F_1 - 0,1274 [h_{ee}^{1,6075} + 1,6075 h_{ee}^{0,6075} (h - h_{ee})]$$

$$9,09 \frac{dh}{dt} = F_1 - 0,1274 h_{ee}^{1,6075} - 0,2048 h_{ee}^{0,6075} (h - h_{ee}) \quad (9)$$

O próximo passo é escrever o modelo linearizado para o estado estacionário:

$$0 = F_{1ee} - 0,1274 h_{ee}^{1,6075} \quad (10)$$

Fazendo a diferença entre as equações (9) e (10), obtemos:

$$9,09 \frac{dh}{dt} = (F_1 - F_{1ee}) - 0,2048 h_{ee}^{0,6075} (h - h_{ee})$$

Como a diferença entre o valor da variável no modelo dinâmico e seu valor no estado estacionário é conhecido como variável desvio: $F_1 - F_{1ee} = \bar{F}_1$ e $h - h_{ee} = \bar{h}$

$$9,09 \frac{d\bar{h}}{dt} = \bar{F}_1 - 0,2048 h_{ee}^{0,6075} \bar{h}$$

Aplicando a transformada de Laplace:

$$9,09s\bar{h}(s) - \bar{h}(0) = \bar{F}_1(s) - 0,2048h_{ee}^{0,6075}\bar{h}(s)$$

Como o valor da variável desvio é igual a zero no tempo zero, pois o ponto de partida da análise do processo é o estado estacionário inicial, temos:

$$9,09s\bar{h}(s) = \bar{F}_1(s) - 0,2048h_{ee}^{0,6075}\bar{h}(s)$$

Manipulando algebricamente os termos da equação anterior, obtemos:

$$9,09s\bar{h}(s) + 0,2048h_{ee}^{0,6075}\bar{h}(s) = \bar{F}_1(s)$$

$$(9,09s + 0,2048h_{ee}^{0,6075})\bar{h}(s) = \bar{F}_1(s)$$

A função de transferência G , dada por $G(s) = \frac{\bar{h}(s)}{\bar{F}_1(s)}$, representa o modelo do processo no domínio de Laplace. Essa função descreve a relação entre a variável de saída do sistema (o nível do tanque $\bar{h}(s)$) e a variável de entrada $\bar{F}_1(s)$, considerada neste caso como um distúrbio. Em controle de processos, o termo “distúrbio” refere-se a uma entrada que afeta o comportamento do sistema, mas que não é manipulada diretamente para controle – neste caso, a vazão de entrada de água no tanque.

$$G(s) = \frac{\bar{h}(s)}{\bar{F}_1(s)} = \frac{1}{9,09s + 0,2048h_{ee}^{0,6075}}$$

A forma padrão de escrever uma função de transferência é considerando o termo independente da expressão presente no denominador de tal função, como sendo igual a 1. Lembrando que no início do experimento o processo foi colocado em estado estacionário, com vazão igual a 20 l/h e nível do tanque igual a 2,5 dm. Padronizando as unidades de medida, será considerada a unidade de comprimento expressa em dm e o tempo em hora. Assim, podemos reescrever o modelo como:

$$G(s) = \frac{\bar{h}(s)}{\bar{F}_1(s)} = \frac{1}{9,09s + 0,2048 \times 2,5^{0,6075}} = \frac{1}{9,09s + 0,36}$$

Dividindo cada um dos elementos do membro da direita da equação anterior por 0,36, obtemos:

$$G(s) = \frac{\bar{h}(s)}{\bar{F}_1(s)} = \frac{2,78}{25,25s + 1}$$

No experimento a vazão passou de 20 l/h para 30 l/h, ou seja, um degrau de 10 l/h. No domínio de Laplace a função degrau de amplitude 10 pode ser escrita como

$$\bar{F}_1(s) = \frac{10}{s}$$

Dessa forma, podemos reorganizar a função de transferência do sistema para evidenciar a estrutura entrada-saída. Partimos da função de transferência obtida e consideramos a entrada como um degrau de magnitude 10, cuja Transformada de Laplace, de acordo com Kreyzig (2009a) é:

$$\mathcal{L}\{10\} = \frac{10}{s}$$

Substituindo na equação, temos:

$$\bar{h}(s) = \frac{10}{s} \times \frac{2,78}{25,25s + 1}$$

Essa expressão corresponde à Transformada de Laplace da resposta do sistema a um degrau. O produto de frações resulta em:

$$\bar{h}(s) = \frac{27,8}{s(25,25s + 1)}$$

Para obter a resposta no tempo, aplicamos a Transformada Inversa de Laplace, utilizando a tabela de transformadas (Kreyzig, 2009a). A forma geral que usamos é:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s(\tau s + 1)}\right\} = \frac{k}{1 - e^{-t/\tau}}$$

Aplicando essa fórmula com $k = 2,78$ e $\tau = 25,25$, obtemos a solução no domínio do tempo:

$$h(t) = 2,78 \left(1 - e^{\frac{-t}{25,25}}\right)$$

Essa função descreve a resposta do nível do tanque a uma entrada em degrau de 10 L/min, revelando que o sistema se comporta como um sistema de primeira ordem, com ganho estático igual a 2,78 e constante de tempo igual a 25,25 unidades de tempo. Deste modo:

$$\bar{h}(s) = \frac{7}{s(0,7s+1)}$$

Ao tomarmos a inversa da Transformada de Laplace, retornamos ao domínio do tempo e obtemos a solução da equação diferencial. A inversa de Laplace para a equação pode ser encontrada em textos sobre modelagem e controle de processos, como em Ogata (2010). Encontramos, assim, a solução do modelo, por meio da função $\bar{h}(t)$:

$$\bar{h}(t) = 7 \left[1 - e^{-t/0,7} \right]$$

4- Conceitos matemáticos em destaque

A modelagem do problema aqui discutido, por si só, já pode atrair o interesse de estudantes da disciplina de Equações Diferenciais (ou Matemática Aplicada), integrante do currículo de, praticamente, todos os cursos de Engenharia. A modelagem matemática é referida, na Matemática para Engenharia, como um processo que envolve, além da Matemática, leis da Física, da Química e outras ciências. Assim sendo, na referida disciplina, são trabalhados métodos para resolução de modelos clássicos, o que, em muitos casos, é apresentado aos estudantes de maneira mecânica, visando somente o processo de resolução. Por outro lado, entendemos que a modelagem do fenômeno aqui discutido pode ser o ponto de partida para a apresentação dos métodos de resolução, desde os que não se mostram apropriados para aquele caso, até o método de Euler, cuja aplicação pode, até ser mais bem compreendida. Além deste, os métodos numéricos podem receber maior atenção por parte dos estudantes, como forma de comparação e de identificação de situações em que estes se mostram confiáveis, quando solucionam o problema de modo aceitável em relação à solução esperada. Por sua vez, a transformada de Laplace, como possibilidade de resolução do problema em questão, pode ser mais bem justificada como método para o cálculo do nível do tanque em qualquer instante.

Além destes, o próprio sentido da derivada como taxa de variação pode ser revisitado ao analisarmos cada um dos termos que compõem o balanço de massa realizado no tanque. E podemos aproveitar a oportunidade para (re)discutir processos para ajuste de curvas a partir de dados experimentais; equação diferencial ordinária não linear; o processo de linearização, bem como o de convergência de uma solução numérica, por comparação de resultados

reais e aproximados por processos numéricos. Além destes, são envolvidos, também, conceitos de outras áreas, como Física e Química, dentre outros que, neste capítulo, não serão abordados. Porém, trata-se de uma possibilidade vislumbrada para a continuação de um trabalho que entendemos ser imprescindível para a melhoria das condições de aprendizagem em cursos de graduação em Engenharia, tanto das disciplinas básicas, quanto dos conceitos estruturantes da respectiva área da Engenharia em que se encontram. Além do detalhamento do problema, são apresentadas possibilidades de sua abordagem, como propulsora para a aprendizagem ou para dar sentido aos conceitos matemáticos abordados em uma disciplina de Matemática para a Engenharia.

Com efeito, ao nos referirmos à uma disciplina de Matemática para a Engenharia, podemos pensar em Cálculo Diferencial e Integral, Matemática Aplicada, Equações Diferenciais ou outra, cujo professor esteja interessado na abordagem de aplicações dos conceitos básicos em situações reais da Engenharia.

5- Considerações finais

Este estudo abordou a modelagem do nível de um tanque como um problema interdisciplinar, explorando conceitos fundamentais de Engenharia Química e Matemática Aplicada. Procuramos enfatizar a importância de integrar disciplinas de cursos de Engenharia, por meio de uma sequência didática planejada, com o objetivo de tornar o ensino mais conectado às aplicações práticas, o que entendemos como mais eficaz, em termos de aprendizagem. Com base nas etapas descritas e nos resultados obtidos, algumas reflexões e encaminhamentos são apresentados.

A sequência didática desenvolvida procurou evidenciar um problema real, como a modelagem do nível de um tanque, que pode ser utilizado para promover o engajamento e a efetiva compreensão dos estudantes. Ao envolver as disciplinas de Modelagem de Processos Químicos e Equações Diferenciais, foi possível estabelecer um diálogo interdisciplinar que enriqueceu o aprendizado em ambas as áreas. A abordagem proposta incentivou, não apenas a resolução de equações diferenciais, mas também a compreensão dos conceitos matemáticos e físicos envolvidos no problema.

Com efeito, o planejamento estruturado em etapas complementares para cada disciplina pode permitir a construção de um conhecimento integrado. A utilização de vídeos ilustrativos mostrou-se uma ferramenta valiosa para a

visualização e compreensão dos fenômenos, além de estimular a colaboração entre os estudantes. A resolução da equação presente no modelo matemático, utilizando a Transformada de Laplace, bem como a exploração de métodos numéricos, além de conceitos básicos como derivação, modelagem matemática, resolução de equações diferenciais, foram relevantes em ambas as disciplinas envolvidas.

Entretanto, algumas sugestões foram identificadas, como a maior integração presencial possível, entre os grupos de estudantes, para ampliar o intercâmbio de ideias e comentários pertinentes. Além disso, a exploração de outras áreas do conhecimento, como Física e Química, pode enriquecer ainda mais as aplicações do problema proposto.

O leitor interessado em replicar ou adaptar a sequência didática pode utilizar o planejamento apresentado como guia. Recomendamos iniciar pela identificação de problemas reais e relevantes para as disciplinas envolvidas, promovendo a colaboração entre professores de diferentes áreas. A produção de materiais visuais e a aplicação de métodos matemáticos diversos também são passos importantes para garantir a compreensão e o engajamento dos estudantes.

Em suma, o trabalho realizado procurou mostrar que a interdisciplinaridade, assim como proposta, pode contribuir significativamente para a formação de engenheiros melhor preparados para enfrentar os desafios do mundo real. Ao promover o desenvolvimento de habilidades e competências essenciais, como análise crítica e resolução de problemas, essa abordagem aponta para caminhos promissores na educação em Engenharia.

Referências

ANTON, Howard, BIVENS, Irl.; DAVIS, Stephen. *Cálculo*. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014.

BECKER, Fernando. *Epistemologia do professor de matemática*. Rio de Janeiro: Vozes, 2012.

BECKER, Fernando. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. *Educação e Realidade*. Porto Alegre, 19(1): jan./jun. 1994.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. Resolução CNE/CES nº 2, de 24 de abril de 2019. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. *Diário Oficial da União: seção 1*, Brasília, DF, n. 78, p. 43-46, 25 abr. 2019. Disponível em:

<https://abmes.org.br/arquivos/legislacoes/Resolucao-CNE-CES-002-2019-04-24.pdf>. Acesso em: 7 dez. 2024.

ELMOR-FILHO, Gabriel; SAUER, Laurete Zanol; ALMEIDA, Nival Nunes; VILLAS-BOAS, Valquíria. *Uma Nova Sala de Aula é Possível: aprendizagem ativa na educação em engenharia*, 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

FOX, Robert W.; McDONALD, Alan T. *Introdução à mecânica dos fluidos*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

KREYSZIG, E. *Matemática Superior para Engenharia*. 9.ed. v.1. Rio de Janeiro: LTC, 2009a.

KREYSZIG, Ervin. *Matemática Superior para Engenharia*. 9.ed. v.3. Rio de Janeiro: LTC, 2009b.

LIMA, Gabriel Loureiro de *et al.* O ensino de ciências básicas e Matemática na Engenharia. In: TONINI, Adriana (org.). *Desafios da educação em Engenharia: Formação acadêmica e atuação profissional: Práticas Pedagógicas e Laboratórios Remotos*. Brasília: ABENGE, 2017. p. 9-35.

LIMA, Isolda Giani de.; SAUER, Laurete Zanol. Melhoria das Condições de Aprendizagem de Matemática para a Engenharia. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 29., 2001, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre: PUCRS, 2001. 1 CD-ROM.

LUYBEN, William. *Process Modeling, Simultaion and Control for Chemical Engineers*. 2. ed. New York: McGraw-Hill, 1999.

OGATA, Katsuhiko. *Engenharia de controle moderno*. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PIAGET, Jean. *Fazer e compreender*. São Paulo: Melhoramentos, 1978b.

PIAGET, Jean. *Introducción a la epistemologia genética: el pensamiento matemático*. Buenos Aires: Paidós, 1978a.

SEBORG, Dale; EDGAR, Thomas; MELLICHAMP, Duncan; DOYLE, Francis J. III. *Dinâmica e controle de processos*. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019.

VALENTINI, Carla Beatriz; SOARES, Eliana Maria do Sacramento. O contexto do livro. In: VALENTINI, C. B.; SOARES, E. M. S. (org). *Aprendizagem em ambientes virtuais: compartilhando ideias e construindo cenários*. 2. ed. Caxias do Sul, RS: Educs, 2010. p. 15-20.

VILLAS BOAS, Valquíria et al. Educando o engenheiro do século XXI: aprendizagem ativa para formação por competências no contexto das novas DCNS. In: TONINI, Adriana; PEREIRA, Tânia Regina Dias Silva (org.). *Os Desafios para formar hoje os Engenheiros do amanhã: Aprendizagem Ativa, Jogos e Gamificação, Novas DCN'S e CDIO, Ensino remoto*. Brasília: ABENGE, 2020. p. 9-143.

Capítulo 5

Estrutura estaiada: uma articulação entre Engenharia, Física e Matemática em uma abordagem contextualizada

*Fábio Gerab*²³

*Bruno Eizo Higaki*²⁴

*Kurt André Pereira Amann*²⁵

1- Introdução

O presente capítulo é fruto de um edital de chamada de trabalhos, que seriam apresentados e discutidos no COBENGE 2018, desenvolvidos no intuito de estimular diálogos entre áreas específicas de cursos de Engenharia e as Ciências Básicas e Matemática (CbM) por meio do desenvolvimento de problemas reais de uma área da engenharia e sua solução, destacando os conceitos das Ciências Básicas e/ou da Matemática utilizados.

Esperava-se, por meio do supracitado edital, a elaboração de um texto apresentando reflexões a respeito de um problema selecionado pelos autores no que tange: aos conceitos utilizados da área básica; às adaptações necessárias para utilização do problema em aula; aos objetivos de utilização do problema nas disciplinas de CbM e às diferentes linguagens e representações utilizadas.

Assim, o texto elaborado a partir do problema apresentado deveria trazer o olhar tanto da área específica como das CbM, sinalizando os desafios e os benefícios do diálogo entre professores de diferentes áreas, tanto para compreensão do problema, quanto para qualificar a atuação dos docentes em cursos de Engenharia. Este edital deu continuidade às discussões travadas

²³ Centro Universitário FEI. prifgerab@fei.edu.br

²⁴ Centro Universitário FEI. bruno.higaki@fei.edu.br

²⁵ Centro Universitário FEI. kpereira@fei.edu.br

durante a Sessão Dirigida “SD01 - Contextualizando o ensino e a aprendizagem de Ciências Básicas na Engenharia”, realizada durante o COBENGE 2017 e da implantação, neste mesmo evento do "GT - Ciências Básicas e Matemática na Engenharia" da ABENGE (GT-CbME).

Pôde-se extrair das conclusões da SD01 do COBENGE 2017 (Lima *et al.*, 2017) que tal articulação entre CbM e as áreas específicas das engenharias deve incorporar processos de ensino e de aprendizagem que permitam a ação dos estudantes em situações contextualizadas nas suas futuras áreas de atuação profissional, de maneira a favorecer a interação e a troca de conhecimentos necessárias para a obtenção de aprendizagens realmente significativas, no sentido de Ausubel (2012).

A proposição de projetos integradores baseados na modelagem de problemas reais, apresenta grande potencial de articulação das especificidades das engenharias com os conceitos de CbM, podendo ser abordados em distintos níveis de profundidade. Desta forma, um mesmo projeto pode ser revisitado por distintos eixos de conteúdo, em distintas etapas do curso, propiciando uma visão sistêmica dos saberes envolvidos. Além disso, estes projetos integradores permitem razoável flexibilidade quanto à tônica e aos momentos das discussões por eles suscitadas. Desta forma, segundo Camarena (2013), um ensino contextualizado das CbM nos cursos de Engenharia pode favorecer aos estudantes a construção de seus próprios conhecimentos, estruturados e não fracionados, com amarras firmes, duradouras e não voláteis, alcançando então aprendizagens significativas.

Além disso, os autores deste trabalho acreditam que tal abordagem contribui para aumentar a motivação do estudante frente ao seu curso de engenharia devido ao seu potencial de aproximação precoce do estudante com problemas reais de Engenharia, objeto de seu interesse acadêmico. Objetivamos então, neste capítulo, apresentar e discutir um problema relacionado a estruturas estaiadas que oportuniza diálogos entre Física, Matemática e Engenharia em diferentes níveis de profundidade e momentos da formação do futuro engenheiro.

2- Problema de Engenharia proposto

2.1- Descrição do problema

Estruturas estaiadas são estruturas que tem seu equilíbrio garantido por cabos retos e inclinados. Segundo Sales *et al.* (2013), cabo é uma barra que por

hipótese possui a capacidade de mobilizar esforços resistentes somente de tração. A Figura 1 ilustra a cobertura da entrada do principal do Campus USP – São Carlos cujo sistema estrutural é constituído por vigas curvas apoiadas em pilares metálicos e sustentados por cabos (estaís).

Figura 1 – Cobertura estaiada



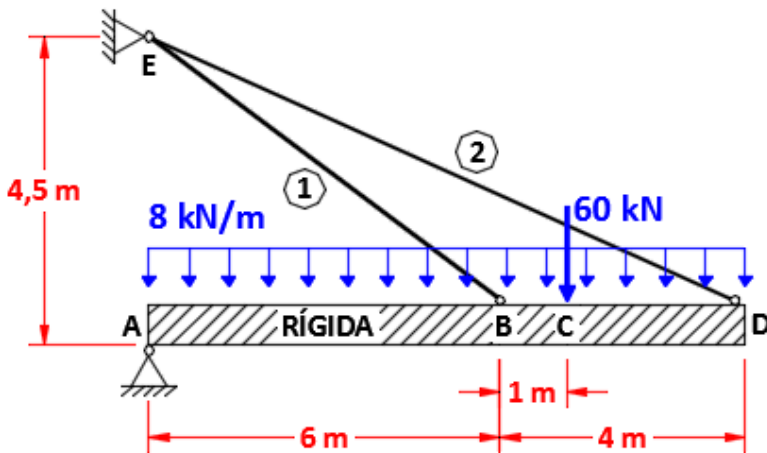
Fonte: sites.usp.br

O problema proposto consiste na análise e dimensionamento de uma estrutura estaiada formada por vigas retas e estaís. Para a resolução deste problema admite-se a hipótese de uma viga indeformável sustentada por cabos deformáveis. A Figura 2 ilustra um esquema da estrutura que deverá ser analisada na primeira etapa da atividade. Neste, o modelo físico já foi transformado em um outro estrutural que deverá ser analisado. Nesse problema, inicialmente a posição e a quantidade de cabos a serem utilizados na estrutura são fixas, reduzindo a complexidade matemática da solução.

2.2- Solução do problema

Para análise e dimensionamento da estrutura estaiada apresentada na Figura 2 necessita-se determinar os parâmetros envolvidos nesse problema. Tem-se como parâmetros de entrada o comprimento da viga, as posições dos estaís, um carregamento concentrado e um carregamento distribuído, a área da seção transversal dos estaís (A), o módulo de elasticidade (E), a tensão limite de escoamento (σ_{esc}) e coeficiente de segurança (CS). Já como parâmetros de saída, têm-se os esforços normais nos estaís (N_1 e N_2), as reações de apoio (H_A e V_A) e o diâmetro dos estaís (D).

Figura 2 – Esquema da estrutura analisada



Fonte: elaborado pelos autores

A solução analítica desse problema deverá ser desenvolvida junto aos alunos em 8 etapas, a saber: equações de equilíbrio globais, compatibilidade dos deslocamentos, relação entre os deslocamentos da viga e os alongamentos dos estais, relação entre as forças nos estais, determinação das forças nos estais e reações de apoios, dimensionamentos dos cabos, diagramas de esforços internos solicitantes na viga e dimensionamento do custo. O aprofundamento no tema, isto é, a progressão das etapas, dependerá da evolução natural dos cursos de engenharia, com a agregação de conhecimentos específicos dos componentes curriculares profissionalizantes.

Etapa 1: Equações de equilíbrio globais

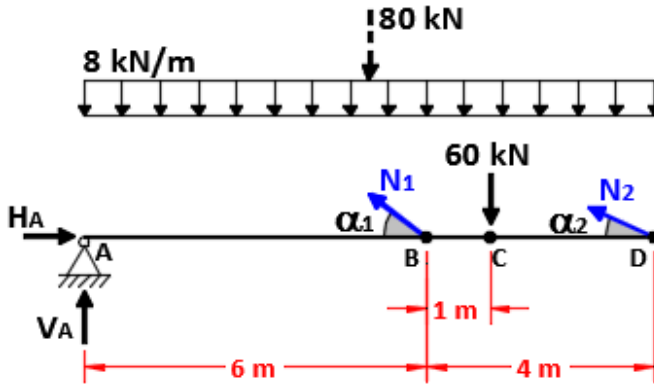
A Figura 3 ilustra o diagrama de corpo rígido da estrutura exemplificada. Nela, apresenta-se o detalhamento dos esforços internos normais nos estais e as reações de apoio. Partindo-se do fato que a viga está em equilíbrio, temos que as somatórias das forças e dos momentos são nulas, obtendo assim as equações:

$$H_A = 0,8N_1 + 0,912N_2 \quad (1)$$

$$3,6N_1 + 4,104N_2 = 820 \quad (2)$$

$$V_A = 140 - 0,6N_1 - 0,41N_2 \quad (3)$$

Figura 3 – Forças normais e reações de apoio

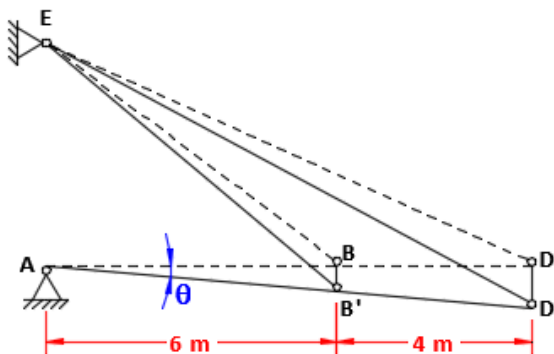


Fonte: elaborado pelos autores

Etapa 2: Compatibilidade dos deslocamentos

Considerando a hipótese de pequenas deformações e pequenos deslocamentos e rotações, temos que os deslocamentos dos pontos B para B' e D para D' são verticais, o que possibilita a aplicação da semelhança de triângulos, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4 – Forças normais e reações de apoio



Fonte: elaborado pelos autores

Assim, pode-se obter a Equação (4) dada por:

$$3 \text{ med}(\overline{DD'}) = 5 \text{ med}(\overline{BB'}) \quad (4)$$

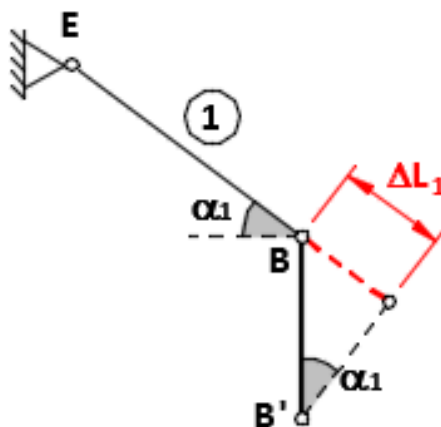
Etapa 3: Relação entre os deslocamentos da viga e os alongamentos dos estais.

Novamente, pelo fato da estrutura estar trabalhando em um regime de pequenos deslocamentos e pequenas deformações, em que a medida do ângulo θ (indicado na Figura 4) é pequena, pode-se transportar o ângulo α_1 , referente ao cabo 1, relacionando-o com o deslocamento vertical do ponto B conforme ilustrado abaixo na mesma na Figura 5. Tem-se um esquema análogo para o cabo 2.

Em um primeiro nível de resolução a que os estudantes serão apresentados, será fornecida a Equação (5), oriunda de resistência dos materiais, sendo L o comprimento do estai.

$$\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} \quad (5)$$

Figura 5 - Alongamento do cabo 1



Fonte: elaborado pelos autores

Conhecendo-se os comprimentos dos cabos $L_1 = 7,5 \text{ m}$ e $L_2 = 10,97 \text{ m}$ e sabendo-se que $\text{sen}(\alpha_1) = 0,6$ e $\text{sen}(\alpha_2) = 0,41$ e observando a Figura 5, usando as relações trigonométricas podemos escrever que:

$$\text{sen}(\alpha_1) = \frac{\Delta L_1}{BB'} \rightarrow BB' = \frac{\Delta L_1}{\text{sen}(\alpha_1)}$$

$$\text{sen}(\alpha_2) = \frac{\Delta L_2}{DD'} \rightarrow DD' = \frac{\Delta L_2}{\text{sen}(\alpha_2)}$$

Assim, pode-se a partir da Equação (5), advinda dos tópicos profissionalizantes de Resistência de Materiais (Beer, 2015), de $BB' = \frac{\Delta L_1}{\text{sen}(\alpha_1)}$ e considerando $L_1 = 7,5$ e $\text{sen}(\alpha_1) = 0,6$, chegar à Equação (6).

$$BB' = \frac{12,5N_1}{EA} \quad (6)$$

De modo análogo ao cabo 1, considerando a Equação (5), que $DD' = \frac{\Delta L_2}{\text{sen}(\alpha_2)}$, que $L_2 = 10,97$ e que $\text{sen}(\alpha_2) = 0,41$, tem-se para o cabo 2 a Equação (7).

$$DD' = \frac{26,756N_2}{EA} \quad (7)$$

Etapa 4: Relação entre as forças nos estais

Substituindo as Equações (6) e (7) na Equação (4) obtemos uma relação entre as forças N_1 e N_2 dada pela Equação (8)

$$N_2 = 0,780N_1 \quad (8)$$

Etapa 5: Determinação das forças nos estais e reações de apoios

A partir das Equações (1), (2), (3) e (8) pode-se obter o seguinte sistema linear

$$\begin{cases} 0.8N_1 + 0.912N_2 - H_A = 0 \\ 0.6N_1 + 0.41N_2 + V_A = 140 \\ 3.6N_1 + 4.104N_2 = 820 \\ 0.780N_1 - N_2 = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema encontram-se os esforços nos cabos e reações de apoio:

$$N_1 = 120,60 \text{ kN}$$

$$N_2 = 94,02 \text{ kN}$$

$$H_A = 182,22 \text{ kN}$$

$$V_A = 29,06 \text{ kN}$$

Etapa 6: Dimensionamento dos cabos

Com os valores dos esforços normais nos cabos 1 e 2 (N_1 e N_2) é possível calcular as tensões atuantes em cada um dos cabos (Equação (9)).

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (9)$$

Considerando-se o regime elástico linear, pode-se dimensionar a área dos cabos pelo método das tensões admissíveis²⁶, utilizando-se de conhecimentos de Mecânica dos Sólidos (Equação (10)).

$$\sigma \leq \bar{\sigma} \text{ em que } \bar{\sigma} = \frac{\sigma_{esc}}{C_s} \quad (10)$$

σ é a tensão atuante calculada com a Equação (9)

$\bar{\sigma}$ é a máxima tensão admissível para o projeto

σ_{esc} é a tensão de escoamento que é característica do material

C_s é o coeficiente de segurança adotado em projeto

Portanto, a tensão admissível $\bar{\sigma}$ é compreendida como a tensão limite a se aplicar em uma estrutura para que ela trabalhe dentro da segurança.

Etapa 7: Diagramas de esforços

Com a resolução do sistema linear anteriormente explicitado foram obtidos todos os valores dos carregamentos aplicados na estrutura. Com isso é possível traçar os diagramas de esforços²⁷ internos da viga principal. A Figura

²⁶ Método das tensões admissíveis é um método determinístico para o dimensionamento de estruturas no qual a segurança da estrutura é garantida por um fator de segurança interno (C_s) maior do que 1,0. O Coeficiente ou fator de segurança é a razão entre a carga que leva a estrutura à ruptura e a carga que pode ser aplicada com segurança sem que ocorra ruptura ou grandes deslocamentos na estrutura. Por exemplo, se o aço entra em escoamento com 250 MPa de tensão, aproximadamente 2500 kgf/cm², resultando em deformações permanentes indesejáveis na estrutura, ao se adotar um fator de segurança $C_s = 2$, a área da seção transversal do material da barra deve resultar numa tensão admissível de $2500/2 = 1250 \text{ kgf/cm}^2$.

Sendo tensão = força/área, a área é calculada como $A = \text{Força}/\text{tensão admissível}$.

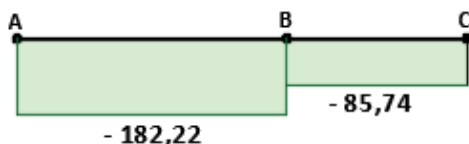
²⁷ Diagramas de Esforços são gráficos que representam a variação de valor dos esforços normal, de tração ou de compressão, que estão atuando internamente em uma barra da estrutura ao longo do seu comprimento. Os diagramas de esforços e de momento fletor são tratados em componentes

6 ilustra o diagrama de esforço normal no qual o máximo esforço é igual a 182,22 kN de compressão.

Já a Figura 7 ilustra o diagrama de esforço cortante cujo máximo valor encontrado é igual a 53,42 kN.

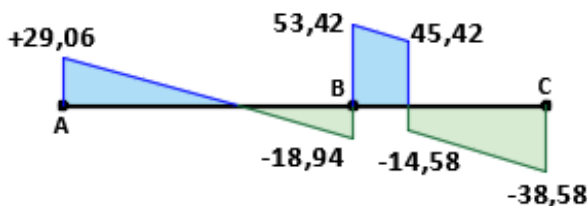
Ressaltamos que os valores indicados nesses diagramas apresentados nas figuras 6 e 7 são obtidos por meio da análise dos corpos livres, tomando-se seções em alguns pontos ao longo da barra para obter as equações de equilíbrio e com isso determinar os valores dos esforços em pontos da barra até determiná-los nos pontos de apoio. É relevante observar também que os sinais + e – presentes nas figuras 6 e 7 estão relacionados, no caso do esforço normal (Figura 6), se este é de tração (+) ou de compressão (–) e, no caso do esforço cortante (Figura 7), o sinal + é atribuído no caso em que a força tende girar a barra ou a seção da barra no sentido horário e o sinal – é atribuído no caso em que a força tende a girar a barra ou a seção da barra no sentido anti-horário. Para maiores detalhes, sugerimos consultar livros de Estática e de Resistência dos Materiais.

Figura 6 – Diagrama de esforço normal [kN]



Fonte: elaborado pelos autores

Figura 7 – Diagrama de esforço cortante [kN]



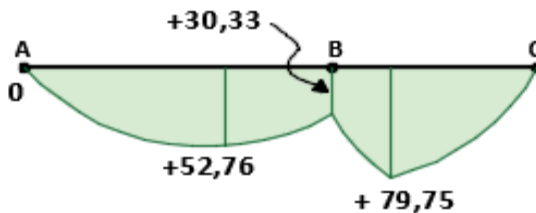
Fonte: elaborado pelos autores

O diagrama de momento fletor (força que provoca a deformação ou flexão de um elemento estrutural), que, a partir de conceitos de Mecânica dos Materiais, é obtido de modo análogo aos diagramas de esforços (para maiores

curriculares específicos da área de Mecânica dos Materiais. Para maiores detalhes, sugerimos consultar Beer (2015).

detalhes, consultar Beer (2015)), é ilustrado na Figura 8. O máximo momento fletor é igual a 79,75 kNm tracionando a parte de baixo da viga. Este momento fletor máximo é obtido também de modo similar aos valores máximos para os esforços normal e cortante. Em relação aos sinais do momento fletor, este é positivo (+) quando o momento é gerado no sentido anti-horário e negativo (–) quando o momento é gerado no sentido horário.

Figura 8 – Diagrama de momento fletor [kNm]



Fonte: elaborado pelos autores

Etapa 8: Dimensionamento de custo

Considerando a hipótese de que a seção da barra rígida seja de aço e adotada como maciça e prismática com seção retangular, apenas aplicando peso próprio (g) na estrutura, sem carga acidental ‘p’²⁸, pode-se realizar o seguinte dimensionamento:

Densidade do aço: $\gamma_{aço} = 7800 \text{ kg/m}^3$

Carregamento distribuído: $g + p = 8 + 0 \text{ kN/m} \approx 800 \text{ kgf/m}$

Área da seção por metro linear referente à carregamento distribuído:

$$S \cdot 7800 = 800 \Leftrightarrow S = \frac{800}{7800} = 0,102564 \text{ m}^2$$

Altura adotada para a seção: $h = 0,5 \text{ m}$

Largura da seção: $b = \frac{S}{h} = \frac{0,102564}{0,5} = 0,2051 \text{ m}$

Portanto, para a aplicação do carregamento distribuído de 8 kN/m, sem consideração de carregamento acidental (carregamento de uso da estrutura) a seção maciça de aço da viga rígida seria de $0,5 \text{ m} \times 0,205 \text{ m}$. O custo desta

²⁸ Em uma estrutura, as cargas acidentais são cargas (móveis, pessoas, equipamentos etc.) adicionadas à estrutura que, em algum momento podem ser retiradas ou alterada. Em nosso exemplo, a carga acidental da estrutura é zero.

barra, supondo um valor de R\$3,55/kg para o aço, seria de: $\text{Custo} = R\$3,55 \times 10m \times 800kg/m = R\$28400,00$. Contudo, há que se discutir a viabilidade do projeto, pois é possível reduzir o custo com uma seção vazada, por exemplo, desde que o coeficiente de segurança de projeto (Beer, 2015) seja atendido em todas as verificações de cada tipo de esforços internos solicitantes na viga. Procede-se então à verificação do coeficiente de segurança desta viga rígida para verificar a possibilidade de redução da seção de aço. Para isso é necessário calcular a tensão de tração na face inferior da seção e a tensão de compressão que ocorre na face superior da seção. A forma de cálculo se faz da seguinte maneira:

Posição da linha neutra na seção (região em que as tensões na seção resultam nulas):

$$y = h/2 = 0,5/2 = 0,25m \text{ (medidos a partir da base, para cima)}$$

Momento de inércia da seção em relação à linha neutra:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{0,2051 \cdot (0,5)^3}{12} = 0,002137m^4$$

$$\text{Módulo resistente à tração: } W_i = \frac{I}{y} = \frac{0,002137}{0,25} = 0,008547 m^3$$

Módulo resistente à compressão:

$$W_s = \frac{I}{h - y} = \frac{0,002137}{0,25} = 0,008547 m^3$$

Momento máximo positivo na seção (já calculado): $M_{max}^+ = 79,75 kN \cdot m$

Tensão máxima de tração na fibra inferior:

$$\sigma_{tmax} = \frac{M_{max}^+}{W_i} = \frac{79,75}{0,008547} = 9330,75 kN/m^2$$

Tensão máxima de compressão na fibra superior:

$$\sigma_{cmax} = \frac{M_{max}^-}{W_s} = \frac{79,75}{0,008547} = 9330,75 kN/m^2$$

Tensão de escoamento do aço (adotado MR250):

$$f_y = 250MPa = 250000 kN/m^2$$

$$\text{Coeficiente de segurança: } C_s = \frac{f_y}{\sigma_{tmax}} = \frac{250000}{9330,75} = 26,79 \gg 2,0$$

Portanto, esta seção maciça de aço possui resistência praticamente 13 vezes maior do que a necessária ($26,79 \cong 13,4 \times 2$), mostrando que está

superdimensionada, podendo-se baratear o seu custo e ainda resistir a um valor de carregamento acidental distribuído em relação ao que está projetada para o problema proposto. Como exemplo de otimização do dimensionamento à flexão, propõe-se adotar uma seção vazada (ou tubo prismático) conforme o que segue (a ser desenvolvido pelo aluno):

$$C_s = 2$$

$$\sigma_{tmax} = \frac{f_y}{C_s} = \frac{250000}{2} = 125000 \text{ kN/m}^2$$

$$W_i = \frac{M_{max}^+}{\sigma_{tmax}} = \frac{79,75}{125000} = 0,000638 \text{ m}^3$$

Agora temos que considerar o momento de inércia da seção vazada:

$$I_{vazada} = I_{maciça} - I_{vazio} = W_i \cdot y = 0,000638 \cdot 0,25 = 0,00016 \text{ m}^4$$

Considerando mantida a mesma seção externa anterior, ou seja, $0,5 \text{ m} \times 0,2051 \text{ m}$, temos:

$$I_{vazio} = I_{maciça} - W_i \cdot y = \frac{b \cdot h^3}{12} - W_i \cdot y =$$

$$= 0,002137 - 0,00016 = 0,001977 \text{ m}^4$$

Agora, considerando que a espessura ‘ e ’ da seção de aço em torno do vazio seja constante tem-se:

$$S_{vazio} = (h - 2e) \cdot (b - 2e)$$

ou a partir de uma fração das dimensões externas:

$$S_{vazio} = (h - 2 \cdot f \cdot h) \cdot (b - 2 \cdot g \cdot b)$$

definindo-se então f e g de modo que $e = f \cdot h = b \cdot g$, enfim, pode-se calcular a área S da seção vazada:

$$S_{vazada} = S - S_{vazio}$$

O cálculo de S_{vazada} permite que se determine o peso linear (que é o peso por metro de comprimento da barra) da seção e, portanto, seu custo, que agora será bem menor. Note-se que, neste caso, para manter a carga distribuída de 8 kN/m, sendo que o valor do peso próprio ‘ g ’ reduziu, pode-se aplicar agora um carregamento acidental distribuído ‘ p ’, aumentando a utilidade da viga. Contudo, para seu cálculo, deve-se determinar a espessura ‘ e ’, como definida anteriormente e para isso deve-se utilizar o momento de inércia do vazio da seção:

$$I_{vazio} = \frac{(b - 2e) \cdot (h - 2e)^3}{12}$$

Não há forma analítica para determinar o valor de 'e' no polinômio de ordem 4, resultante da aplicação da propriedade distributiva à equação do I_{vazio} , portanto, deve-se aplicar técnicas numéricas (Chapra; Canale, 2008), como adotar iterativamente valores de 'e' até se obter o valor de I_{vazio} calculado. Assim se chega aproximadamente a $e = 0,0785 \text{ m}$. Ou seja, a viga pode ser um tubo prismático de seção externa retangular $0,5 \text{ m} \times 0,2051 \text{ m}$ fabricado com espessura de chapa de $0,079 \text{ m}$. Desta forma, tem-se:

$$S_{vazada} = 0,102564 - 0,016508 = 0,086056 \text{ m}^2$$

Peso da seção por metro linear:

$$0,086056 \cdot 7800 = 671,24 \text{ kgf/m} = 6,71 \text{ kN/m}$$

Carregamento acidental distribuído: $8 = 6,71 - p \Leftrightarrow p = 1,29 \text{ kN/m}$

$$\text{Custo da viga: } R\$3,55 \cdot 10\text{m} \cdot 671,24 \text{ kgf/m} = R\$ 23828,94$$

Economia: R\$4571,06

Com isso se ganha $1,29 \text{ kN/m}$ ou 129 kgf de carga acidental para uso sobre a viga.

2.3- Solução numérica do problema

Baseando-se na solução analítica desenvolvida junto aos estudantes desenvolveu-se a solução numérica para esta estrutura, mostrada abaixo. Este código comporta variações nos parâmetros de entrada do problema. Em uma geometria mais elaborada ou mesmo com mais cabos torna-se importante métodos numéricos para resolução do sistema linear. Por opção, desenvolveu-se um código em MATLAB® para resolução do sistema linear da etapa 5, por meio de dois métodos distintos.

```
l=input('entre com o comprimento da viga em m')
x1=input('entre com a posição do cabo 1 em m')
x2=input('entre com a posição do cabo 2 em m')
x3=input('entre com a posição de aplicação da força pontual em m')
y=input('entre com a altura dos cabos em m')
```

```

f1=input('entre com a força distribuída em kN/m')
f2=input('entre com a força pontual em kN')
a1=atan(y/x1)
a2=atan(y/x2)
L1=sqrt(y^2+x1^2)
L2=sqrt(y^2+x2^2)
A=[cos(a1)  cos(a2)  -1  0;  sin(a1)  sin(a2)  0  1;
x1*sin(a1)  x2*sin(a2)  0  0; ((x2*L1)/(x1*sin(a1))) -
(L2/sin(a2))  0  0]
B=[0 ; f1*l+f2; f1*l^2/2+f2*x3;0]
%Método 1: usando a função inv()
X=inv(A)*B
disp("A solução é:")
N1=X(1,1)
N2=X(2,1)
HA=X(3,1)
VA=X(4,1)
%Método 2: Usando a função rref()
MA=[A B] % matriz ampliada
X=rref(MA) % escalona a matriz MA
disp("A solução é:")
N1=X(1,5)
N2=X(2,5)
HA=X(3,5)
VA=X(4,5)

```

3- Conceitos desenvolvidos a partir do problema proposto em seus distintos níveis de profundidade

3.1- Nível I

O primeiro nível da atividade poderá ser implementado junto a alunos a partir do 3º ciclo. Nesse momento o aluno já cursou ou cursa diversas disciplinas básicas como, por exemplo, Cálculo, Geometria Analítica, Cálculo Numérico, Álgebra Linear, Física 1 e Mecânica do Corpo Rígido. Nesse primeiro momento serão revisados e aplicados conceitos de Geometria, como trigonometria no triângulo retângulo e semelhança de triângulo na área da matemática. Será desenvolvido o método de eliminação Gaussiana para resolução de sistemas lineares analiticamente e numericamente. Quanto aos conceitos estudados nas disciplinas da Física, estes serão revisitados pelos alunos e aplicados os conceitos de reações de apoios, equilíbrio de corpos rígidos, princípio de forças estaticamente equivalentes por meio do cálculo de força resultante de carregamentos uniformemente distribuídos. Este problema pode também ser explorado em Laboratório de Física, em um experimento em que as principais forças envolvidas sejam mensuradas como função dos parâmetros do projeto. O projeto do sistema estático pode também ser desenvolvido como temática nas disciplinas de Desenho Técnico.

3.2- Nível II

Este nível poderá ser desenvolvido com alunos do 4º ciclo em diante. Ao longo da disciplina de Resistência dos Materiais e Teoria das Estruturas I (4º e 5º ciclos) os alunos introjetam os conceitos de diagramas de esforços solicitantes internos, tensões, deformações e dimensionamento de elementos considerando hipótese de regime elástico linear. Observa-se que, nesse exemplo mais elementar, o discente não necessitaria obter uma solução numérica, porém, ao introduzir mais estais ou modificar a geometria do problema o auxílio de um software como o MATLAB® torna-se fundamental.

3.3 Nível III

Neste último nível, que poderá ser desenvolvido a partir do 6º ciclo até o final do curso, busca-se aplicar os conceitos de reavaliação da estrutura. Os alunos precisarão avaliar a adequação da estrutura inicialmente proposta em função dos esforços encontrados e determinar as alterações necessárias.

Posteriormente procura-se trabalhar o conceito de otimização da solução encontrada, empregando-se também os conceitos de custos.

4- Abordagens pedagógicas

O problema proposto permite a utilização de distintas abordagens pedagógicas, associadas às distintas áreas do saber envolvidas e em distintos níveis de profundidade. Abaixo exemplificar-se-á apenas algumas das abordagens possíveis, visto que existe uma grande flexibilidade para as formas de exploração de um problema real.

4.1- Nível I

Em um primeiro momento, o problema pode ser apresentado aos estudantes, explicando sua real complexidade, sua conexão entre a Física e a Engenharia, tendo a Matemática como linguagem intermediadora entre estas áreas, bem como respaldando as simplificações envolvidas em uma primeira solução. Pode-se propor aos estudantes que, em grupos, busquem uma solução analítica para o problema. A apresentação, por parte dos alunos, dos caminhos explorados buscando esta solução permitirá ao professor, que assuma então uma posição de mentor, conduzindo os estudantes para o entendimento da solução analítica apresentada na seção 2.2.

Neste primeiro nível, será também desenvolvido o conceito de eliminação de Gauss. Explorando os conceitos vistos em computação para a solução numérica do problema, no método 1 do código do MATLAB®, usando a função nativa `inv()`, será desenvolvido o seguinte aspecto matemático: todo sistema linear pode ser escrito na forma matricial como $AX = B$, sendo A matriz dos coeficientes, X a matriz das variáveis e B a matriz dos termos independentes. Aplicando-se uma álgebra matricial, obtém-se a solução do sistema linear dada pela matriz $X = A^{-1}B$, pois o sistema linear é possível e determinado. Já pelo método 2 transforma-se o sistema linear da etapa 5 na forma matricial, porém temos uma matriz ampliada denotada no código por MA . Essa matriz é formada pela concatenação das matrizes dos coeficientes e dos termos independentes. Após usar a função nativa `rref()` do MATLAB® na matriz MA tem-se o seu escalonamento. A última coluna da matriz MA já escalonada fornece a solução do sistema.

Ainda neste primeiro nível, a verificação dos efeitos de variações nos parâmetros do projeto (ângulos, comprimentos de vigas, comprimentos de cabos, massas etc.) nas forças envolvidas pode ser observada em um experimento de laboratório, nos conteúdos de Física. As forças normais nos

estais podem ser mensuradas por meio do uso de dinamômetros acoplados aos estais. Os estais podem ser montados em uma estrutura similar à proposta pelo problema, construída em escala e montada em bancada, capaz de aceitar variações nos principais parâmetros do projeto.

4.2- Nível II

Neste nível, com os conceitos trabalhados em Resistência dos Materiais e Teoria das Estruturas I, os alunos conseguem deduzir formulações adotadas no nível anterior. Assim, utilizando as equações da lei de Hooke (Equação (11)) e os conceitos de tensão normal (Equação (9)) e de deformação (Equação (12)), chega-se a uma relação para o cálculo do deslocamento da extremidade da barra (Equação (5)).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (11)$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (12)$$

$$\Delta L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} \quad (5)$$

Neste nível, também, já foi trabalhado nas disciplinas o conceito de dimensionamento utilizando-se o método das tensões admissíveis dado na Equação (10). Assim, já é possível dimensionar a área do cabo necessário para resistir ao esforço normal.

$$\sigma \leq \bar{\sigma} = \frac{\sigma_{esc}}{C_s} \quad (10)$$

Após encontrar os esforços normais nos cabos e as reações de apoio pode-se determinar os diagramas de esforços internos. Obtidos os máximos valores de esforço normal, cortante e momento fletor é possível calcular as tensões normal e de cisalhamento e, também, as tensões principais atuantes na viga. Considerando o material da viga pode-se utilizar o critério de resistência adequado para dimensionar a viga principal.

4.3- Nível III

Neste último nível foi exigido do aluno uma reavaliação da estrutura. Inicialmente considerou-se uma viga de aço maciça prismática com seção retangular. Utilizando os conceitos da linha neutra, momentos de inércia, módulos de resistência a tração e compressão, entre outros, estimou-se o custo

da viga em R\$ 28400,00. Ao tentar reduzir custo foi proposta a troca da viga para a viga vazada pois a maciça possuía uma resistência 13 vezes maior que a necessária para o projeto, como já discutido. A viga vazada possui um custo (à época) de R\$ 23828,94 acarretando uma economia de R\$ 4571,06.

Ainda deve ser avaliada se essa espessura resiste aos demais esforços na seção, como ao cisalhamento, por exemplo, mas já foi possível vislumbrar as possibilidades de exploração do conhecimento matemático também para a solução de dimensionamento e melhoria da viabilidade do projeto. Com base nos saberes adquiridos, esta proposta possibilita o estabelecimento de uma saudável competição entre grupos de estudantes, convidados a desenvolver novos projetos que exercerão a mesma função do projeto inicial, agora, incorporando mudanças de design, buscando uma otimização do binômio custo/processo construtivo.

Em um estágio mais avançado (9º e 10º semestres) pode-se propor a verificação considerando-se o regime plástico e verificações de acordo com as normas brasileiras para o material utilizado.

5- Considerações finais

O problema detalhado propicia diálogos entre Física, Matemática e Engenharia em diferentes níveis de profundidade e momentos do curso, podendo ser expandido para outras áreas tais como, computação, desenho técnico e engenharia econômica.

Como destaque ressalta-se que o trabalho proposto pode ser revisitado inúmeras vezes ao longo do curso, de forma gradual, estendendo-se ao longo de praticamente todo processo formativo do estudante com grande flexibilidade e permitindo uma abordagem lúdica devido à existência de laboratório, trabalhos em grupo e competições entre grupos de alunos. Além disso o projeto é realista, pois aborda um verdadeiro projeto de Engenharia.

Referências

AUSUBEL, D. P. **The acquisition and retention of knowledge: A cognitive view.** Springer Science & Business Media. 2012.

BEER, F. P. *et al.* **Mecânica dos Materiais.** Porto Alegre: McGraw-Hill/ARTMED, 2015.

CAMARENA, P. A treinta años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias. **Innovación Educativa**, v. 13, n. 62, p. 17-44, 2013.

CHAPRA, S.C.; CANALE, R.P., **Métodos numéricos para engenharia**. Porto Alegre: McGraw-Hill/ARTMED, 2008.

LIMA, G. L. *et al.* Contextualizando o ensino e a aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática na Engenharia. In: Tonini, A. M. (Org.). **Desafios da Educação em Engenharia**: formação acadêmica e atuação profissional, Práticas Pedagógicas e Laboratórios Remotos, ed. 01. Brasília: ABENGE, 2017, p. 09 - 35.

SALES, J. J. *et al.* **Sistemas Estruturais Teoria e Exemplos**. 1ª ed. São Carlos: EESC USP. 2003.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos professores Tiago Estrela de Oliveira e Antonio Santoro pelas importantes contribuições na proposição inicial deste trabalho.

Capítulo 6

Problema dos pórticos – interfaces entre a Engenharia Civil, as Ciências Básicas e a Matemática

Barbara Lutaif Bianchini²⁹

Eloiza Gomes³⁰

Gabriel Loureiro de Lima³¹

Karina Bradaschia Rocha³²

Paula Meirelles Bolelli³³

1- Introdução

Nosso objetivo neste capítulo é, a partir de um problema cuja proposta e solução nos foi apresentada por duas engenheiras civis, autoras desse capítulo (Karina e Paula, ambas mestres em Engenharia de Estruturas e com experiência docente em cursos de Engenharia) e que é significativo para a prática do profissional da área, evidenciar os conceitos matemáticos e físicos presentes em tal contexto, ilustrar possibilidades de vinculação entre esse problema e a Química, refletir a respeito das adaptações necessárias para a utilização em sala de aula e sobre os objetivos e potencialidades desse uso no que tange ao ensino e à aprendizagem de Ciências Básicas e Matemática (CbM). Destacamos também, quando for o caso, divergências de linguagem identificadas entre as abordagens da Engenharia e as das CbM.

²⁹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. barbara@pucsp.br

³⁰ Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. eloiza@maua.br

³¹ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP e Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. gllima@pucsp.br

³² Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. karina.rocha@maua.br

³³ Pedreira Onix. paula@pedreiraonix.eng.br

O que nos motivou a buscar um problema como o que apresentamos neste capítulo foi a necessidade de contextualizar, a partir de situações específicas da Engenharia, o ensino de Ciências Básicas e, em nosso caso específico, da Matemática nestes cursos. Temos realizado pesquisas desde 2015, com o objetivo de identificar problemas significativos ou clássicos das diferentes habilitações da Engenharia que nos permitam abordar, junto aos futuros engenheiros, conteúdos matemáticos de maneira contextualizada.

A ideia é que esses problemas possam ser utilizados, após realizadas as devidas adaptações tendo-se em mente o público-alvo, como elementos integradores entre as disciplinas de CbM e aquelas específicas ou profissionalizantes dos cursos de Engenharia. Nessa trajetória, um elemento que a nós se revelou como essencial foi o diálogo entre docentes responsáveis por disciplinas de CbM e aqueles que ministram disciplinas específicas da Engenharia.

No caso específico do problema dos Pórticos que será apresentado, a dinâmica entre nós autores (somos três matemáticos e duas engenheiras civis), estabeleceu-se da seguinte maneira: as engenheiras apresentaram a solução do problema aos matemáticos e estes se detiveram a apresentar reflexões a respeito dos conceitos matemáticos empregados; adaptações necessárias para utilização do problema em aula; objetivos da proposição do problema nas disciplinas básicas; eventuais divergências de linguagem e de notação; entre outros. À medida em que os matemáticos buscavam compreender a solução do problema, dialogavam com as engenheiras a respeito de pontos que estavam ainda “nebulosos” no que se referia aos conteúdos do contexto da Engenharia Civil mobilizados. Liam as produções dos engenheiros, faziam questionamentos não somente em relação ao fenômeno, mas também a respeito da modelagem matemática realizada e do significado, na área específica, de cada conceito empregado.

Enquanto os matemáticos adquiriam relativa familiaridade com os conhecimentos do contexto, as engenheiras pouco a pouco compreendiam de maneira mais efetiva como determinados conceitos da Matemática estavam sendo mobilizados na situação, ainda que de maneira implícita. Além disso, puderam perceber que a Matemática é mais do que uma ferramenta empregada pelos engenheiros; essa ciência, em muitos casos, embasa as teorias subjacentes às diferentes situações específicas da Engenharia, bem como seus modelos.

Em síntese, o diálogo estabelecido por nós, autores do texto, revelou-se profícuo especialmente porque as engenheiras auxiliaram os matemáticos a

compreender o problema sob o ponto de vista da Engenharia e estes, por sua vez, contribuíram para que as engenheiras percebessem a conexão – e assim oportunamente pudessem evidenciá-la aos estudantes - dos conteúdos que lecionam com os que os graduandos estudam nas disciplinas das áreas básicas.

Feitas essas considerações iniciais, passamos, a seguir, a apresentar o problema que será objeto de discussão nesse capítulo.

2. O problema dos pórticos

O problema relacionado à análise estrutural de um pórtico é trabalhado, nos cursos de Engenharia Civil, em disciplinas da área de Estruturas. Está presente, por exemplo, em livros como *Lições em mecânica das estruturas: dinâmica* de Mazzilli *et al.* (2016).

Os pórticos na engenharia estrutural são formas compostas por elementos lineares (normalmente vigas e colunas), conectados em suas extremidades de forma a não permitir rotações relativas (conexões rígidas). São estruturas capazes de resistir a esforços normais (que tendem a esticá-la ou a encurtá-la), cortantes (forças que tendem a cisalhá-la) e de flexão (que tendem a curvá-la) (Pandit; Gupta, 2008) e são muito utilizadas no travamento de edifícios, principalmente dos mais elevados, em que o padrão com repetições resulta em estruturas hiperestáticas. Sua aplicação nas edificações data do final do século XIX e início do século XX, com o uso de colunas de aço e concreto em substituição às paredes tradicionais de alvenaria utilizadas como suporte, marcando uma grande transformação na arquitetura e projeto (Murray, 2009).

Outras vantagens de se utilizar uma estrutura aporticada são que elas possuem menores deflexões (alterações ou desvios da posição natural para um dos lados) e distribuem melhor a carga quando comparadas com uma estrutura composta por viga-pilar (vigas simplesmente apoiadas nos pilares), pois a conexão rígida entre vigas e pilares faz com que os efeitos de flexão sejam também absorvidos pelos pilares. Além disso, ressalta-se, nos últimos anos, com o advento de novas técnicas e materiais de construção, um grande interesse por esse tipo de estrutura, uma vez que os pórticos atendem a requisitos como leveza, economia e construção rápida (Lan, 1999).

Antigamente, como forma de simplificar qualquer problema de Engenharia, era usual realizar apenas uma análise estática das estruturas, majorando os carregamentos (ou seja, forças nelas atuantes) pelos chamados coeficientes de amplificação dinâmica. Porém, com o passar do tempo e devido

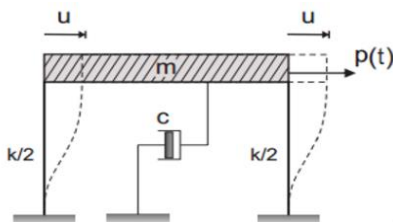
ao desenvolvimento de novas tecnologias, os sistemas estruturais tornaram-se cada vez mais esbeltos e passíveis de vibrações, sendo necessário, para que se faça corretamente, e conforme as normas técnicas, seu dimensionamento e verificação, o estudo das ações dinâmicas sobre eles atuantes - tais como ventos muito fortes, terremotos ou até mesmo grandes máquinas rotativas que podem ser colocadas no interior desses edifícios (Mazzilli *et al.*, 2016).

Como é previsto por normas técnicas, os edifícios possuem um máximo deslocamento horizontal permitido, que é diretamente proporcional à sua altura, considerado tanto como um fator de segurança da estrutura, quanto para o próprio conforto dos usuários. Assim, o problema considerado neste capítulo, cujo enunciado é apresentado a seguir e foi adaptado de Mazzilli *et al.* (2016), está relacionado a uma situação na qual um pórtico de um pavimento é submetido a uma força estática que faz com que a estrutura vibre livremente.

Problema: Considere um pórtico com massa $m = 384 \text{ kg}$, produto de rigidez $EI = 25000 \text{ N.m}^2$ (em que E é o módulo de elasticidade do material, ou seja, é uma relação entre a tensão e a deformação e I é o momento de inércia, parâmetro que está diretamente relacionado com as dimensões do pilar e que representa a resistência do elemento a um movimento de rotação), altura $L = 2,5 \text{ m}$ e taxa de amortecimento $\xi = 0,05$. Uma força estática é aplicada sobre essa estrutura, causando um deslocamento inicial $u_0 = 0,1 \text{ m}$. Em seguida, essa força é retirada bruscamente e a estrutura passa a vibrar livremente com velocidade inicial $\dot{u}_0 = 0$. Determine uma expressão que permita analisar o comportamento do deslocamento u em função do tempo.

No problema em questão, adota-se o modelo *shear building*, no qual as vigas são consideradas infinitamente rígidas quando comparadas às colunas, além de toda a massa da estrutura estar concentrada nas lajes. Nesses casos, o deslocamento vertical e a rotação são restringidos. Além disso, a estrutura é simétrica, o que faz com que o modelo passe de um sistema com 6 graus de liberdade (ou seja, 3 possíveis movimentos que podem ocorrer em cada nó da estrutura, que são o deslocamento horizontal, vertical e a rotação) para apenas um grau de liberdade (o deslocamento horizontal), como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Modelo de um pavimento com um grau de liberdade



Fonte: adaptado de Mazzilli *et al.*, 2016

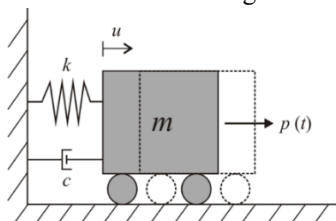
Como já mencionado, para a resolução do problema, podemos aproveitar a simetria da estrutura e realizar os cálculos considerando apenas uma de suas metades, o que faz com que o problema apresente somente um grau de liberdade.

A equação de equilíbrio para a situação ilustrada na Figura 1 é descrita por:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1)$$

Para obter essa equação de movimento, será feita uma analogia com o caso de um oscilador de um grau de liberdade (Figura 2), no qual é considerado um amortecedor viscoso linear equivalente³⁴, de forma a representar a dissipação de energia presente em diferentes problemas de Engenharia, tal como o atrito com o ar (Mazzilli *et al.*, 2016).

Figura 2 – Oscilador com um grau de liberdade



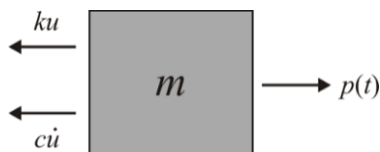
Fonte: adaptado de Mazzilli *et al.*, 2016

³⁴ Segundo Correia (2007), um amortecedor viscoso linear é caracterizado por uma relação linear entre a força desenvolvida no amortecedor e a velocidade relativa de suas extremidades. Por sua vez, a descrição dos fenômenos de dissipação de energia com base em um amortecedor equivalente é realizada igualando-se a energia dissipada em um ciclo de vibração do sistema à energia dissipada no amortecedor para um ciclo de vibração com a mesma amplitude de deslocamento.

Pela segunda lei de Newton, tem-se que a resultante das forças aplicadas sobre a massa isolada (Figura 3) deve ser igual ao produto dessa massa pela intensidade da aceleração imposta ao movimento, conforme um observador inercial. Assim, a equação (2) é obtida.

$$m\ddot{u} = p(t) - ku - c\dot{u} \quad (2)$$

Figura 3 – Resultante das forças aplicadas



Fonte: Mazzilli *et al.*, 2016, p. 46

Isolando $p(t)$, chega-se à equação (1), que é a equação linear de segunda ordem, a qual caracteriza o movimento do sistema. É característico de problemas dinâmicos de um grau de liberdade a presença da força de inércia ($m\ddot{u}$), da força elástica (ku) e a eventual presença da força de amortecimento estrutural ($c\dot{u}$) e do carregamento variável no tempo ($p(t)$). Assim, se $p(t) = 0$, o problema é denominado de *vibrações livres*, e pode ainda ser subdividido em dois casos:

- $m\ddot{u} + ku = 0$, caso não tenha amortecimento;
- $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0$, caso haja amortecimento.

Porém, se $p(t) \neq 0$, o problema é de *vibrações forçadas* e ainda:

- $m\ddot{u} + ku = p(t)$, caso não tenha amortecimento;
- $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t)$, caso haja amortecimento.

No problema apresentado neste capítulo, trataremos apenas do caso de *vibrações livres*. De acordo com Mazzilli *et al.* (2016), para resolver sistemas de um grau de liberdade, sujeitos a vibrações livres, é necessário conhecer as propriedades intrínsecas do sistema, como a frequência natural e a taxa de amortecimento.

Passamos então a estudar mais detalhadamente os casos de vibrações livres, tanto não amortecidas, quanto amortecidas.

Vibrações livres não amortecidas

Para um sistema não amortecido, o movimento é descrito pela equação (3).

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (3)$$

A sua solução geral é harmônica (senoidal ou cossenoidal) e pode ser escrita conforme a equação (4).

$$u(t) = \rho \cos(\omega t - \theta), \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

Vibrações livres amortecidas

Para um sistema amortecido, o movimento é descrito pela equação (5).

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (5)$$

Se todos os termos da equação (5) forem divididos por m , obtém-se a equação (6), na qual a partir do que se denota por meio da equação (7), introduz-se a taxa de amortecimento ξ .

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = 0 \quad (6)$$

$$\xi = \frac{c}{2m\omega} \quad (7)$$

Tendo sido introduzida a taxa de amortecimento à equação de equilíbrio do sistema, a solução $u(t)$ dependerá do valor dessa taxa. Podemos ter então os seguintes casos:

Amortecimento subcrítico

Esse tipo de amortecimento ocorre para valores de ξ entre 0 e 1 (ou c entre 0 e $2m\omega$). Os parâmetros presentes em $u(t)$, dado pela equação (8), são definidos pelas equações (9), (10) e (11).

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \rho \cos(\omega_D t - \theta) \quad (8)$$

$$\rho = \sqrt{(u_0)^2 + \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\omega_D}\right)^2} \quad (9)$$

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (10)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\omega_D u_0}\right), -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

Amortecimento crítico

O caso do amortecimento crítico ocorre quando $\xi = 1$. Nessa situação, resolvendo a equação (6) e considerando as condições iniciais, recai-se no amortecimento crítico, dado pela equação (12).

$$u(t) = e^{-\omega t} [u_0 + (\dot{u}_0 + \omega u_0)t] \quad (12)$$

Amortecimento supercrítico

Por fim, quando $\xi > 1$ temos o caso do amortecimento supercrítico. Resolvendo então a equação (6) e considerando as condições iniciais, obtemos a solução dada pela equação (13).

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \left[u_0 \cosh(\hat{\omega}t) + \left(\frac{\dot{u}_0 + \xi\omega u_0}{\hat{\omega}} \right) \sinh(\hat{\omega}t) \right] \quad (13)$$

em que $\hat{\omega}$ é expresso por:

$$\hat{\omega} = \omega\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (14)$$

No caso do problema que está sendo estudado, como $\xi = 0,05$, trata-se de um caso de *vibração livre com amortecimento subcrítico*. Sabe-se que a rigidez de cada pilar pode ser calculada por:

$$\frac{k}{2} = \frac{12EI}{L^3} \Leftrightarrow k = \frac{24EI}{L^3}$$

Assim, neste caso, a rigidez da estrutura é de 38400 N/m. A frequência natural não amortecida da estrutura é determinada por (15) e a frequência natural amortecida por (16)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s} \quad (15) \quad \omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \cong 10 \text{ rad/s} \quad (16)$$

Estruturas estudadas na Engenharia Civil, usualmente, possuem taxas de amortecimento próximas de zero (ou seja, amortecimento subcrítico) e, portanto, as frequências amortecida e não amortecida são praticamente iguais, como pode ser notado nesse problema.

A constante de amortecimento c pode ser determinada por $c = 2\xi m\omega = 384 \text{ Ns/m}$. Assim, a equação do movimento é descrita por:

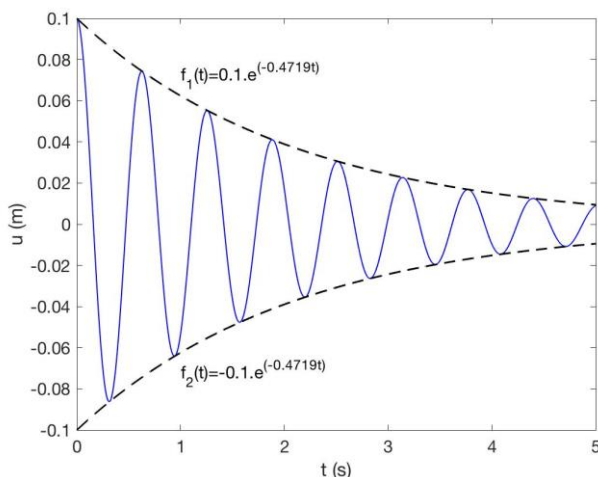
$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \Rightarrow 384\ddot{u} + 384\dot{u} + 38400u = 0 \Rightarrow \ddot{u} + \dot{u} + 100u = 0$$

Conforme já mencionado, a solução geral da equação de movimento para amortecimento subcrítico é dada por (8), sendo os parâmetros ρ e θ dados, respectivamente, pelas equações (9) e (11). Assim, no caso do problema que está sendo considerado, a resposta é dada por:

$$u(t) = e^{-0,5t} [0,10 \cos(10t - 0,05)]$$

A representação gráfica da função u é apresentada na Figura 4.

Figura 4 – Representação gráfica da solução do problema de vibração livre amortecida



Fonte: Os autores

Tendo sido apresentado o problema dos pórticos e a sua resolução, vamos então refletir a respeito de como tal problema pode ser utilizado, em sala de aula, pelos professores das disciplinas de Física, Química e Matemática em cursos de Engenharia.

3- As Ciências Básicas e a Matemática no problema em questão

Nesta seção, apresentamos algumas considerações acerca das potencialidades do emprego do problema dos pórticos pelos professores das disciplinas de Física, Química e Matemática. Entre os aspectos por nós discutidos estão: os conceitos das CbM mobilizados na resolução do problema; de que forma o problema poderia ser utilizado em sala de aula nas disciplinas de CbM e com que objetivos; a importância do diálogo entre professores de

CbM e de disciplinas específicas da Engenharia para o emprego, durante as aulas das disciplinas básicas, de problemas como o que enfocamos neste capítulo.

3.1 A Física

No que tange à área de Física, o problema mobiliza conceitos usualmente trabalhados tanto no primeiro (força elástica da mola, atrito, equilíbrio, pórticos), quanto no segundo ano (oscilações e amortecimento) dos cursos de Engenharia.

Para utilização do problema em aula, faz-se necessário apresentar inicialmente uma situação mais simples que possibilite ao estudante construir os conhecimentos necessários para trabalhar com um caso mais complexo, em que são mobilizados vários conceitos ao mesmo tempo. O estudante, a partir da análise da modelagem do problema sob o ponto de vista da Física e até de ensaios em laboratório, pode obter respostas aos comportamentos que serão estudados e que elementos os influenciam.

O problema estudado pode ser explorado tanto nas aulas de teoria, em conexão com a necessária problematização de um caso real, como receber subsídios das aulas de laboratório, nas quais, de forma mais simples e experimental, podem ser analisadas as variáveis físicas que se apresentam.

Em uma primeira análise, podemos dizer que algumas das experiências viáveis de serem adaptadas para o contexto em questão são: Força Elástica da Mola e Equilíbrio do Corpo Rígido, para as aulas do primeiro ano, e Movimento Harmônico Simples (MHS) e Movimento Harmônico Amortecido (MHA), Ressonância e Oscilações Forçadas, para as aulas do segundo ano.

Nas disciplinas de Física inseridas nos cursos de Engenharia, o problema auxiliaria na contextualização da teoria, uma vez que por seu intermédio seria possível apresentar aos futuros engenheiros uma aplicação real dos conhecimentos em construção. Recorrer ao problema dos pórticos para trabalhar com os conceitos físicos mencionados no parágrafo anterior, poderia fornecer ao graduando uma visão mais sistêmica e global dos temas estudados, evidenciando múltiplas utilizações dos conceitos físicos que, na vida real, apresentam-se em ação conjunta.

A abordagem do problema deve se dar, inicialmente, por meio de uma linguagem que evidencie os fenômenos físicos envolvidos, para somente então ser explorada a modelagem matemática do problema e a linguagem intrínseca

a ela. Em outras palavras, é essencial que o estudante compreenda, primeiramente, o que ocorre fisicamente antes de modelar o fenômeno.

A adaptação, para o trabalho em sala de aula, de um problema como este que está sendo abordado, demanda a compreensão da necessidade de diálogo dos docentes responsáveis pelas disciplinas de Física com aqueles das disciplinas específicas da Engenharia, o que é um desafio a ser superado. Tal diálogo traz benefícios tanto para os professores de Física, que podem ampliar seus repertórios acerca das aplicações dos conceitos físicos, quanto para os das áreas específicas, que podem desenvolver uma visão mais abrangente dos problemas com que trabalham, fortemente embasada em leis, teorias e hipóteses.

3.2 A Química

Em relação à área de *Química*, no problema em questão, a constituição dos materiais estudados e suas modificações permitem que aspectos físico-químicos e de ciência dos materiais sejam estudados. O uso de um material primordial da civilização moderna, o concreto, permite estudar propriedades intrínsecas de substâncias (sejam essas presentes no material ou acrescentadas como aditivo) e de suas interações intermoleculares, que afetam parâmetros como solubilidade, polaridade, dilatação, densidade, entre outros. Cabe destacar que o estudo de materiais se apresenta em diversas situações abordadas no curso de Engenharia desde o primeiro ano, permitindo o uso do problema em diversos níveis.

Em sala de aula, a situação considerada nesse problema poderia apresentar as propriedades do concreto e a necessidade de manutenção do material para sua eficiência estrutural (que pode ser vista quantitativamente em outras disciplinas durante a modelagem do problema). Poderia se discutir, em um primeiro momento e com a participação ativa dos alunos, as interferências que o ambiente pode exercer sobre o concreto, bem como possíveis maneiras de evitá-las ou remediá-las, incluindo a adição de compostos à sua formulação para alcançar características desejáveis.

A partir da análise do aspecto químico do problema, podemos destacar a presença dos seguintes conceitos: dilatação e contração de sólidos e líquidos (forças intramoleculares), solubilidade, polaridade, interações intermoleculares e relações entre a estrutura química e a polaridade, que são usualmente abordados em disciplinas de Química Geral, oferecidas geralmente no início de qualquer curso de Engenharia. No caso do futuro engenheiro químico, poderiam ser estudadas a síntese e reatividade dos aditivos e adições ao

concreto. Nas aulas de laboratório, os aditivos aos quais fizemos referência anteriormente, poderiam ser utilizados em um experimento qualitativo envolvendo polaridade e interações, discutindo seus efeitos no material.

Empregar conceitos químicos no estudo de materiais amplia as possibilidades de contextualização em qualquer campo da Engenharia e permite estender conhecimentos para as situações práticas do cotidiano dos futuros engenheiros, o que pode, inclusive, aumentar o grau de compreensão dos conceitos estudados.

Uma aula de Química recorrendo ao problema dos pórticos poderia partir de uma discussão envolvendo a visão dos estudantes sobre os conceitos necessários à construção e conservação de uma estrutura. Em seguida, poderia haver uma apresentação dos conceitos químicos envolvidos no problema e finalmente, uma análise do cenário e escolha orientada de aditivos e coadjuvantes. Também seria importante abordar questões ambientais e legais envolvidas, reforçando a transversalidade do problema e pontuando aspectos que seriam abordados com maior profundidade em outras disciplinas mais avançadas. É interessante reforçar, no entanto, que a abordagem de um problema real e dos conceitos nele envolvidos, em geral, não se esgota em uma única aula, até mesmo porque situações do cotidiano profissional de um Engenheiro necessitam da aplicação não apenas de um conhecimento específico, mas de uma série deles em complementaridade.

3.3 A Matemática

Em relação à *Matemática*, os conceitos ou ideias que podem ser abordado(a)s a partir do problema em questão são: transformações geométricas: simetria e rotação; modelagem matemática e a importância das funções nesse processo; função afim; aplicações de funções exponenciais, trigonométricas e suas inversas e funções trigonométricas hiperbólicas; análise e interpretação de representações gráficas de funções; limite de função real de uma variável real; teorema do confronto para limite de função real de uma variável real; taxa de variação relativa; derivada como taxa de variação instantânea; noções básicas a respeito de números complexos; resolução de equações diferencial ordinárias (EDO) de 2ª ordem homogêneas e de coeficientes constantes.

O problema apresentado pode ser proposto aos estudantes, em disciplinas matemáticas dos cursos de Engenharia, com diferentes finalidades: motivação para o estudo de determinado tema, aplicação de um conceito anteriormente trabalhado ou ainda para introduzir um conceito ou técnica cujo

aprendizado, por parte do graduando, é visado pelo professor. As adaptações necessárias para a utilização do problema em sala de aula dependerão dos objetivos pretendidos e do momento do curso de Engenharia em que o estudante se encontra. A seguir, apresentamos algumas possibilidades de utilização do problema em aulas de Matemática. Ressaltamos que, independentemente das adaptações realizadas, a modelagem matemática e a importância das funções nesse processo estão sempre presentes, assim como a demanda por um eficiente traquejo com o transformismo algébrico.

Em aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) para o primeiro ano, a solução final do problema, ou seja, a expressão algébrica que descreve o deslocamento horizontal u do pórtico em função do tempo, poderia ser diretamente fornecida ao estudante, para que este pudesse explorá-la em diferentes aspectos: como uma aplicação do estudo das funções trigonométricas no contexto da Engenharia Civil, sua representação gráfica e a partir dela analisar aspectos como conjuntos domínio e imagem, período, amplitude e suas relações com a resolução do problema. A partir da observação dos valores assumidos por u em diferentes instantes de tempo, pode-se determinar a taxa de variação relativa do deslocamento em relação a um valor inicial considerado. É possível também realizar tal estudo a partir da representação gráfica de u . Podem ser explorados também o produto de funções e a comparação das representações gráficas de cada uma dessas funções com a representação gráfica da função que é o produto das duas dadas originalmente. Poderia ainda ser realizada uma análise da função que é solução do problema, em termos do conceito de limite quando os valores atribuídos ao tempo tendem ao infinito e também, a partir da representação gráfica de u explorar o teorema do confronto.

Ainda nas aulas de CDI do primeiro ano, o problema poderia ser utilizado para atribuir significado à noção de derivada como taxa de variação instantânea. Além disso, partindo-se da solução da EDO e em seguida aplicando-se as condições iniciais dadas, pode-se auxiliar o estudante na compreensão do papel da constante de integração obtida ao se calcular uma integral indefinida.

Já em disciplinas matemáticas que contenham o tema EDO de 2ª ordem como um de seus objetos de ensino, o problema pode ser amplamente discutido e efetivamente resolvido, com todos os detalhamentos. Neste momento, pode-se também oportunizar a revisão de noções básicas referentes ao conjunto dos números complexos.

Em relação às divergências observadas entre a linguagem e as notações utilizadas nas disciplinas de Matemática e naquelas específicas da Engenharia, como, por exemplo, a que contempla o problema dos pórticos entre seus objetos de estudo, a situação apresentada nos permite evidenciar algumas delas.

Destacamos em primeiro lugar que, na Matemática, ao trabalharmos no contexto das equações diferenciais, com problemas de valor inicial, ao apresentar as condições iniciais, utiliza-se sempre uma notação por meio da qual explicita-se que o que está sendo apresentado são: a imagens, para o valor inicial que está sendo considerado para a variável independente, da função que é solução da equação diferencial em questão e de sua derivada. Na Engenharia não há essa preocupação em evidenciar, por meio da notação, essa ideia de as condições iniciais serem, na realidade, imagens de funções para valores específicos da variável independente. No caso do problema considerado, as condições iniciais, no contexto da Engenharia, foram denotadas por $u_0 = 0,005$ e $\dot{u}_0 = 0$. Nas disciplinas matemáticas, certamente seriam indicadas por: $u(0) = 0,005$ e $\dot{u}(0) = 0$. É importante que os professores de Matemática, em suas aulas, chamem a atenção dos estudantes para outras possibilidades de notações que são usuais em suas áreas de formação e que são representações diferentes para um mesmo objeto matemático.

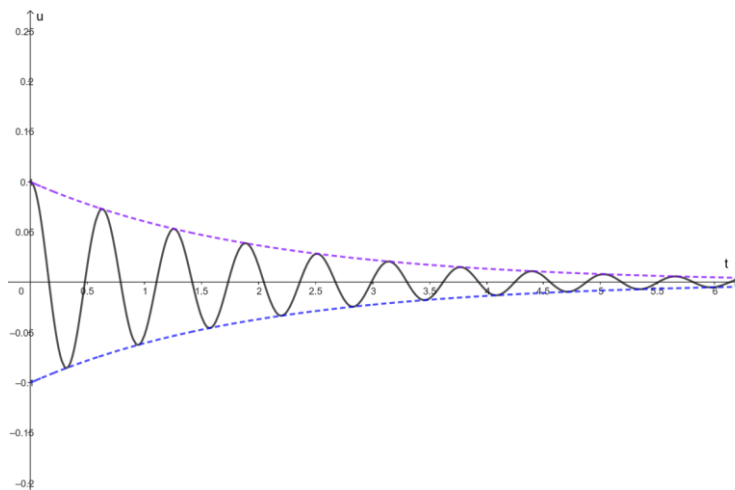
Outra questão a ser salientada, refere-se ao fato de os livros normalmente adotados nas disciplinas específicas da Engenharia trazerem as unidades de medida das grandezas inseridas já no final dos cálculos que estão sendo realizados, algo que não é adequado sob o ponto de vista da Matemática e, conseqüentemente, não é usual nos materiais voltados ao estudo de conceitos dessa ciência. Neste sentido, enquanto, por exemplo, na solução apresentada pelas engenheiras civis para o problema considerado, observamos a presença de um trecho como $c = 2\xi m\omega = 384 \text{ Ns/m}$, em uma solução dada por matemáticos, certamente teríamos uma consideração como: a constante de amortecimento c é calculada por: $c = 2\xi m\omega$; realizando os cálculos para o caso em questão, obtemos que o valor de c é 384 Ns/m . Esse aspecto é importante de ser salientado como diferença de linguagem entre a Matemática e a Engenharia.

Outro ponto que merece destaque é a maneira como os *softwares* normalmente utilizados nas disciplinas da Engenharia apresentam representações gráficas em sistemas de coordenadas cartesianas. Em relação a isso, o que mais nos chama a atenção é o fato de o eixo referente à variável independente não ser explicitamente representado. Como pode ser observado por meio da Figura

4, no “limite inferior” da janela de visualização do gráfico, a graduação referente ao eixo da variável independente é apresentada e destacamos que, para docentes das disciplinas de Matemática e estudantes dos primeiros semestres dos cursos de Engenharia, analisar tal gráfico a partir do ponto de vista cartesiano pode ser complicado. Parece-nos que, nessa representação, o foco é a curva representada e seu comportamento em relação à variável independente em questão e, nesse sentido, uma representação “mais limpa” pode ser mais adequada. No entanto, notamos que, nos desenvolvimentos teóricos, quando se constrói uma representação gráfica, esta é produzida da maneira usual.

Visando evidenciar a diferença entre a representação gráfica apresentada na Figura 4 e as obtidas por meio de *softwares* normalmente utilizados nas disciplinas de Matemática, apresentamos, na Figura 5, a mesma representação gráfica de u anteriormente exposta, mas agora obtida por meio do *software* GeoGebra.

Figura 5 – Representação gráfica da solução do problema de vibração livre amortecida obtida por meio do software GeoGebra



Fonte: Os autores

O principal desafio a ser vencido pelos docentes de Matemática que optarem por trabalhar, em sala de aula, com situações como a aqui apresentada, é a tomada de consciência a respeito da necessidade de compreender o modelo

matemático presente em tal situação e que este articula tanto conceitos da Matemática, como de outras áreas. Tal compreensão só poderá ser efetivada mediante ao estabelecimento de uma parceria entre os professores de todas as áreas envolvidas no problema, o que desencadeará um processo de autoformação para esses profissionais.

4- Considerações finais

O problema dos pórticos apresentado neste capítulo é apenas um exemplo de o quão vinculados estão os conceitos das CbM com as situações da Engenharia e, portanto, o quanto podemos, nesse contexto, abordá-los de forma articulada aos conhecimentos específicos a serem construídos pelos futuros engenheiros.

Não há como trabalhar com problemas como o aqui apresentado sem um envolvimento do corpo docente que está produzindo, conjuntamente, a situação a ser discutida em sala de aula. Esse foi o caminho percorrido pelo grupo de autores desse trabalho. Sua elaboração demandou diversos encontros entre as engenheiras civis, os físicos, os químicos e principalmente os matemáticos, no sentido de as engenheiras auxiliarem os matemáticos, os físicos etc., na compreensão do problema, sob o ponto de vista da Engenharia, e estes professores responsáveis pelas disciplinas de CbM auxiliarem os engenheiros a perceberem a conexão – e evidenciá-la aos estudantes - dos conteúdos das disciplinas que ministram com as das áreas básicas.

Encerramos este capítulo ressaltando uma dificuldade intrínseca à utilização de situações específicas da Engenharia em aulas de CbM, especialmente naquelas ministradas no início dos cursos de graduação, que é o fato dessas situações envolverem muitos conteúdos de CbM e do contexto das Engenharias que ainda não são de domínio dos estudantes. Nesse sentido, uma adaptação do problema para o nível de conhecimento do estudante no momento em que ela será trabalhada é evidentemente necessária. Mas, precisamos nos atentar para não correremos o risco de simplificar demasiadamente a questão e torná-la tão desinteressante ao aluno quanto um problema usual em sala de aula ou, de maneira oposta, não realizarmos qualquer tipo de adaptação, partindo da premissa de que apresentarmos um problema contextualizado garante a motivação do estudante, e, desta forma, torná-la inacessível ao nosso público-alvo. No próximo capítulo, serão apresentados dois materiais didáticos

elaborados a partir do problema dos pórticos tendo como foco duas disciplinas matemáticas diferentes, uma inicial de Cálculo Diferencial e Integral e outra abordando Equações Diferenciais Ordinárias. Na apresentação desses materiais, esperamos ilustrar como esse tipo de adaptação mencionada pode ser realizada.

Agradecimentos

Agradecemos aos professores Juliana Ribeiro Cordeiro, Luis Geraldo Cardoso dos Santos e Rodrigo Cutri por explicitarem que conceitos químicos e físicos podem ser explorados a partir do problema de pórtico apresentado neste capítulo.

Referências

- CORREIA, A. A. **Dinâmica: vibrações de sistemas com 1 grau de liberdade**. Lisboa: Instituto Superior Técnico, 2007.
- LAN, T.T. Space Frame Structures. In: CHEN, W.F.; LUI, E. M. **Handbook of Structural Engineering**. 2. ed. Boca Raton: Crc Press, 2005.
- MAZZILLI, C. E. N. *et al.* **Lições em mecânica das estruturas: dinâmica**. São Paulo: Blucher, 2016.
- MURRAY, S. **Contemporary curtain wall architecture**. Nova Iorque: Princeton Architectural Press, 2009.
- PANDIT, G.S.; GUPTA, S. P. **Structural Analysis: A Matrix Approach**. 2. ed. New Delhi: Tata Mcgraw Hill Education, 2008.

Capítulo 7

Interfaces entre a Engenharia Civil e a Matemática via problema dos pórticos: duas propostas de materiais didáticos

Barbara Lutaif Bianchini³⁵

Eloiza Gomes³⁶

Gabriel Loureiro de Lima³⁷

Karina Bradaschia Rocha³⁸

Paula Meirelles Bolelli³⁹

1. Introdução

Nosso objetivo neste capítulo é, a partir do problema dos pórticos explicitado no capítulo anterior, apresentar detalhadamente duas propostas de organizações didáticas por nós elaboradas para utilizá-lo em uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) ou em uma disciplina cujo principal objetivo seja trabalhar com Equações Diferenciais Ordinárias (EDO). Após a apresentação dos materiais, propomos uma sugestão de estratégia didático-pedagógica para suas implementações e encerramos o capítulo tecendo algumas considerações acerca do processo de elaboração desses materiais e da implementação de um deles.

³⁵ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP. barbara@pucsp.br

³⁶ Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. eloiza@maua.br

³⁷ Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP e Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. gllima@pucsp.br

³⁸ Instituto Mauá de Tecnologia – IMT. karina.rocha@maua.br

³⁹ Pedreira Ônix. paula@pedreiraonix.eng.br

2. Os materiais didáticos desenvolvidos a partir do problema dos pórticos

Nesta seção, apresentamos os dois materiais didáticos que elaboramos a partir do problema dos pórticos. O primeiro é destinado a uma disciplina inicial de CDI e o segundo está relacionado à resolução de EDO de 2ª ordem homogêneas com coeficientes constantes. Inicialmente, tecemos considerações acerca de materiais didáticos complementares, comuns aos outros dois citados, desenvolvidos com o objetivo de uma preparação prévia, visando familiarizar os estudantes com o contexto do problema no que diz respeito aos conhecimentos específicos da Engenharia Civil e da Física.

2.1 Materiais didáticos para a preparação prévia

Com o objetivo de possibilitar aos estudantes uma preparação prévia no sentido de familiarizá-los com o contexto específico da Engenharia Civil no qual o problema dos pórticos se insere, produzimos dois vídeos⁴⁰. Estes foram elaborados pelas engenheiras civis, também autoras deste capítulo, que explicaram em uma linguagem acessível ao público-alvo, as principais ideias relacionadas aos pórticos, e por físicos, que gentilmente colaboraram conosco e retomaram o modelo massa-mola já estudado pelos alunos, relacionando-o ao contexto de análise dinâmica de estruturas e, especialmente, aos pórticos.

Além disso, as engenheiras civis produziram um texto explicativo⁴¹ acerca das noções de amortecimento, taxa de amortecimento, frequência natural, frequência natural amortecida de uma estrutura e ângulo de fase de movimento harmônico.

Os estudantes, em trabalho extraclasse, deverão assistir aos dois vídeos e também ler o texto, que poderão ser disponibilizados em um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), e servirão de base para a compreensão do problema a ser proposto posteriormente em sala de aula. A verificação, por parte do professor, do cumprimento destas tarefas poderá se dar por meio de um questionário⁴² a ser respondido pelos estudantes no mesmo AVA. Passamos então a detalhar os materiais didáticos que construímos para serem desenvolvidos com os estudantes após essa etapa de preparação prévia.

⁴⁰ <https://youtu.be/66sEuwVLM1E>; <https://youtu.be/6rTqgEmByMA>

⁴¹ Disponível no Anexo A.

⁴² Um exemplo de questionário com essa finalidade encontra-se disponível no Anexo B.

2.2 Material didático para uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral

Esse material foi elaborado com o intuito de revisitar questões relativas ao estudo das funções trigonométricas e exponenciais reais de uma variável real, já trabalhadas pelo estudante na Educação Básica, mas que, em nossa visão, devem ser retomadas com um enfoque direcionado ao Ensino Superior e às aplicações com as quais ele irá se deparar nas disciplinas específicas da Engenharia e em sua futura atuação profissional.

O problema original a partir do qual o material foi construído é modelado por uma EDO de 2ª ordem homogênea com coeficientes constantes, conteúdo que, no âmbito da disciplina inicial de CDI, ainda não é acessível ao estudante. Da mesma maneira, há uma série de conceitos específicos da Engenharia que também não são, neste momento, de domínio do graduando. Foi necessário, portanto, realizarmos uma adaptação do problema, tanto do ponto de vista da Matemática quanto da Engenharia, para que ele se tornasse viável de ser trabalhado com esse público. Ressaltamos que nas atividades que integram parte do material didático elaborado, o estudante não irá resolver a equação diferencial envolvida na situação. Partindo da solução já fornecida da EDO, ele irá explorar, de maneira contextualizada, os conteúdos matemáticos visados.

Apresentamos a seguir o material a ser trabalhado com os estudantes em encontros presenciais ocorridos após a etapa de preparação prévia descrita na seção 2.1.

A atividade

Considere um pórtico com massa $m = 384$ kg, rigidez de cada pilar $\frac{k}{2} = 19200$ N/m e taxa de amortecimento $\xi = \frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}} = 0,05$, sendo c a constante de amortecimento. Uma força estática é aplicada sobre essa estrutura, causando um deslocamento inicial $u_0 = 0,1$ m. Em seguida, essa força é retirada bruscamente e a estrutura passa a vibrar livremente com velocidade inicial nula. Considerando apenas a possibilidade de deslocamento horizontal desse pórtico, a expressão que permite analisar o comportamento do deslocamento u em função do tempo é dada por:

$$u(t) = e^{-0,5t}[0,10 \cos(10t - 0,05)]$$

Questão: A amplitude do movimento será 20% da amplitude inicial após quantos ciclos?

Observação: considerar duas casas decimais para os cálculos.

Etapas para a resolução:

1. Pesquisem, rapidamente, como se chegou à expressão que modela o deslocamento horizontal do pórtico em relação ao tempo.
2. Representem, no mesmo sistema cartesiano, graficamente as funções cujas expressões algébricas são dadas por $f(t) = 0,10e^{-0,50t}$ e $g(t) = \cos(10t - 0,05)$. Tentem fazer um esboço dos gráficos e depois construa-os com o GeoGebra.
3. Qual seria a resposta do problema caso a função u não fosse a do enunciado do problema, mas sim $u(t) = g(t) = \cos(10t - 0,05)$?
4. Como vocês poderiam obter a função u a partir das funções f e g ? Faça um esboço sem utilizar o GeoGebra.
5. A partir do que vocês observaram na questão 4, faz sentido a expressão que modela o comportamento do deslocamento u em função do tempo ser dada por: $u(t) = e^{-0,50t}[0,10 \cos(10t - 0,05)]$? Justifique sua resposta.
6. Utilizando o GeoGebra, representem graficamente as funções u e g em um mesmo sistema cartesiano. Comparem as representações gráficas de u e de g , buscando similaridades e diferenças entre os comportamentos de tais funções.
7. Qual o comportamento de u quando os valores de t tendem ao infinito?
8. Construa, com o auxílio do GeoGebra, em um mesmo sistema cartesiano, as representações gráficas de u , f e $-f$. Existem valores de t para os quais $u(t) = f(t)$? E valores de t para os quais $u(t) = -f(t)$?
9. Qual o significado, no contexto do problema, para $u(t) < 0$, $u(t) = 0$ e $u(t) > 0$?
10. Como identificar os ciclos e as amplitudes da função u a partir de sua representação gráfica?
11. Respondam à questão: A amplitude do movimento será 20% da amplitude inicial após quantos ciclos?

Convém destacar que os objetivos de todas as questões, em alguma medida, estão vinculados tanto à Matemática como à atribuição de significados, no contexto do problema, às análises matemáticas realizadas.

O objetivo da questão 1 é que o aluno observe que, para chegar ao modelo do deslocamento horizontal do pórtico em relação ao tempo, são necessários diferentes conhecimentos matemáticos e físicos com os quais ele trabalhará nas disciplinas destas áreas de conhecimentos, normalmente inseridas nos ciclos básicos dos cursos de Engenharia. Essa questão foi introduzida nesta parte do material didático elaborado para que os estudantes, por meio desta rápida pesquisa, pudessem perceber a importância dos conhecimentos das Ciências Básicas e Matemática (CbM) para a modelagem das situações com as quais irá se deparar nas disciplinas específicas de seus cursos e em suas futuras atuações profissionais.

A questão 2 tem diferentes objetivos: em primeiro lugar, retomar, com o apoio das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), as discussões acerca das funções exponenciais e trigonométricas. Neste sentido podem ser explorados os seguintes aspectos: representações algébricas, representações gráficas, domínio, imagem, zeros das funções, período e amplitude de funções trigonométricas, bem como representações gráficas de funções associadas às funções elementares $p(x) = e^x$ e $q(x) = \cos(x)$. Um segundo objetivo é a obtenção da representação gráfica da função g para que o estudante possa ter subsídios para responder à questão 3. Além disso, entendemos que, ao analisar a representação gráfica de g , possivelmente poderá começar a perceber a necessidade de um fator de amortecimento (que, posteriormente, ele irá compreender que está atrelado ao papel da função exponencial f na expressão algébrica da função u).

O objetivo da questão 3 é evidenciar ao estudante que se a função u fosse de fato uma função trigonométrica, o movimento horizontal do pórtico jamais cessaria, ou seja, o estudante poderá perceber que a função u que descreve esse movimento não pode ser periódica.

Em relação à questão 4, seu principal objetivo é o de retomar, de maneira vinculada ao contexto do problema, do ponto vista gráfico, o produto de funções. O estudante poderá, por meio desta questão, perceber que a função u é o produto das funções f e g e deverá, analisando as representações destas duas funções, produzir um esboço da representação gráfica da função produto (u).

Na questão 5, o objetivo é que os estudantes percebam, a partir da representação gráfica que construíram na questão 4, que, ao contrário do que aconteceria se $u = g$, sendo u o produto de f por g , conforme os valores de t crescem, os valores de $u(t)$ se tornam muito próximos de zero, ou seja, a movimentação horizontal do pórtico tende a cessar.

Pretendemos por meio da questão 6 que o estudante obtenha com maior detalhamento, utilizando para isso uma TDIC, a representação gráfica da função u , inicialmente esboçada, com lápis e papel, na resolução da questão 4. Em seguida, a ideia de solicitar ao estudante que construa, no mesmo sistema cartesiano, a representação gráfica da função g é possibilitar que algumas das semelhanças e diferenças entre tais funções se tornem evidentes. Neste sentido, destacamos: os máximos e mínimos locais ocorrem para os mesmos valores de t ; os zeros coincidem; a amplitude da função u não é constante, ao contrário da amplitude de g ; a função g é periódica, enquanto a função u pode ser

classificada como pseudoperiódica, característica que poderá ser mais bem explorada na questão 10.

Ao propor a questão 7, tivemos dois objetivos. O primeiro foi reforçar ao estudante que, de fato, u é um modelo matemático adequado para o movimento horizontal do pórtico, uma vez que, quando os valores de t tendem ao infinito, os valores de u tendem a zero, o que poderá ser percebido pela análise da representação gráfica de u . O segundo objetivo foi de possibilitar uma discussão a respeito do conceito de limite no infinito de uma função. Dependendo da maturidade matemática dos estudantes, o trabalho com esse conceito poderá se dar de maneira apenas intuitiva ou com os devidos aprofundamentos (explorando, por exemplo, o teorema que afirma que se uma função é limitada em um intervalo e outra tem limite zero, o limite do produto de tais funções será igual a zero).

O foco da questão 8 é possibilitar que o estudante perceba, em primeiro lugar, de maneira intuitiva e sem necessariamente mencionar esses termos (o que dependerá novamente da maturidade matemática do público com o qual a atividade está sendo trabalhada), que a função u é limitada superiormente pela função f e inferiormente pela função $-f$. A partir desta percepção, o professor poderá explorar ideias iniciais relacionadas ao Teorema do Confronto. Além disso, ao solicitar que o estudante busque valores de t para os quais $u(t) = f(t)$ e aqueles para os quais $u(t) = -f(t)$, o professor poderá explorar, além da noção de intersecções de representações gráficas de funções, a resolução de equações trigonométricas em $\mathbb{R}$, uma vez que:

$$u(t) = f(t) \Leftrightarrow \cos(10t - 0,05) = 1 \text{ e } u(t) = -f(t) \Leftrightarrow \cos(10t - 0,05) = -1.$$

Na questão 9, o objetivo é possibilitar ao estudante que ele estabeleça relações entre a ideia matemática de estudar o sinal de uma função, no caso u , e o significado físico deste estudo no contexto do problema que está sendo considerado: valores de u menores do que zero indicam que naqueles instantes em que eles são assumidos o pórtico está se deslocando horizontalmente para a esquerda; valores de u maiores do que zero indicam que naqueles instantes em que eles são assumidos o pórtico está se deslocando horizontalmente para a direita e valores de u iguais a zero indicam que nos instantes t em que eles ocorrem o pórtico está na posição inicial.

O objetivo da questão 10 é que o estudante perceba que, para identificar os ciclos da função u ele precisará determinar os pontos de intersecção entre as representações gráficas das funções dadas algebricamente por

$$f(t) = 0,10e^{-0,50t} \text{ e } u(t) = e^{-0,50t}[0,10 \cos(10t - 0,05)].$$

A distância entre as abscissas de dois pontos consecutivos de intersecção destas representações gráficas será o pseudoperíodo de u . As amplitudes da função u serão os valores das ordenadas dos pontos de intersecção entre as representações gráficas de f e u .

Finalmente, na questão 11, o objetivo é que o estudante mobilize os conhecimentos construídos por meio das questões anteriores para que possa efetivamente dar a resposta à questão principal do problema. De posse desses conhecimentos, responder ao que é pedido exige do graduando, se ele optar por uma resolução algébrica, resolver a equação:

$$u(t) = 20\% \cdot u_0 = 0,2 \cdot u_0 = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,50t}[0,10 \cos(10t - 0,05)] = 0,02$$

Neste momento, o estudante deve recordar, a partir das análises que realizou ao responder as questões 8 e 10, que no instante t em que a amplitude é 20% da inicial, $\cos(10t - 0,05) = 1$. Assim, para obter o valor de t para o qual $u(t) = 0,02$ basta resolver a equação exponencial:

$$0,10e^{-0,50t} = 0,02 \Leftrightarrow t = 3,22$$

Logo, a amplitude será 20% da inicial 3,22 segundos após a estrutura começar a vibrar.

Com a análise realizada ao resolver a questão 10, o estudante perceberá que cada ciclo tem duração de 0,63 segundos. Portanto, o número de ciclos para que a amplitude seja 20% da inicial será dado por: $\frac{3,22}{0,63} = 5,11 \cong 5$, ou seja, são necessários 5 ciclos para que a amplitude se reduza na proporção desejada.

Caso opte por uma resolução gráfica, basta que o graduando determine a abscissa do ponto de intersecção da reta $y = 0,02$ com a representação gráfica de $f(t) = 0,10e^{-0,50t}$, que será $t = 3,22$ (observando, mais uma vez que, no instante t procurado basta considerar essa função exponencial uma vez que $\cos(10t - 0,05) = 1$) e em seguida utilize o fato de que cada ciclo tem duração de 0,63 segundos e determine o que é solicitado.

2.3 Material didático para uma discussão acerca de Equações Diferenciais de 2ª ordem homogêneas com coeficientes constantes

Como já salientado, podemos utilizar o mesmo problema relacionado a um pórtico apresentado anteriormente, mas agora considerando como público-alvo estudantes de uma disciplina que tem, dentre os objetos matemáticos a serem nela trabalhados, EDO de 2ª ordem homogêneas com coeficientes constantes, partindo do pressuposto de que a noção de EDO e os processos de resolução de EDO lineares de 1ª ordem já são de conhecimento deste público. Neste caso, entretanto, o enunciado da atividade a ser disponibilizada aos estudantes deve ser adaptado, de tal forma que determinar a função que expressa o deslocamento horizontal do pórtico em relação ao tempo seja também uma de suas tarefas, além de responder à questão originalmente proposta. Apresentamos a seguir essa versão adaptada da atividade.

Seja um pórtico com massa $m = 384$ kg, rigidez de cada pilar $\frac{k}{2} = 19200$ N/m e taxa de amortecimento $\xi = \frac{c}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}} = 0,05$, sendo c a constante de amortecimento. Uma força estática é aplicada sobre essa estrutura, causando um deslocamento inicial $u_0 = 0,1$ m. Em seguida, essa força é retirada bruscamente e a estrutura passa a vibrar livremente com velocidade inicial nula. Considerando apenas a possibilidade de deslocamento horizontal desse pórtico, determine o número de ciclos necessários para que a amplitude do movimento seja 20% da amplitude inicial.

Para a resolução desse problema, sugerimos um total de três encontros presenciais, além de um suporte a distância (contemplando tanto a etapa de preparação prévia descrita na seção 2.1, quanto organizações didáticas implementadas no AVA com o objetivo de complementar o que estará sendo desenvolvido presencialmente e até mesmo avaliar o trabalho discente).

Primeiro encontro presencial

O objetivo do primeiro encontro presencial será apresentar o problema aos estudantes, possibilitar reflexões, a partir do trabalho de preparação prévia, acerca das características físicas e da modelagem da situação em foco e, finalmente, tendo como ponto de partida o modelo obtido, introduzir a noção de EDO de 2ª ordem homogênea com coeficientes constantes, comparar esse

tipo de equação com as de 1ª ordem já estudadas e despertar, por meio da utilização de ferramentas computacionais, a curiosidade dos alunos a respeito de como obter algebricamente a solução geral e uma solução particular desse tipo de equação.

Etapas para o desenvolvimento do primeiro encontro presencial

1. A vibração do pórtico nas condições dadas nesse problema é livre ou forçada? Além disso, é amortecida ou não amortecida? Justifique como você chegou às suas respostas.
2. No vídeo que disponibilizamos sobre MHS e MHA é dito que pode ser feita uma analogia entre o problema dos pórticos e o MHA. Recorrendo a este fato, obtenha a equação do movimento do pórtico.
3. Do ponto de vista matemático, como você classificaria essa equação obtida na questão 2? No que ela difere de equações do mesmo tipo que você já conhece?
4. Recorrendo a ferramentas computacionais (por exemplo, *WolframAlpha* ou *Symbolab*) determine a solução geral da equação obtida na questão 2.
5. Que informações dadas no enunciado do problema deveriam ser levadas em consideração para obter uma solução particular para a equação em questão?
6. Novamente recorrendo a ferramentas computacionais, determine a solução particular da equação em questão.
7. Analise a representação gráfica da solução particular da equação, disponibilizada na ferramenta computacional utilizada. Tal representação indica coerência da solução obtida em relação ao que se espera que ocorra com o movimento horizontal do pórtico com o passar do tempo? Justifique sua resposta.
8. Como obter algebricamente essa mesma solução dada pela ferramenta computacional? Façam uma pesquisa a esse respeito. Daremos início ao próximo encontro com a socialização dos resultados obtidos por vocês.

Na questão 1 a ser proposta neste encontro, o objetivo é que o estudante perceba, por meio da leitura do problema, que a vibração é livre e, ainda com base nas informações presentes no enunciado (a existência, por exemplo, de uma taxa de amortecimento), mas também recorrendo à sua intuição (se não houvesse amortecimento, o movimento horizontal do pórtico não cessaria) que se trata de uma vibração amortecida.

Por meio da questão 2, o estudante poderá começar a perceber – e esse aspecto deve ser reforçado pelo professor durante as discussões a serem realizadas a partir deste material didático – que muitos problemas físicos diferentes, quando formulados matematicamente, se tornam idênticos. Em relação especificamente às EDO de 2ª ordem com coeficientes constantes, conteúdo matemático central neste material didático que estamos apresentando, Boyce e DiPrima (1997, p. 126) ressaltam que, “por exemplo, o movimento de um corpo ligado a uma mola, as oscilações de um eixo acoplado a um volante, a corrente elétrica em um circuito simples em série e muitos outros problemas físicos são descritos pela solução de um problema de valor inicial com a forma: $ay'' + by' + cy = g(t)$, $y(0) = y_0$, $y'(0) = y'_0$ ”. Como destacam os mesmos autores, “uma vez que saibamos resolver o problema de valor inicial mencionado, basta fazer as interpretações apropriadas das constantes a, b e c e das funções y e g , para obter as soluções de diferentes problemas físicos” (p. 126). Ao concluir a questão 2, o estudante deverá ter obtido que a equação do movimento do pórtico considerado é:

$$384\ddot{u} + 384\dot{u} + 38400u = 0 \Leftrightarrow \ddot{u} + \dot{u} + 100u = 0$$

Na questão 3, uma vez que estamos assumindo que os alunos já estudaram os conceitos de EDO, de ordem de uma equação diferencial e já trabalharam com equações de 1ª ordem, o objetivo é que eles identifiquem que a equação que obtiveram na questão 2 é uma equação diferencial, e que, portanto, sua solução será uma família de funções, mas que, por a derivada de maior ordem presente ser a segunda, trata-se de uma EDO de 2ª ordem. Além disso, o professor deve chamar a atenção de que tal equação é, na realidade, um dos tipos de EDO de 2ª ordem, uma vez que se trata de uma equação homogênea em que os coeficientes da função u e de suas derivadas $\dot{u}$ e $\ddot{u}$ são constantes.

O objetivo da questão 4 é possibilitar que, mesmo sem ainda conhecer as técnicas para obter algebricamente a solução geral da equação do movimento do pórtico, os estudantes possam começar a conhecer as características essenciais dessa solução. Ao utilizar as ferramentas computacionais, obterão a seguinte família de funções como solução geral para a EDO em foco:

$$u(t) = c_1 e^{-t/2} \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{399}t}{2}\right) + c_2 e^{-t/2} \cos\left(\frac{\sqrt{399}t}{2}\right)$$

Como estamos supondo que o público-alvo a quem se destina esse material é composto por graduandos que já trabalharam com EDO de 1ª ordem,

assumimos que, ao responder a questão 5, eles recordem que a obtenção de uma solução particular para uma EDO está ligada às condições iniciais dadas e então busquem tais condições no enunciado do problema, concluindo que, neste caso, são: deslocamento inicial igual a 0,1 m (ou seja, $u(0) = u_0 = 0,1$) e velocidade inicial nula (ou seja, $u'(0) = u'_0 = 0$).

Na questão 6, a ideia é que os estudantes, utilizando o que perceberam por meio da questão anterior, resolvam, com o auxílio de ferramentas computacionais, o seguinte problema de valor inicial:

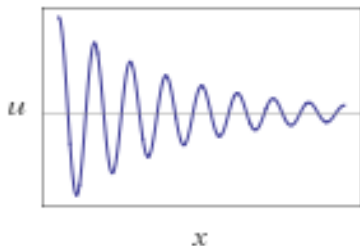
$$\ddot{u} + \dot{u} + 100u = 0, \quad u(0) = 0,1 \quad \dot{u}(0) = 0$$

Obtendo a solução particular:

$$u(t) = e^{-t/2} \left(0,00500626 \operatorname{sen} \left(\frac{\sqrt{399}t}{2} \right) + 0,1 \cos \left(\frac{\sqrt{399}t}{2} \right) \right)$$

Em relação à questão 7, o objetivo é levar os estudantes a perceberem que, uma vez que, como indica a representação gráfica fornecida pelas ferramentas computacionais (Figura 1), à medida que o tempo passa o movimento horizontal do pórtico tende a cessar, há coerência entre a solução obtida e o que intuitivamente se espera que ocorra.

Figura 1 – Representação gráfica da função que é solução do problema



Fonte: elaborado pelos autores por meio da ferramenta computacional *WolframAlpha*

Finalmente, a questão 8 tem como objetivo vincular aquilo que propomos para o trabalho nesse primeiro encontro presencial com o que será abordado no segundo encontro.

Segundo encontro presencial

O segundo encontro presencial terá como objetivo abordar com os estudantes as diferentes técnicas de resolução de EDO de 2ª ordem homogêneas

com coeficientes constantes. A abordagem dessas técnicas será disparada a partir da socialização do trabalho de pesquisa realizado pelos alunos após o 1º encontro. Fica a critério de cada professor os tipos de estratégias e os materiais (que, inclusive, podem ser elaborados pelos docentes com essa finalidade) a serem utilizados nesta etapa. Salientamos que, ao trabalhar com os métodos de resolução de EDO de 2ª ordem homogêneas com coeficientes constantes, o professor poderá retomar alguns temas importantes relativos às funções reais de uma variável real (funções trigonométricas, exponenciais e suas derivadas, além de derivada do produto de funções e regra da cadeia), aos números complexos (especialmente a definição de unidade imaginária, a fórmula de Euler e a igualdade de números complexos) e à Álgebra Linear (tais como dependência e independência linear, combinação linear, base e dimensão de um espaço vetorial finitamente gerado). Diante dessa observação, o docente pode detectar se há ou não necessidade de mais de um encontro presencial para o desenvolvimento de tais métodos e a relevância de propor exercícios ou outros tipos de questões (por exemplo por meio do AVA) envolvendo o conteúdo trabalhado para que os estudantes possam se apropriar do assunto tratado. O que aqui apresentamos é apenas uma sugestão de encaminhamento.

Uma observação que fazemos é que, durante esse segundo encontro, algo que deve ser enfatizado pelo docente é a questão da importância, nos problemas de aplicações envolvendo EDO de 2ª ordem homogêneas com coeficientes constantes de, sempre que possível, priorizar as soluções reais e não as complexas de uma equação deste tipo. A ideia central para, a partir de um conjunto de funções complexas que são soluções, obter uma solução real é a de que a combinação linear das soluções de uma EDO de 2ª ordem homogênea de coeficientes constantes também é uma solução para tal equação. O professor, ao realizar essa discussão com os estudantes, pode pedir que eles reexaminem a solução obtida no primeiro encontro para a equação de movimento do pórtico de forma a observar que, ao utilizar as ferramentas computacionais, o resultado obtido será uma solução real para a EDO.

Terceiro encontro presencial

Neste encontro, o estudante irá solucionar, algebricamente, a EDO que descreve o movimento do pórtico, explorar, por meio de suas representações gráficas e algébricas, aspectos relacionados às soluções gerais e às soluções particulares de uma equação diferencial e, ainda, responder à questão final do problema. Nesta etapa, além das questões que sugerimos na sequência, o

professor poderá utilizar as que construímos para o material didático de CDI apresentadas na seção 2.2, fazendo as devidas adaptações, conforme a necessidade dos estudantes identificada a partir do conhecimento que o docente possui do nível de maturidade matemática daquele grupo.

Etapas para o desenvolvimento do terceiro encontro presencial

1. A partir do que foi discutido na aula anterior, obtenha algebricamente a solução geral da equação do movimento do pórtico.
2. Utilizando o GeoGebra e a ferramenta controle deslizante, plote a representação gráfica da família de funções que é solução geral da equação de movimento do pórtico. Ao movimentar simultaneamente os controles deslizantes, o que você observa?
3. Como obter algebricamente a solução particular da EDO em questão a partir dos dados do problema? Determine essa solução.
4. Se você consultar livros universitários como, por exemplo, *Lições em Mecânica das Estruturas: Dinâmica*, de Mazzilli, André, Bucalem e Cifú publicado em 2016, que dedica o quarto capítulo, intitulado *Vibrações livres em sistemas de um grau de liberdade*, ao estudo de problemas como este que estamos considerando, observará que a solução geral da equação de movimento para o caso de amortecimentos subcríticos (aqueles nos quais os valores da taxa de amortecimento estão entre 0 e 1, que é o que ocorre no problema em foco neste nosso caso) é apresentada da seguinte forma:

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \rho \cos(\omega_D t - \theta)$$

Nesta expressão para u , ξ representa a taxa de amortecimento, ω é a frequência natural circular do sistema não amortecido, relacionada à massa m e à rigidez k pela expressão $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, ρ é o deslocamento máximo do corpo que está vibrando em relação à posição de equilíbrio, ω_D é a frequência natural amortecida do sistema (e, neste caso, observa-se que as estruturas estudadas na Engenharia Civil, usualmente, possuem taxas de amortecimento próximas de zero (amortecimento subcrítico) e nestas situações as frequências amortecidas e não amortecidas têm valores praticamente iguais) e θ é a fase ou ângulo de fase, que mede o deslocamento no tempo da onda gerada pela vibração, tomando como referência a posição normal correspondente a $\theta = 0$.

Escreva então a solução u obtida na questão 3 na forma $u(t) = e^{-\xi\omega t} \rho \cos(\omega_D t - \theta)$. Qual é o ângulo de fase no problema que estamos considerando?

5. Compare, do ponto de vista algébrico, a solução particular reescrita na forma como é usual de ser apresentada nos livros de Mecânica das Estruturas, que você obteve na questão 4, com aquela fornecida por uma ferramenta computacional (*WolframAlpha*, *Symbolab* etc.). O que você observa?
6. Finalmente, determine o número de ciclos necessários para que a amplitude do movimento horizontal do pórtico seja 20% da amplitude inicial.

O objetivo da questão 1 é que o estudante aplique os conhecimentos construídos no encontro anterior e obtenha algebricamente a família de funções u que é solução geral da EDO que modela o movimento do pórtico, obtendo:

$$u(t) = c_1 e^{-t/2} \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{399}t}{2}\right) + c_2 e^{-t/2} \cos\left(\frac{\sqrt{399}t}{2}\right)$$

Na questão 2, o estudante deverá perceber que para cada valor atribuído às constantes c_1 e c_2 , a representação gráfica de uma função solução para a EDO é plotada. Assim, para obter a representação gráfica da função que é solução do problema (solução particular da EDO), é necessário determinar os valores de c_1 e c_2 para que as condições iniciais dadas sejam satisfeitas. É essa percepção que possibilitará ao estudante responder à questão 3, cujo objetivo é relembrar o que ele já havia observado na questão 5 do segundo encontro presencial. Recorrendo às condições iniciais do problema, o estudante irá obter a função u que, neste caso em particular, descreve o movimento horizontal do pórtico em relação ao tempo. Tal função é a seguinte:

$$u(t) = e^{-t/2} \left(0,00500626 \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{399}t}{2}\right) + 0,1 \cos\left(\frac{\sqrt{399}t}{2}\right) \right) \quad (1)$$

Na questão 4 a ser trabalhada nesse encontro, o objetivo é possibilitar que os estudantes percebam que a solução particular que obtiveram algebricamente e computacionalmente para a EDO, embora, à primeira vista, pareça diferente da presente nos livros que tratam de Mecânica das Estruturas, é, na realidade, equivalente a ela. Para obter a representação algébrica de u da maneira como é usualmente apresentada nos livros em que os problemas de vibrações são discutidos, basta reescrever a expressão obtida para u . Isso é feito da seguinte maneira: primeiramente, considera-se a expressão

$$u(t) = e^{-\xi\omega t} \rho \cos(\omega_D t - \theta) \quad (2)$$

A partir dos dados do problema, a equação (2) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$u(t) = e^{-0.5t} 0,1 \cos(10t - \theta) \quad (3)$$

e, nesta, utiliza-se uma das relações trigonométricas referente à soma de arcos. Assim:

$$\begin{aligned} u(t) &= e^{-0.5t} 0,1 \cos(10t - \theta) = e^{-0.5t} 0,1 [\cos(10t) \cos(\theta) + \text{sen}(10t) \text{sen}(\theta)] = \\ &= e^{-0.5t} 0,1 \cos(10t) \cos(\theta) + e^{-0.5t} 0,1 \text{sen}(10t) \text{sen}(\theta) \quad (4) \end{aligned}$$

A comparação entre a equação (4) e a equação (1), considerando ainda que $\frac{\sqrt{399}}{2} \cong 10$, nos fornece as seguintes relações:

$$\begin{aligned} 0,1 \text{sen}(\theta) &= 0,00500626 \Leftrightarrow \text{sen}(\theta) = \frac{0,00500626}{0,1} \Rightarrow \theta \\ &= \arcsen\left(\frac{0,00500626}{0,1}\right) \\ \theta &\cong 0,05 \end{aligned}$$

Logo, o ângulo de fase é aproximadamente 0,05 e assim, a equação (3) pode ser reescrita como:

$$u(t) = e^{-0.5t} 0,1 \cos(10t - 0,05) \quad (5)$$

E convém notar que a equação (5) é exatamente a expressão algébrica de u que fornecemos diretamente aos estudantes no material destinado à disciplina CDI apresentado na seção 3.2.

Na questão 5, o objetivo é que o estudante perceba que, algebricamente, as equações (1) e (5) são, à primeira vista, diferentes. No entanto, ele deverá observar que é possível manipular a equação (5) utilizando a relação trigonométrica referente à soma de arcos. Por meio de tal procedimento obterá:

$$\begin{aligned} e^{-0.5t} 0,1 \cos(10t - 0,05) &= e^{-0.5t} 0,1 [\cos(10t) \cos(0,05) + \text{sen}(10t) \text{sen}(0,05)] = \\ &= e^{-0.5t} 0,1 [0,9987 \cos(10t) + 0,005 \text{sen}(10t)] = \\ &= e^{-0.5t} (0,09987 \cos(10t) + 0,005 \text{sen}(10t)) \quad (6) \end{aligned}$$

E então o estudante poderá notar que as equações (1) e (6) diferem apenas por conta de aproximações realizadas, a saber: $\frac{\sqrt{399}}{2} \cong 10$, $0,09987 \cong 0,1$ e $0,00500626 \cong 0,005$.

Convém nessa questão o professor discutir que, nos problemas de vibrações de estruturas, é importante representar a função u na forma da

equação (5) porque é relevante a informação de qual é o ângulo de fase θ presente na situação, uma vez que o valor de θ está relacionado à ocorrência do fenômeno de ressonância.

Na questão 6, o objetivo é que o estudante mobilize os conhecimentos construídos por meio das questões anteriores para que possa responder à questão principal do problema. Maiores detalhes a respeito dos caminhos pelos quais o discente pode obter essa resposta estão presentes no material destinado à disciplina CDI exposto anteriormente.

Tendo apresentado esses dois materiais, na próxima seção, discorreremos sobre a estratégia didático-pedagógica que sugerimos para o trabalho com as atividades que os compõem.

3. Uma sugestão de estratégia didático-pedagógica para o trabalho com os materiais desenvolvidos

O professor que leciona disciplinas matemáticas em cursos de Engenharia e que tenha interesse em implementar as atividades que integram os materiais apresentados nas seções 2.2 e 2.3 poderá adotar diferentes estratégias didático-pedagógicas. O que apresentamos na sequência é uma sugestão de estratégia, empregando preceitos do *Modelo Didático da Matemática em Contexto* (MoDiMaCo) desenvolvido por Patricia Camarena no âmbito da teoria *A Matemática no Contexto das Ciências* (TMCC), que se tem mostrado adequado nos trabalhos por nós já desenvolvidos junto a estudantes de Engenharia. Havendo interesse por maiores detalhes a respeito do MoDiMaCo e da TMCC, consultar: Camarena (2013, 2017, 2021), Bianchini, Lima e Gomes (2019) e Lima *et al.* (2021).

Na estratégia por nós sugerida, as atividades devem ser realizadas por meio de um trabalho colaborativo em equipes compostas por três estudantes, sendo um líder emocional, um líder intelectual e um líder operativo. Cada um desses líderes apresenta características que, para o trabalho colaborativo, são complementares. Enquanto o líder emocional é aquele que motiva a equipe, o líder intelectual é um estudante reflexivo, analítico, com conhecimentos prévios bem construídos e o líder operativo é aquele que, como a própria nomenclatura indica, executa efetivamente tarefas como, por exemplo, resolver equações, expor os argumentos da equipe para a classe, entre outros.

A primeira tarefa do docente que optar pela estratégia que estamos indicando será, portanto, organizar essas equipes. Mas como categorizar os

estudantes em termos das lideranças indicadas? Originalmente, conforme preconizado no MoDiMaCo e como também adotamos na implementação do material didático destinado à disciplina inicial de CDI, isso é feito por meio das respostas dadas por eles (do tipo sim ou não) a um questionário composto por 80 questões, denominado *Questionário Honey-Alonso de Estilos de Aprendizagem* (CHAEA), que foi elaborado por Catalina Alonso a partir das ideias de David Kolb e dos estudos de Peter Honey e Alan Mumford (Barros, 2008). Esse questionário inclui quatro seções com 20 perguntas cada, sendo que cada seção corresponde a um dos quatro grupos de estilos de aprendizagem de Kolb (reflexivo (R), pragmático (P), ativo (A) e teórico (T)). Como sabemos que é bastante complicado contarmos com o engajamento do estudante para responder a um questionário tão longo, em nossas experiências de ensino mais recentes, temos optado por uma versão simplificada desse questionário, denominada CHAEA 32, que foi elaborada por Hernández e Alonso (2013). A respeito deste instrumento, Costa *et al.* (2020, p. 3) destacam que o número de questões foi reduzido de 80 para 32, “sem que houvesse perda da qualidade dos dados extraídos e com a mesma garantia de paridade dos resultados”. Os mesmos autores salientam que esta versão reduzida é composta apenas pelas questões que efetivamente influenciam na determinação do estilo de aprendizagem do respondente. São 7 questões relacionadas ao estilo R, 9 ao estilo P, 8 ao estilo A e 8 ao estilo T.

Assim como propõem Costa *et al.* (2020), ao contrário de respostas do tipo sim ou não, que ocasionam um nivelamento destas apenas nas opiniões extremas dos respondentes, optamos por empregar a escala *likert*, que permite aos estudantes expressarem também posições intermediárias, a partir de quatro possibilidades de respostas: “1. Discordo totalmente”; “2. Discordo”; “3. Concordo” e “4. Concordo totalmente”.

Depois de os alunos responderem ao questionário, o professor deverá construir uma planilha com a pontuação de cada um deles. Como ilustram didaticamente Costa *et al.* (2020): em primeiro lugar, analisa-se a pontuação total de cada estudante nos grupos de questões correspondentes a cada um dos quatro estilos (ativo (P_{ea}), reflexivo (P_{er}), teórico (P_{et}) e pragmático (P_{ep})). Então, determina-se para cada estilo, o número que representa a razão entre a pontuação obtida pelo estudante naquele estilo e a pontuação máxima que um estudante pode obter em cada grupo de questões (36 nas relativas ao estilo pragmático, 32 tanto nas relacionadas ao estilo ativo quanto nas relacionadas

ao teórico e 28 nas relativas ao estilo teórico); denotaremos esses números por R, P, A e T .

Obtidos esses números, calcula-se, para cada estudante, a média M entre R e T . Finalmente, compara-se, para cada estudante, suas pontuações P, A e M . Se a pontuação P for maior, o estudante será um líder operativo; se A for maior, será um líder emocional e se M for maior, será um líder intelectual. Em caso de empate, cabe ao docente analisar o conjunto de sujeitos com os quais ele irá trabalhar para decidir em qual liderança (dentre aquelas em que sua pontuação foi igual) o estudante poderá melhor contribuir com o grupo. Maiores detalhes a respeito da composição do questionário poderão ser obtidos no material disponibilizado no Anexo C.

Para ficar mais claro para o leitor o procedimento descrito, vamos ilustrá-lo, por meio da Tabela 1, recorrendo aos dados apresentados por Costa *et al.* (2020) a partir das respostas dadas por 5 estudantes (E1, E2, E3, E4 e E5).

Tabela 1: Dados que permitem determinar que tipo de líder é o estudante

Informação	E1	E2	E3	E4	E5
Pontuação Estilo Ativo - P_{ea}	22	24	21	29	19
Pontuação Estilo Reflexivo - P_{er}	24	22	14	24	25
Pontuação Estilo Teórico - P_{et}	25	23	18	29	22
Pontuação Estilo Pragmático - P_{ep}	31	24	16	32	31
$A = \frac{P_{ea}}{32}$	0,6875	0,75	0,6562	0,9667	0,5938
$R = \frac{P_{er}}{28}$	0,8571	0,7857	0,5	0,8571	0,8929
$T = \frac{P_{et}}{32}$	0,7812	0,7188	0,5625	0,9062	0,6875
$P = \frac{P_{ep}}{36}$	0,8611	0,6667	0,4444	0,8889	0,8611
$M = \frac{R + T}{2}$	0,8191	0,7522	0,5312	0,8816	0,7902
Tipo de Líder	Operativo	Intelectual	Emocional	Emocional	Operativo

Fonte: elaboração própria a partir de Costa *et al.*, 2020, p. 9

Finalizada a composição das equipes, o papel do professor no desenvolvimento das atividades a serem propostas aos estudantes será o de mediador das discussões, sempre questionando-os e não dando respostas

prontas às suas indagações, estimulando-os a trabalhar com autonomia e auxiliando-os naqueles momentos em que apresentarem maiores dificuldades.

Do ponto de vista da organização do ambiente de aprendizagem, sugerimos que os encontros presenciais sejam realizados em uma sala que possibilite o trabalho colaborativo e que tenha acesso à internet.

Ressaltamos que a ideia de contextualizar o ensino de CbM nas Engenharias por meio de uma abordagem interdisciplinar, que guiou todo o processo de elaboração dos materiais didáticos apresentados neste capítulo, é um aspecto bastante destacado nas mais recentes Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia (DCN) aprovadas em 2019. E, a nosso ver, como discutimos mais detalhadamente em Lima *et al.* (2021), essa estratégia didático-pedagógica que estamos sugerindo é potencialmente rica para a implementação de situações de aprendizagem em consonância ao que é proposto nas DCN, uma vez que, entre outros aspectos, contempla: a interdisciplinaridade; a valorização de processos de aprendizagem centrados no estudante; e a necessidade de formar profissionais autônomos, que trabalhem em equipes colaborativas e que utilizem adequadamente os recursos tecnológicos. Finalizamos esta seção salientando que a estratégia em questão não se restringe à Matemática; pode ser empregada para organizar os processos de ensino e de aprendizagem de qualquer ciência básica.

4. Considerações acerca da elaboração e da implementação dos materiais didáticos

A elaboração de materiais didáticos para disciplinas básicas da Engenharia a partir de problemas clássicos da área é uma tarefa bastante desafiadora para o docente, mas, em nossa visão, também recompensadora por sua potencialidade de permitir maior engajamento do estudante na aprendizagem de conteúdos que são básicos e fundamentais para sua formação, mas que, na maioria das vezes, especialmente nos primeiros anos dos cursos, em razão de abordagens majoritariamente desconectadas das especificidades da Engenharia, lhe parecem sem significado e, em muitos casos, apenas entraves para sua progressão e permanência no curso de graduação em que ingressou.

O primeiro desafio com o qual o docente irá se deparar é a questão de repensar a própria prática, uma vez que a abordagem de conceitos das CbM segundo o que estamos propondo irá exigir uma modificação relevante em sua maneira de trabalhar. Nesse tipo de proposta, além da atuação em sala de aula, que não será no sentido de transmitir conhecimentos, mas de, por meio de uma

postura mediadora, desafiar os estudantes a serem protagonistas na construção de seus próprios conhecimentos, haverá um trabalho prévio significativo, na seleção dos problemas, suas adaptações e nas suas organizações didáticas.

A escolha de problemas da Engenharia que tenham potencial para permitir que sejam explorados diferentes conceitos matemáticos (ou de outras ciências básicas, se for o caso) e da própria Engenharia é outro desafio a ser superado. Além disso, é imprescindível que o docente se conscientize da necessidade de compreender como se dá a obtenção do modelo matemático presente na situação selecionada e que este articula tanto conceitos da Matemática, como de outras áreas. Entendemos que um caminho para tal compreensão e, conseqüentemente, para a superação dos mencionados desafios é o estabelecimento de uma parceria entre os professores de todas as áreas envolvidas no problema, o que desencadeará – e a nosso ver esse é mais um ganho para os docentes envolvidos - um processo de autoformação para esses profissionais.

A constituição de uma equipe multidisciplinar (composta por matemáticos, engenheiros, físicos, químicos etc.) de docentes se apresenta como um aspecto primordial neste processo de produção de materiais didáticos propondo abordagens contextualizadas das CbM a partir de situações específicas da Engenharia, especialmente em razão de, ao contrário do que normalmente constam nos livros didáticos e nas situações trabalhadas pelos professores em sala de aula, em problemas reais da Engenharia os conceitos não aparecerem de maneira compartimentalizada; cada situação demanda uma ampla gama de conhecimentos que devem ser postos em interlocução.

Entendemos que para que haja êxito na elaboração dos materiais, essa equipe multidisciplinar deve dialogar durante todas as etapas de organização de uma proposta de abordagem contextualizada das CbM, a saber: identificação dos possíveis problemas específicos com potencial de gerar situações de aprendizagem, suas adaptações de acordo com o público com o qual eles serão desenvolvidos e com os objetivos pretendidos, organizações didáticas das situações construídas e produções de materiais didáticos complementares para a familiarização dos estudantes com os contextos nos quais os problemas estão inseridos.

Outro desafio com o qual os docentes que optarem por elaborar materiais semelhantes aos que aqui apresentamos certamente irão se deparar é o fato dos problemas a partir dos quais tais materiais são desenvolvidos envolverem muitos conteúdos das ciências básicas e do contexto das

Engenharias que, muitas vezes, ainda não são de domínio dos estudantes com os quais os materiais serão trabalhados. Evidencia-se assim a necessidade de adaptar o problema de forma a permitir que o público-alvo possa compreendê-lo, na sua integralidade, tendo em vista seus conhecimentos, no momento da implementação, das ciências básicas (no caso deste capítulo especialmente da Matemática) e da Engenharia. Essa adaptação, conforme sinalizamos no capítulo anterior, deve ser realizada de maneira cuidadosa, de forma a não se correr o risco de simplificar demasiadamente o problema e torná-lo tão desinteressante ao estudante quanto uma questão usualmente trabalhada em sala de aula ou, de maneira oposta, não realizar qualquer tipo de simplificação, partindo da premissa de que apresentar um problema contextualizado garante a motivação do estudante, e, desta forma, torná-lo inacessível.

A nosso ver, neste processo de adaptação do problema tendo em vista o público com o qual ele será trabalhado, uma estratégia complementar que em nossas experiências tem-se mostrado frutífera é a produção de diferentes tipos de materiais (textos, vídeos, *podcasts*, *quizzes* etc.), realizada também pela já mencionada equipe multidisciplinar de docentes, com o objetivo de possibilitar aos estudantes uma preparação prévia para o enfrentamento do problema que será posteriormente proposto. Esses materiais complementares são ainda mais relevantes se o objetivo for trabalhar situações contextualizadas com estudantes dos primeiros anos dos cursos de Engenharia, uma vez que, neste caso, os conhecimentos dos sujeitos em relação aos contextos específicos nos quais os problemas estão inseridos certamente serão incipientes.

Dos materiais que apresentamos neste capítulo, o destinado aos estudantes de CDI já foi implementado em uma experiência piloto, com estudantes do primeiro ano do curso de Engenharia Civil de uma universidade privada da cidade de São Paulo, que se candidataram, mediante nosso convite, voluntariamente a participar da atividade. Do encontro presencial que realizamos para a discussão do problema, participaram efetivamente oito dos 15 estudantes que haviam se voluntariado para a atividade. Foram então compostas três equipes de trabalho: duas com três estudantes (havendo em cada uma delas um líder intelectual, um operativo e um emocional) e uma com dois estudantes (sendo um líder operativo e outro emocional).

Durante a resolução do problema, nós professores, como mediadores da atividade, por meio das etapas apresentadas na seção 2.2, desencadeamos, em todos os grupos, discussões importantes do ponto de vista dos conceitos matemáticos presentes na situação. Por outro lado, o trabalho realizado exigiu

dos estudantes: controle e validação das respostas obtidas; estabelecimento e validação/descarte de conjecturas; defesa de argumentos e ideias; e interpretação da solução matemática encontrada em termos do contexto. Além disso, observamos que os participantes, ao longo de toda a atividade, articularam as representações gráficas e algébricas das funções presentes no problema.

Todos os estudantes que participaram da experiência declararam que os materiais complementares elaborados para a preparação prévia de fato possibilitaram a compreensão do contexto no qual o problema apresentado no momento presencial estava inserido. Um discente, no entanto, destacou que seria interessante que os vídeos fossem “mais explicativos e profundos” e outro sugeriu que, no vídeo relacionado à Engenharia Civil, além das simulações apresentadas utilizando um kit massa-mola, fossem inseridas imagens de “pórticos reais” em movimento.

Em relação às conexões entre Matemática, Física e Engenharia Civil, em consonância ao que havíamos planejado, estas foram claramente percebidas pelos estudantes, que declararam não ser possível resolver o problema proposto sem mobilizar conhecimentos dessas três áreas. A respeito das dificuldades por eles enfrentadas ao trabalhar com o material desenvolvido, a percepção dos estudantes é de que o maior entrave esteve relacionado, como previsto, à falta de conhecimento na área de Engenharia Civil. Outro destaque dado por eles diz respeito às dificuldades relacionadas às funções exponenciais e trigonométricas, o que, a nosso ver pode ser reflexo de uma abordagem não eficiente desses conteúdos durante o Ensino Médio e mesmo no início de uma primeira disciplina de Cálculo, considerando que os participantes desta intervenção estavam cursando Cálculo I e já haviam dado início a uma revisita a esses temas.

Os sujeitos que participaram da experiência ressaltaram que, além da situação ter sido bem elaborada e abordar um tema importante da Engenharia Civil, os possibilitou um primeiro contato com discussões da área específica que, segundo eles, normalmente não ocorrem no início do curso. Enfatizaram que a conduta adotada por nós professores, assumindo, como já ressaltado, o papel de mediadores, foi de grande valia e o fato de o tempo todo conversarmos com os alunos, os auxiliou a compreender melhor o que estava sendo tratado. Notamos então a satisfação dos estudantes ao descobrirem por si próprios os caminhos que conduziram à solução do problema ao invés de receberem tudo pronto de nós docentes. Além disso, também se mostraram satisfeitos ao

perceber aplicações, na Engenharia, daqueles conteúdos matemáticos que já haviam estudado no Ensino Médio.

Um estudante destacou que atividades como aquela que apresentamos a eles poderiam ser mais frequentes durante as aulas para que todos pudessem perceber a magnitude da Matemática e como ela é fundamental para a resolução de problemas da Engenharia. Possibilitar o enfrentamento de situações diferentes daquelas tradicionalmente presentes nas aulas foi um dos pontos altos da experiência na percepção de um dos participantes. Outro estudante sugeriu que o kit massa-mola utilizado pelas engenheiras civis no vídeo produzido para a preparação prévia poderia ter sido empregado também durante a intervenção em sala de aula para ilustrar e facilitar a visualização do movimento do pórtico tratado no problema.

Nossa percepção como docentes, a respeito da implementação do material didático voltado aos estudantes de CDI, também é positiva. O trabalho realizado em sala de aula nos permite afirmar que a organização didática planejada se mostrou bastante eficiente, não sendo necessária nenhuma modificação significativa. A estratégia didático-pedagógica que sugerimos na seção 3 também se revelou potencialmente rica, especialmente no que diz respeito ao trabalho com equipes constituídas por três estudantes, sendo um líder emocional, um líder intelectual e um líder operativo. A experiência piloto implementada nos ratificou o quão importante é agregar, em um mesmo grupo, estudantes com características diferentes em relação aos seus estilos de aprendizagem. Essa organização permitiu que houvesse uma colaboração mútua entre os diferentes integrantes de cada grupo, o que, trouxe, como consequência, uma alta produtividade de todos os participantes. Observamos ainda que, nas duas equipes constituídas por líderes dos três tipos, as interações foram mais produtivas do que na equipe que, pela ausência de alguns alunos originalmente inscritos para participar da intervenção, precisou ser formada apenas por dois estudantes, não contando com um líder intelectual.

Apesar de nossa percepção positiva a respeito da implementação de um dos materiais, convém ressaltar que, como se tratou de uma experiência piloto, com os participantes sendo voluntários, a maioria dos estudantes presentes já estava automotivado e possuía um bom conhecimento matemático dos assuntos tratados. Mesmo assim, havia um grupo constituído por estudantes que revelaram não ter domínio de temas como função exponencial, trigonométrica e produto de funções. Esse aspecto nos levou a refletir que, em aulas regulares de uma determinada disciplina, para implementar esta atividade teríamos que

buscar alternativas para contornar tal situação. Como sugestões, indicamos a realização, via AVA, antes de iniciarmos o trabalho em sala de aula com o problema, de um questionário diagnóstico visando detectar possíveis lacunas ou obstáculos que, porventura, os estudantes possam apresentar em relação aos conteúdos matemáticos nele envolvidos. A partir de tal diagnóstico, poderiam ser planejados percursos de aprendizagem personalizados em função das diferentes dificuldades de cada estudante, percursos estes que poderiam ser propostos aos alunos antes do trabalho com o material didático planejado.

Esperamos que o conteúdo apresentado neste capítulo possa motivar a implementação, por parte dos docentes leitores, dos materiais disponibilizados e, principalmente, estimular a produção de novos materiais didáticos a partir de outros problemas da Engenharia, uma vez que defendemos que este é um caminho profícuo para uma abordagem contextualizada das CbM e que possa, ao mesmo tempo, ser motivadora para os estudantes e possibilitar-lhes o desenvolvimento de diferentes competências fundamentais para suas futuras atuações como engenheiros.

Referências

BARROS, D. M. V. A Teoria dos Estilos de Aprendizagem: convergência com as tecnologias digitais. **Revista SER: Saber, Educação e Reflexão**, v.1, n.2, p. 14-28, Jul. – Dez. 2008. Disponível em <<https://repositorioaberto.uab.pt/bitstream/10400.2/2999/3/70-228-1-PB%202.pdf>>. Acesso em: 20 dez. 2024.

BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L.; GOMES, E. Conhecimentos docentes em ação no Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo). **Anais. Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM)**. Medellín, Colômbia, 2019. Disponível em <<http://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/168/359>>. Acesso em: 20 dez. 2024.

BOYCE, W. E. N.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. Rio de Janeiro: LTC, 1997.

CAMARENA, P. A treinta años de la teoría educativa “Matemática en el Contexto de las Ciencias”. **Innovación Educativa**, vol. 13, n. 62, p. 17-44, 2013.

CAMARENA, P. Didáctica de la matemática en contexto. **Educación Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 2, p. 01-26, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i2p1-26>.

CAMARENA, P. **Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias**. 1a ed. - Santiago del Estero: EDUNSE, 2021.

CORREIA, A. A. **Dinâmica: vibrações de sistemas com 1 grau de liberdade**. Lisboa: Instituto Superior Técnico, 2007.

COSTA *et al.* Identificação dos Estilos de Aprendizagem na Educação a Distância Através da Interação do Aluno com o Ambiente Virtual de Aprendizagem. **VAEP-RITA**, v. 8, n. 3, p.1-14, ago. 2020.

HERNÁNDEZ, C. V.; ALONSO, C. P. **CHAEA 32 simplificada: Propuesta basada em Análisis Multvariantes**.2013. Dissertação (Mestrado) – Análisis Avanzado de Datos Multvariantes. Universidad de Salamanca, Salamanca, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10366/122182> . Acesso em: 20 dez. 2024.

LIMA, G. L. *et al.* Ensino da Matemática na Engenharia e as atuais Diretrizes Curriculares Nacionais: o Modelo Didático da Matemática em Contexto como possível estratégia. **Currículo sem Fronteiras**, v. 21, n. 2, 2021, p. 785-816. <http://dx.doi.org/10.35786/1645-1384.v21.n2.17>

MAZZILLI, C. E. N. *et al.* **Lições em mecânica das estruturas: dinâmica**. São Paulo: Blucher, 2016.

ANEXO A: Texto sobre Amortecimento, Taxa de Amortecimento e Ângulo de Fase

O amortecimento é um fenômeno físico observado em sistemas mecânicos que dissipam energia mecânica sob a forma de calor, ruído, atrito viscoso ou seco, por exemplo. A existência de pelo menos uma força não conservativa no sistema mecânico, realizando trabalho, implica uma perda de energia mecânica e, portanto, a ocorrência de amortecimento (Rao, 2009).

O amortecimento é encontrado tanto na construção civil quanto na análise de componentes e sistemas pertencentes à construção mecânica, como, por exemplo, em automóveis e máquinas. É o amortecimento que garante a integridade de estruturas no caso de abalos sísmicos (terremotos) ou ventos muito fortes em edifícios altos. Ainda, um outro exemplo mais simples, seria o caso de máquinas vibrando dentro de uma fábrica. Para corrigir os efeitos indesejados dessa vibração, pode ser utilizado um sistema de amortecimento, permitindo assim a execução de um movimento dessas máquinas que não comprometa, a curto prazo, os componentes do projeto estrutural, garantindo a vida útil da estrutura.

Uma estrutura é caracterizada pelo seu peso (ou massa), pela sua rigidez (ou seja, sua resistência à deformação devido a uma força aplicada) e sua taxa de amortecimento. Os dois primeiros parâmetros podem ser obtidos pela geometria e propriedades do material da estrutura. Porém, a taxa de amortecimento deve ser determinada por meio experimental e, para isso, é necessário saber o tipo de amortecimento que ocorre, como citado anteriormente. A fórmula básica da taxa de amortecimento é dada por:

$$\xi = \frac{c}{2m\omega}$$

em que m é a massa da estrutura, ω é a frequência natural do sistema e c é o amortecimento. Como existem diferentes casos de amortecimento, essa taxa pode ser determinada de maneiras distintas conforme o caso analisado. Para estruturas da Engenharia Civil, é usual que $\xi \ll 1$ (no máximo 5%), ou seja, um amortecimento c pequeno. Dessa forma, a estrutura terá um amortecimento subcrítico.

Outro conceito importante ao estudar oscilações é o de ângulo de fase (também chamado de ângulo de fase da excitação harmônica) normalmente denotado por θ , que indica a posição do corpo em oscilação em relação ao tempo tendo como referência o caso em que $\theta = 0$ (ou seja, o caso em que não há defasagem na onda gerada pelo movimento oscilatório). O valor de θ depende do valor assumido pela função u , que descreve o movimento do corpo em relação ao tempo (t), no instante $t = 0$ (Rao, 2009).

Esse conceito é importante para resolver problemas de ressonância, em que um sistema vibratório (como, por exemplo, uma máquina rotativa) conduz outro sistema a

oscilar com maior amplitude (como, por exemplo, uma fábrica que contém essa máquina rotativa no seu interior), na chamada frequência natural do sistema. Dessa forma, se a frequência de excitação coincidir com a frequência natural do sistema, a resposta do sistema ao movimento de vibração será muito grande, podendo ocasionar o colapso da estrutura.

Esse problema pode ser entendido se imaginarmos que a frequência de excitação (produzida pela máquina rotativa) e a frequência natural (a da estrutura da fábrica) são duas ondas. Se essas duas ondas são superpostas, suas amplitudes são somadas algebricamente e a onda resultante dessa soma depende da fase. Dessa forma, se duas ondas de mesma frequência e amplitude começam seus movimentos em um ângulo de fase igual a zero grau, o resultado será uma onda com mesma frequência e com o dobro da amplitude (Iazzetta, 2020).

Referências

IAZZETTA, F. **Fase**. sem data. Disponível em:

<<http://www2.eca.usp.br/prof/iazzetta/tutor/acustica/fase/fase.html>>. Acesso em: 25 mar. 2020.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**, 4ª. Edição. São Paulo: Ed. Pearson, 2009.

ANEXO B: Exemplo de questionário para verificação da preparação prévia

1. No contexto da Engenharia Estrutural, o que são Pórticos?
2. Por que os pórticos são importantes na Engenharia Civil?
3. O que é um modelo estrutural *shear building*?
4. É possível relacionar a análise de um pórtico de um pavimento, submetido a uma força estática, com o sistema massa-mola-amortecedor? Justifique.

ANEXO C: Questionário para identificação dos integrantes de cada grupo

Para cada uma das 32 questões, escolha uma das seguintes opções de resposta:

1. Discordo Totalmente
2. Discordo
3. Concordo
4. Concordo Totalmente

Q1. Tenho fama de dizer o que penso claramente e sem rodeios.

Q2. Muitas vezes ajo sem medir as consequências.

Q3. Sinto-me confortável obedecendo recomendações, tanto em relação à alimentação, quanto aos estudos, quanto à pratica de esportes regularmente.

Q4. Prefiro as coisas estruturadas do que as desordenadas.

Q5. Quando tenho alguma informação, tento interpretá-la bem antes de expressar qualquer opinião.

Q6. Antes de fazer algo, estudo com cuidado suas vantagens e inconveniências.

Q7. Quase sempre procuro ser coerente com meus critérios e meus valores. Tenho princípios e sigo-os.

Q8. Gosto mais das pessoas realistas e práticas do que das teóricas.

Q9. Na maioria das vezes, expresso abertamente como me sinto.

Q10. Sou cauteloso ao tirar conclusões.

Q11. Prefiro contar com o maior número de fontes de informações. Quanto mais dados tenho para refletir, melhor.

Q12. Tendo a ser perfeccionista.

Q13. Eu gosto de encarar a vida espontaneamente e não ter que planejar tudo antecipadamente.

Q14. Sinto-me incomodado com pessoas caladas e que analisam detalhadamente um problema, não tomando decisões precipitadas.

- Q15. Frequentemente avalio as ideias das pessoas em termos de sua praticidade.
- Q16. Nas reuniões de trabalho/estudo, apoio as ideias práticas e realistas.
- Q17. Eu contribuo com ideias novas e espontâneas nos grupos de discussão.
- Q18. Muitas vezes conscientizo-me de outras maneiras melhores e mais práticas de fazer as coisas.
- Q19. Agrada-me buscar novas experiências.
- Q20. Eu gosto de experimentar e aplicar as coisas.
- Q21. Penso que devemos chegar rapidamente ao ponto central das discussões.
- Q22. Procuro sempre obter conclusões e ideias claras.
- Q23. Fico impaciente quando me dão explicações irrelevantes e incoerentes.
- Q24. Comprovo antes se as coisas realmente funcionam.
- Q25. Eu gosto de analisar várias alternativas antes de tomar uma decisão.
- Q26. Com frequência, olho para frente para prever o futuro.
- Q27. Eu costumo refletir sobre os assuntos e problemas.
- Q28. Trabalhar conscientemente me enche de satisfação e orgulho.
- Q29. Perante aos acontecimentos, procuro descobrir os princípios e teorias em que eles se embasam.
- Q30. Com frequência, sou uma das pessoas que mais anima as festas.
- Q31. Geralmente deixo-me levar pelas minhas intuições.
- Q32. Se trabalho em grupo, procuro fazer com que os participantes sigam um método e uma ordem.

A seguir apresentamos os grupos de questões relacionados a cada um dos estilos de aprendizagem.

Ativo – Grupo A – 8 questões				
2	9	13	14	17
19	30	31		

Pragmático – Grupo P – 9 questões				
1	8	15	16	18
20	21	23	24	

Teórico – Grupo T – 8 questões				
3	4	7	12	22
26	29	32		

Reflexivo – Grupo R – 7 questões				
5	6	10	11	25
27	28			

Informações sobre os autores

Aguida Gomes de Abreu: é graduada em Engenharia Civil pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos, mestre e doutora em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Tem experiência na área de Engenharia Civil, com ênfase em Materiais e Componentes de Construção, atuando principalmente nos seguintes temas: concreto, corrosão, sílica ativa, desempenho e durabilidade. É docente da Universidade do Estado do Mato Grosso. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/7718312732162781>.

Barbara Lutaif Bianchini: é bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), licenciada em Pedagogia pela Universidade de Franca, mestra em Educação Matemática pela PUC-SP e doutora em Educação (Psicologia da Educação) também pela PUC-SP. Realizou estágio de pós-doutoramento no Instituto Tecnológico Autônomo de Mexico, sob a supervisão de María Trigueros Gaisman. É professora da PUC-SP desde 1987, atuando tanto em cursos de graduação, quanto no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Como pesquisadora, dedica-se especialmente às temáticas Educação Algébrica, Educação Matemática no Ensino Superior e Educação Matemática em Cursos de Serviço. É líder do Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA) e vice-líder do Grupo de Pesquisa A Matemática na Formação Profissional, ambos certificados pela PUC-SP junto ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/2660310999149810>.

Bruno Eizo Higaki: é graduado, mestre e doutor em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) pela Universidade de São Paulo (2014). Tem experiência na área de Engenharia Civil, com ênfase na temática Estruturas. É professor do curso de Engenharia Civil da Fundação Educacional Inaciana Padre Sabóia de Medeiros (FEI). Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/5320934019727053>.

Elias Antunes dos Santos: é licenciado em Física pela Universidade Estadual de Ponta Grossa, mestre em Física (Física Nuclear Aplicada) pela Universidade Estadual de Londrina e doutorando em Educação em Ciências e em Matemática pela Universidade Federal do Paraná. Desde 2014 é docente no curso de Engenharia Civil na Universidade do Estado do Mato Grosso, campus Tangará da Serra. Tem trabalhado em pesquisas básicas envolvendo sustentabilidade em temas relacionados a concretos permeáveis - pisos drenantes, solo-cimento para confecção de tijolos ecológicos, projetos relativos à utilização de Resíduos de Construção Civil (RCC) e projetos envolvendo Física para Educação básica. Para maiores informações, consultar: <http://lattes.cnpq.br/6714187903065454>.

Eloiza Gomes: é bacharel e licenciada em Matemática pela Universidade Presbiteriana Mackenzie, mestra e doutora em Educação Matemática pela PUC-SP. Desde 1989 é professora do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT), atuando como docente do ciclo básico de diferentes habilitações de Engenharia. Como pesquisadora, sua principal área de interesse é o ensino e a aprendizagem de Matemática no Ensino Superior, especialmente nos cursos de Engenharia. É membro do Grupo de Pesquisa em Educação em Engenharia, Design e Administração, certificado pelo IMT junto ao CNPq e integra também o Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA) e a Matemática na Formação Profissional. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/5421379721009840>.

Fábio Gerab: é graduado em Física pela Universidade de São Paulo (USP), mestre em Física Nuclear pela USP e doutor em Física Aplicada pela Universidade de São Paulo, tendo sido o doutorado parcialmente desenvolvido na Universidade de Lund, na Suécia (1996). É pós-doutor em Espectrometria de Massas com Plasma Acoplado Indutivamente de Alta Resolução pelo Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares. É também MBA em Business Analytics e Big Data pela Fundação Getúlio Vargas e tem mais de dez anos de experiência em desenvolvimento de produto na indústria automotiva. Atualmente é professor do Departamento de Matemática do Centro Universitário FEI. Tem experiência nas áreas de: Ciência de Dados, Estatística, Física Nuclear, Física Aplicada à Estudos Ambientais, Engenharia Automotiva (Acústica e Vibração, Ergonomia e Gestão da Qualidade) e Educação. É membro do Núcleo de Estudos em Data Science da Fundação Getúlio Vargas e da Comissão Permanente de Estudos Estatísticos da Sociedade Brasileira de Física. Para maiores informações, consultar: <http://lattes.cnpq.br/4816066428503371>.

Gabriel Loureiro de Lima: é bacharel, licenciado e mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e doutor em Educação Matemática pelo Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP. É professor da PUC-SP desde 2010, atuando tanto em cursos de graduação, quanto no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Desde 2025 é também docente do Ciclo Básico dos Cursos de Engenharia do Instituto Mauá de Tecnologia. Em suas pesquisas, dedica-se, sobretudo às temáticas: Educação Matemática em Cursos de Serviço, Educação Matemática no Ensino Superior e Educação Algébrica. É líder do Grupo de Pesquisa A Matemática na Formação Profissional e vice-líder do Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA). Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/6821823260967114>.

Isolda Gianni de Lima: é licenciada em Matemática pela Universidade de Caxias do Sul, mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e doutora em Informática na Educação pela UFRGS. É professora na Universidade de Caxias do Sul, atuando nos cursos de Engenharia e Licenciatura em Matemática. Na pós-graduação, é professora e orientadora do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática nas linhas Tecnologias, Recursos e Materiais

Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática e Fundamentos e Estratégias Educacionais no Ensino de Ciências e Matemática. Integra o Núcleo de Inovação e Desenvolvimento: Ambientes de Aprendizagem na Educação Superior: Docência, Tecnologia e Educação a Distância, com pesquisas nas áreas de Educação Matemática e de Informática Educativa, em temas relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática, às aplicações da Matemática na Engenharia e à utilização de recursos tecnológicos em ambientes virtuais de aprendizagem. Integra as equipes dos projetos Engenheiro do Futuro e UCS-Promopetro: Novos desafios para o Engenheiro do Futuro, vinculados ao Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento: Ensino de Ciências Exatas e Tecnologia, da Universidade de Caxias do Sul. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/6722724060113247>.

Juliana Martins Philot: é bacharel e mestre em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho e doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Tem experiência na área de ensino de Matemática, tendo ministrado diversas disciplinas como Cálculo I, Cálculo II, Geometria Analítica, Bases Matemáticas para Engenharia, Séries e Equações Diferenciais Ordinárias, entre outras, em diferentes cursos de graduação. É professora do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT) e realiza pesquisas relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia, É membro do Grupo de Pesquisa em Educação em Engenharia, Design e Administração, certificado pelo IMT junto ao CNPq e integra também o Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA) e a Matemática na Formação Profissional. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/8221265669449851>.

Karina Bradaschia Rocha: é graduada em Engenharia Civil pelo Instituto Mauá de Tecnologia, mestre em Engenharia de Estruturas pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e doutoranda em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Tem experiência na área de Engenharia Civil, com ênfase em Engenharia de Estruturas. É docente do Instituto Mauá de Tecnologia e possui interesse nas áreas de pesquisa relacionadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática para cursos de Engenharia e Engenharia de Estruturas. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/5396307461183419>.

Kurt André Pereira Amann: é graduado em Engenharia Civil pela Faculdade de Engenharia Industrial (FEI), mestre em Engenharia de Solos pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (POLI-USP) e doutor em Engenharia Geotécnica pela POLI-USP. Desde 2001 é professor do Centro Universitário da FEI. Tem experiência na área de Engenharia Civil, em orçamento de obras públicas, execução, gerenciamento e fiscalização de obras prediais, projeto estrutural e de fundações, controle tecnológico de materiais, levantamento topográfico e perícias. Além disso, desenvolve aplicativos e programas de computador em linguagens como Python, Visual Basic, Javascript, Java e trabalha com métodos estatísticos aplicados à Engenharia e Geotecnia. É pesquisador de metodologias ativas de aprendizagem para engenharia e participa do Grupo de

Pesquisa Geotecnia - Região centro-leste do estado de São Paulo, da UNICAMP, atuando na linha de pesquisa “Comportamento de fundações assentes em solo de diabásio da região de Campinas/SP”. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/5113245200139046>.

Laurete Teresinha Zanol Sauer: é licenciada em Matemática pela Universidade de Caxias do Sul, mestre em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e doutora em Informática na Educação pela UFRGS. É professora da Universidade de Caxias do Sul atuando, em suas atividades de ensino, na área de Matemática, com ênfase em Cálculo Diferencial e Integral e Equações Diferenciais para cursos de Engenharia e Licenciatura em Matemática. Suas pesquisas concentram-se nos seguintes temas: Educação Matemática, Educação Matemática para Engenharia e Ambientes de Aprendizagem Ativa, apoiados por Tecnologias de Informação e Comunicação. Integra o Observatório Docência, Inclusão e Cultura Digital e participa dos projetos de pesquisa: Engenheiro do Futuro; e Ciências e Matemática: aprendizagem ativa por projetos e problemas, desenvolvidos na Universidade de Caxias do Sul. Coordenou o projeto Encorajando Meninas em Ciências Exatas, Engenharias e Computação, apoiado pelo CNPq, de 2019 a 2020 e é membro do corpo permanente do programa de pós-graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Caxias do Sul. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/1363917462693264>.

Luis Antonio Rezende Muniz: é graduado em Engenharia Química pela Universidade Federal da Bahia, especialista em Processos Petroquímicos pela Sogesta - Itália, mestre em Engenharia Química pela Universidade Estadual de Campinas e doutor em Engenharia Química pela Universidade Federal de Santa Catarina. Tem experiência na área de Engenharia Química, atuando principalmente nos seguintes temas: agroenergia, biodiesel, bioálcool, pirólise, automação, controle digital, controle de processos, Desenvolvimento de Processos Químicos e ensino de Engenharia Química. Atualmente é Diretor da UpControl - Engenharia de Processos e Controle Digital e da UpControl Solar. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/4200658146352765>.

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt: é graduada em Licenciatura em Ciências - Habilitação em Matemática, especialista em Educação Matemática e Gestão Universitária, mestre em Administração e doutora em informática na Educação, tendo obtido todos esses títulos pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Modelagem Matemática e no ensino com tecnologias. É professora da Universidade Vale do Taquari (UNIVATES). Atua na formação de professores, na graduação e na pós-graduação e integra o grupo de pesquisa Práticas, Ensino e Currículos, certificado pela instituição junto ao CNPq. Além disso, no âmbito da extensão, participa de projetos como a Feira Estadual de Ciências e Olimpíada de Matemática da UNIVATES, financiados pelo CNPq. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/4088071913818217>.

Marinez Cargnin-Stieler: é graduada em Matemática pela Universidade Federal de Santa Maria, mestre em Ensino da Matemática pela Universidade Franciscana e doutora em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Tem interesse e atua nas seguintes temáticas: Educação em Engenharia, Educação Matemática, Formação de Professores, Aprendizagem Cooperativa, Modelagem Matemática e Ensino de Ciências Básicas e Matemática. É professora sênior da Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT) e integrante do Grupo de Pesquisa Núcleo de Estudos de Educação e Diversidade e do Grupo de Pesquisa em Matemática, Estatística, Educação e Aplicações, ambos vinculados à UNEMAT. É também coordenadora do Projeto de Redes Terra como Princípio Educativo. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/8788697969021466>.

Nival Nunes de Almeida: é graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro, mestre e doutor em Engenharia Elétrica, títulos obtidos pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. É professor colaborador do Programa de Pós-graduação em Energia e Sociedade - Mestrado Profissional - do Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio de Janeiro (CEFET-RJ). Além disso, é professor titular aposentado da Escola de Guerra Naval (EGN), na qual atuou no Programa de Pós-Graduação em Estudos Marítimos e nos cursos de Pós-Graduação em Ciências Navais. Foi também reitor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro de 2004 a 2007, instituição em que também atuou como docente. Exerceu ainda a presidência do Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras e da Associação Brasileira de Educação em Engenharia. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/6170951622544741>.

Paula Meirelles Bolelli: é graduada em Engenharia Civil pelo Instituto Mauá de Tecnologia e mestre em Engenharia de Estruturas pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Tem experiência acadêmica e profissional na área de Engenharia de Estruturas e, desde 2021, atua como engenheira de estruturas na Pedreira Ônix. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/8642459885193172>.

Sérgio Camargo: é graduado em licenciatura em Física pela Universidade Estadual de Ponta Grossa, mestre e doutor em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Desde 2008, atua como docente da Universidade Federal do Paraná (UFPR), atuando no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino. Também na UFPR, já coordenou projetos relacionados à Física no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e no Programa Residência Pedagógica, ambos vinculados à CAPES. É um dos líderes do Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática. Tem experiência na área de Educação para a Ciência, com ênfase em Ensino de Física, atuando principalmente nos seguintes temas: Formação de Professores que ensinam Física; Ensino - Aprendizagem de Física; Ensino de Ciências; Metodologia e Práticas de

Ensino de Física. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/6719368282265238>.

Simone Leal Schwertl: é graduada em Matemática pela Fundação Universidade Regional de Blumenau (FURB), especialista em Desenho, mestre em Engenharia de Produção e doutora em Educação Científica e Tecnológica, tendo sido os três últimos títulos mencionados obtidos pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Atualmente é professora da FURB, atuando nas áreas de Matemática Básica (com mais de 15 anos de experiência em cursos de Engenharia), Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo Numérico, Álgebra e Geometria. Nesta mesma instituição, é professora credenciada no Programa de Pós-graduação em Ciências e Matemática. Integra o Grupo de Pesquisa Ensino de Ciências Naturais e Matemática, vinculado à FURB, e o Núcleo de Estudos e Pesquisas em Educação Tecnológica, vinculado à UFSC. Entre 2017 e 2020, coordenou, junto à Associação Brasileira de Educação em Engenharia (ABENGE), o Grupo de Trabalho Ciências Básicas e Matemática na Engenharia (GT-CbME). Seus principais temas de interesse são: Ciência, Tecnologia e Sociedade; Educação Matemática; Educação na Cultura Digital; Ensino de Ciências Básicas e Matemática e Formação de professores para o Ensino Superior. Para maiores informações, consultar <http://lattes.cnpq.br/0347990757500565>.

Valquiria Villas-Boas Gomes Missell: é graduada em bacharelado em Física, mestre em Física da Matéria Condensada e doutora em Ciências pela, títulos todos outorgados pela Universidade de São Paulo. Fez pós-doutorado no Laboratoire de Magnétisme Louis Néel do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS), em Grenoble-França, e na Universidade do Minho, em Guimarães-Portugal. Foi professora convidada da University of San Diego (San Diego-California) de 2001 a 2002, e professora adjunta do Evergreen Valley College (San Jose-California) de 2002 a 2003, instituição em que trabalhou principalmente na área de Ensino de Física. De 2003 a 2023, foi professora da Universidade de Caxias do Sul (UCS). Atualmente, tem trabalhado nas áreas de Aprendizagem Ativa para o Ensino de Física e de Engenharia, de Formação Profissional de Professores de Engenharia e de Formação Continuada de Professores de Ciências e Matemática. Foi coordenadora dos projetos UCS-PROMOVE: Engenheiro do Futuro e UCS-PROMOPETRO: Novos Desafios para o Engenheiro do Futuro. Concebeu e foi coordenadora do projeto Encorajando Meninas em Ciência e Tecnologia do Programa ENGFUT-UCS de 2009 a 2018. Foi também professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino em Ciências e Matemática e do Núcleo de Formação para Professores da UCS. Desde 2006, é membro do Steering Committee da rede Active Learning in Engineering Education (ALE). Faz parte da Rede de Boas Práticas para a Captação de Alunas para a Engenharia, integra o Grupo de Trabalho em Aprendizagem Ativa na Educação em Engenharia da Associação Brasileira de Educação em Engenharia e a Rede Lusófona de Investigação e Pesquisa na Educação da Engenharia. Atualmente, é Professora Visitante da Universidade Federal do Rio

Grande do Sul. Para maiores informações, consultar
<http://lattes.cnpq.br/0571855031067149>.

