

**Investigações sobre processos de
ensino e aprendizagem de
Probabilidade e risco nos Anos
Finais do Ensino Fundamental**

Ruy Cesar Pietropaolo
Priscila Bernardo Martins
(organizadores)

**Investigações sobre processos de
ensino e aprendizagem de
Probabilidade e risco nos Anos
Finais do Ensino Fundamental**

Ruy Cesar Pietropaolo
Priscila Bernardo Martins
(organizadores)

**Investigações sobre processos de
ensino e aprendizagem de
Probabilidade e risco nos Anos
Finais do Ensino Fundamental**

Ak**demy**
EDITORA

2025

Copyright © 2025 Editora Akademy
Editor-chefe: Celso Ribeiro Campos
Diagramação e capa: Editora Akademy
Revisão: Cassio Cristiano Giordano

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

P626i

Pietropaolo, Ruy Cesar; Martins, Priscila Bernardo
(organizadores)

Investigações sobre processos de ensino e
aprendizagem de Probabilidade e risco nos Anos
Finais do Ensino Fundamental. São Paulo:
Editora Akademy, 2025.

Vários autores

Bibliografia

ISBN 978-65-80008-69-8

1.Probabilidade 2.Risco 3.Anos Finais 4. Ensino
Fundamental 5.Aprendizagem I. Título

CDD: 370

Índice para catálogo sistemático:

1. Área 370 - Educação

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida por qualquer meio sem a prévia autorização da Editora Akademy.

A violação dos direitos autorais é crime estabelecido na Lei n. 9.610/98 e punido pelo artigo 184 do Código Penal.

Os autores e a editora empenharam-se para citar adequadamente e dar o devido crédito a todos os detentores dos direitos autorais de qualquer material utilizado neste livro, dispondo-se a possíveis acertos caso, inadvertidamente, a identificação de algum deles tenha sido omitida.

Editora Akademy – São Paulo, SP

Corpo editorial

Alessandra Mollo (UNIFESP-CETRUS)
Ana Hutz (PUC-SP)
Ana Lucia Manrique (PUC-SP)
André Galhardo Fernandes (UNIP)
Andréa Pavan Perin (FATEC)
Antonio Correa de Lacerda (PUC-SP)
Aurélio Hess (FOC)
Camila Bernardes de Souza (UNIFESP/EORTC/WHO)
Carlos Ricardo Bifi (FATEC)
Cassio Cristiano Giordano (FURG)
Cileda Queiroz e Silva Coutinho (PUC-SP)
Claudio Rafael Bifi (PUC-SP)
Daniel José Machado (PUC-SP)
Fernanda Sevarolli Creston Faria Kistemann (UFJF)
Francisco Carlos Gomes (PUC-SP)
Freda M. D. Vasse (Groningen/HOLANDA)
Heloisa de Sá Nobriga (ECA/USP)
Ivy Judensnaider (UNICAMP)
Jayr Figueiredo de Oliveira (FATEC)
José Nicolau Pompeo (PUC-SP)
Marcelo José Ranieri Cardoso (PUC-SP)
Marco Aurelio Kistemann Junior (UFJF)
Maria Cristina Kanobel (UTN – ARGENTINA)
Maria Lucia Lorenzetti Wodewotzki (UNESP)
Mario Mollo Neto (UNESP)
Mauro Maia Laruccia (PUC-SP)
Michael Adelowotan (University of JOHANNESBURG)
Océlio de Jesus Carneiro Morais (UNAMA)
Paula Gonçalves Sauer (ESPM)
Roberta Soares da Silva (PUC-SP)
Tankiso Moloi (University of JOHANNESBURG)

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas ad hoc.

Sumário

Prefácio	11
Apresentação	15
Capítulo 1 – Por que Probabilidade e risco no Ensino Fundamental? Concepções do projeto de formação e pesquisa.....	19
<i>Ruy César Pietropaolo</i>	
Capítulo 2 – Formação de Professores para ensinar Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental: algumas reflexões teóricas.....	37
<i>Edda Curi</i>	
Capítulo 3 – Experiências com a distribuição normal no início do Ciclo Autoral da Rede Municipal de São Paulo: ludicidade e concretude ao ensinar Probabilidade.....	53
<i>Carlos Henrique Silva Alcantara</i>	
<i>Salatiel Dias da Silva</i>	
<i>Ruy César Pietropaolo</i>	
Capítulo 4 – Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental: explorando a aleatoriedade.....	67
<i>Regina Mariko Nakano</i>	
<i>Ruy César Pietropaolo</i>	
Capítulo 5 – Probabilidade e Risco na sala de aula dos Anos Finais: um desafio da prática docente.....	81
<i>Lourdes Pereira da Silva</i>	
<i>Marcel Santos de Queirós</i>	
Capítulo 6 – Criando cultura matemática através de contextos probabilísticos.....	95
<i>Luccas Silva</i>	

Capítulo 7 – Matrix: atividade com tabelas de dupla entrada com alunos de 8º anos.....	101
<i>José Carlos Suzuki</i>	
Capítulo 8 – Um relato de experiência sobre a aleatoriedade em uma turma do 8º ano.....	109
<i>Ana Cristina Motta da Silva</i>	
Capítulo 9 – Relato de experiência: impossível versus improvável.....	115
<i>Andreza Patricia de Oliveira Ferrari</i>	
Capítulo 10 – Relato de experiência – Probabilidade no 6º Ano do Ensino Fundamental.....	119
<i>Roberta Silva de Oliveira</i>	
Capítulo 11 – Explorando espaços amostrais e aleatoriedade: caminhos para o Ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental.....	123
<i>Sonia Maria da Gloria de Lima de Carvalho</i>	
Capítulo 12 – Reflexões sobre o processo formativo para aprender e ensinar Probabilidade e Risco.....	129
<i>Alexandre de Paula da Cunha</i>	
Capítulo 13 – Relato de experiência sobre a formação em Probabilidade e risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	133
<i>Luiz Fabiano da Silva</i>	
Capítulo 14 – O papel fundamental da Educação Probabilística na formação de cidadãos críticos e conscientes.....	137
<i>Aparecido Fernando da Silva</i> <i>José Ribamar Alves de Souza Junior</i>	
Capítulo 15 – Entre a teoria e a prática: um olhar investigativo sobre o Ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	143
<i>Valdirene Oliveira Santos</i>	

Capítulo 16 – Relato da formação no âmbito do Projeto Investigações sobre processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	149
<i>Raquel Alves dos Santos</i>	
Capítulo 17 – Da Formação à Prática: relato de experiência do curso Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco.....	155
<i>Willians Paschoal de Souza</i>	
Capítulo 18 – A participação de um professor que atua no Ciclo Autoral no Projeto envolvendo Probabilidade e Risco.....	169
<i>Wesley Cristiano de Souza</i>	
Capítulo 19 – O que revelam os relatos de experiências apresentados pelos professores participantes do Projeto sobre Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental?.....	175
<i>Priscila Bernardo Martins</i> <i>Suzete de Souza Borelli</i>	
Índice Remissivo	187
Sobre os Autores	189

Prefácio

Os desafios enfrentados pelo ensino de Matemática na Educação Básica brasileira manifestam-se tanto no cotidiano das salas de aula quanto nos resultados das avaliações em larga escala, revelando a persistente dificuldade do país em assegurar a aprendizagem desse componente curricular fundamental. Em 2023, apenas 16% dos estudantes do 9º ano apresentaram níveis adequados de aprendizagem em Matemática — percentual inferior ao de 2019 (18%) e ligeiramente superior ao registrado em 2021 (15%). No 3º ano do Ensino Médio, o índice permaneceu estagnado em 5%, repetindo o mesmo resultado crítico de 2021. Esses baixos índices de aprendizagem tornam ainda mais evidentes as desigualdades educacionais: enquanto 8% dos estudantes brancos atingiram o patamar esperado de aprendizagem, apenas 3% dos estudantes pretos alcançaram esse mesmo nível¹. A ausência desse conhecimento essencial, cada vez mais crônico, afeta diretamente o desenvolvimento da sociedade brasileira como um todo.

Além das repercussões educacionais, os impactos do baixo desempenho em Matemática atingem também a economia nacional. Apenas 7,4% dos trabalhadores brasileiros atuam em profissões que exigem habilidades matemáticas de forma intensiva — percentual significativamente inferior ao observado em países desenvolvidos. Durante a pandemia da COVID-19, profissionais dessas áreas mostraram maior resiliência econômica, reforçando a relação direta entre qualidade da educação matemática e desenvolvimento social e econômico. Outro aspecto crítico diz respeito à formação de professores. Dados do Censo da Educação Superior de 2022 apontam que 58% dos estudantes matriculados em cursos de licenciatura abandonam seus estudos antes da conclusão. A estimativa é que, até 2040, o Brasil enfrentará um déficit de cerca de 240 mil professores na Educação Básica. Especificamente no caso da formação de professores de Matemática, entre 2016 e 2020, 34,6% dos estudantes desistiram da graduação, evidenciando a necessidade urgente de

¹ Disponível em: <https://portaliede.org.br/avaliacao/qedu-e-atualizado-com-os-dados-de-aprendizado-adequado-no-saeb-2023-confira/>

políticas que valorizem a carreira docente e aproximem formação inicial e prática pedagógica².

Diante desse cenário, a Fundação Itaú, em parceria com o Ministério da Educação, lançou o Edital Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental no de 2024, com o objetivo de reconhecer e fomentar projetos voltados à promoção da aprendizagem em Matemática por meio da qualificação do ensino nas escolas públicas brasileiras. O edital foi organizado em duas modalidades: Reconhecimento, que visa dar visibilidade a boas práticas já existentes, e Fomento, que prevê apoio financeiro e técnico para a implementação, ampliação, monitoramento ou avaliação de práticas pedagógicas ao longo de 2025. Após rigorosa seleção, 8 projetos foram contemplados com apoio. Entre eles, destaca-se o projeto “Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental: Constituição de um Grupo Colaborativo de Formação e Pesquisa envolvendo Diretorias Regionais de Educação do Município de São Paulo”.

Sob coordenação da professora Dra. Edda Cury e colaboração do professor Dr. Ruy Cesar Pietropaolo e pesquisadoras Dra. Priscila Bernardo Martins e Dra. Suzete de Souza Borelli, o projeto constituiu um grupo colaborativo de formação e pesquisa, com foco no desenvolvimento profissional de professores de Matemática engajados na implementação de inovações curriculares e na reflexão crítica sobre suas práticas pedagógicas, especialmente no ensino de Probabilidade e Risco. O objetivo central é contribuir para a melhoria do desempenho dos estudantes nesse tema, fundamental não apenas para a Matemática, mas também para outras áreas do conhecimento e para a vida em sociedade, especialmente no que diz respeito à tomada de decisões informadas e responsáveis.

Ao eleger a temática Probabilidade e Risco, a professora Edda e sua equipe demonstraram sensibilidade e atenção às reais necessidades do trabalho docente desenvolvido em sala de aula. Considerando que esse é um conteúdo frequentemente temido tanto por alunos quanto por professores, torna-se ainda mais urgente a promoção de discussões aprofundadas, rigorosas e técnicas, que favoreçam o desenvolvimento do conhecimento especializado dos docentes. Nesse contexto, destaca-se a contribuição da palestra da professora Dra. Terezinha Nunes, que se integrou às atividades do projeto como um momento

² Disponível em: <https://portaliede.org.br/avaliacao/qedu-e-atualizado-com-os-dados-de-aprendizado-adequado-no-saeb-2023-confira/>

de aprofundamento teórico e reflexão sobre as práticas pedagógicas relacionadas à Probabilidade e ao Risco. Durante sua exposição, a professora Terezinha abordou aspectos centrais da constituição do pensamento matemático e do ensino de Probabilidade e Risco, destacando a importância da generalização no desenvolvimento do pensamento matemático e as conexões entre raciocínios dedutivo e indutivo. Discutiui ainda o triângulo pedagógico — a relação entre objeto de ensino, mundo e criança — reforçando o foco da prática pedagógica na aprendizagem da criança e destacando a articulação entre saberes matemáticos, pedagógicos e do conteúdo.

A palestra também trouxe reflexões importantes sobre o desenvolvimento do pensamento probabilístico por meio de atividades que monitoraram os saberes docentes, discutiram erros frequentes dos alunos e valorizaram formas alternativas de representação das probabilidades. Destacou a importância da quantificação das incertezas e sua relação com o conhecimento especializado docente, apresentando o conceito de risco como uma incerteza que pode ser expressa numericamente, o que desafia práticas tradicionais de ensino e exige transposição didática adequada. Além disso, discutiui como diferentes formas de apresentação dos dados, especialmente por meio de tabelas e gráficos, influenciam a percepção dos alunos no campo conceitual do risco. Por fim, apresentou uma pesquisa sobre o ensino de probabilidade para estudantes da 5ª e 6ª séries, mostrando que, mesmo sem ensino direto, o contato com temas correlatos trouxe avanços na compreensão; entretanto, o ensino direto apresentou resultados mais consistentes.

Essas reflexões fortaleceram as discussões realizadas no projeto e reafirmaram a necessidade de práticas formativas que conectem teoria, pesquisa e prática pedagógica, valorizando o papel do professor como mediador qualificado do conhecimento. Ao propor que as discussões ultrapassassem o senso comum, o projeto se configura como um avanço importante na compreensão e no desenvolvimento desse campo do conhecimento. Ao longo dos encontros realizados, buscou-se ampliar os limites dos saberes docentes, proporcionando avanços significativos nas questões discutidas.

Foi possível conceber e proporcionar aos professores cursistas melhorias na qualidade das discussões matemáticas em suas salas de aula, tanto ao longo da formação quanto em momentos posteriores, fortalecendo as relações entre docentes e discentes do Programa de Pós-Graduação, professores da rede pública e gestores educacionais, reconhecendo-os como parceiros com diferentes papéis em um mesmo projeto educativo. A articulação entre as

práticas formativas e as práticas pedagógicas concretas contribuiu diretamente para a ampliação da compreensão de conceitos relacionados à Probabilidade e Risco por parte dos professores e alunos da rede pública. A avaliação do impacto da formação apontou avanços relevantes na apropriação de saberes didáticos e matemáticos, bem como a possibilidade de replicação das práticas desenvolvidas em diferentes contextos, favorecendo um ensino mais comprometido com a equidade e a redução das desigualdades educacionais.

Os resultados obtidos reafirmam a relevância de formações que aproximem a prática pedagógica da pesquisa acadêmica e dos desafios reais enfrentados nas escolas públicas brasileiras, especialmente ao tratar de conteúdos matemáticos historicamente negligenciados. O projeto e as discussões realizadas reafirmam a importância de ações formativas que articulem pesquisa, prática pedagógica e inovação curricular, especialmente em temáticas como Probabilidade e Risco, que permanecem como desafios no ensino de Matemática. A contribuição da professora Terezinha Nunes enriqueceu as reflexões ao destacar a necessidade da transposição didática, da articulação entre teoria e prática e da compreensão da natureza do pensamento matemático para a formação docente. Investir no desenvolvimento profissional dos professores e na qualificação das práticas pedagógicas é condição indispensável para enfrentar os desafios educacionais, promover a equidade e garantir aos estudantes um ensino de Matemática mais significativo, crítico e cidadão.

Por fim, ressalto que acompanhar esse projeto, participar dos encontros on-line e poder aprender mais sobre essa temática tão relevante foi uma excelente oportunidade de crescimento e aprofundamento profissional. Espero que a leitura deste e-book também possa ser inspiradora e produtiva para quem deseja refletir e atuar na construção de práticas educativas mais qualificadas e mais justas no campo da Probabilidade e do Risco. Uma ótima leitura a você!.

Prof. Dr. Daniel Lima

Apresentação

O livro *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental* é fruto do esforço colaborativo de um grupo de pesquisadores vinculados ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, que se dedicam a discutir sobre o Ensino de Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior.

A obra, distribuída em dezenove capítulos, apresenta três eixos centrais — 1. teorizações sobre Probabilidade e Risco e Formação de Professores; 2. Relatos de experiências sobre práticas em sala de aula e 3. Relatos de experiências sobre a formação.

Os textos nos Eixos destinados aos Relatos de Experiências foram escritos pelos professores participantes do Projeto. Neste sentido, a disponibilidade de narrar e socializar as suas experiências e práticas, enriqueceu essa obra e geraram uma reflexão coletiva de conhecimentos sobre os processos de ensino e aprendizagem de Probabilidade e Risco.

Assim, para instigar a leitura, passamos a apresentar, sucintamente, o conteúdo de cada um dos capítulos, organizados por tais eixos. Neste sentido, no eixo teorizações sobre Probabilidade e Risco e Formação de Professores, o primeiro capítulo, de autoria de Ruy César Pietropaolo apresenta as concepções do Projeto de formação e pesquisa e as justificativas do porquê abordar a Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental. O segundo capítulo, de autoria de Edda Curi, fomenta discussões sobre os conhecimentos para ensinar Matemática no Ensino Básico e, especificamente conhecimentos específicos considerados essenciais para ensinar Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental. O capítulo três, de autoria de Carlos Henrique Silva Alcantara, Salatiel Dias da Silva e Ruy César Pietropaolo, apresenta discussões teóricas acerca de experiências com a distribuição normal no início do Ciclo Autoral da Rede Municipal de São Paulo, focalizando a ludicidade e concretude ao ensinar Probabilidade.

No que tange ao Eixo *Relatos de experiências sobre práticas em sala de aula*, no capítulo quatro, os autores Regina Mariko Nakano e Ruy César Pietropaolo, abordam o conceito de aleatoriedade no 6º ano e 9º ano, na tentativa de analisar diferenciações entre um ano do ciclo interdisciplinar e um

ano do ciclo autoral. No quinto capítulo, Lourdes Pereira da Silva e Marcel Santos de Queirós, discutem o conceito de equiprobabilidade a partir de uma experiência realizada em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental. O sexto capítulo, de autoria de Luccas Silva, apresenta uma experiência didática sobre aleatoriedade, desenvolvida com turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pertencente à Diretoria de Ensino Pirituba Jaraguá, da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. No sétimo capítulo, José Carlos Suzuki revela uma experiência com estudantes de uma turma do 8º ano, tematizando o acaso e variação a partir da atividade Matrix. No oitavo capítulo, Ana Cristina Motta da Silva, desenvolveu duas atividades em uma turma do 8º ano pertencente à Diretoria de Ensino Penha no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, envolvendo situações possíveis (muito prováveis e pouco prováveis) e impossíveis e sobre aleatoriedade no lançamento de moedas. No nono capítulo, Andreza Patricia de Oliveira Ferrari, apresenta um relato de experiência desenvolvido em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental sobre Improvável versus Impossível e Pouco Provável versus Muito Provável. No décimo capítulo desse Eixo, Roberta Silva de Oliveira desenvolveu uma sequência didática sobre aleatoriedade e chance com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. No décimo primeiro capítulo, Sonia Maria da Gloria de Lima de Carvalho apresentou um relato de experiência sobre aleatoriedade desenvolvido em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, da escola CEU Emef Mara Cristina Tartaglia Sena, pertencente à Diretoria de Ensino Ipiranga, no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. Por fim, no décimo segundo capítulo, Alexandre de Paula da Cunha desenvolveu uma experiência em duas turmas do 9º ano, na qual envolveu o desenvolvimento das atividades destinadas ao lançamento de 1 e de 2 dados.

No que se refere ao Eixo *Relatos de experiências sobre a formação*, no décimo terceiro capítulo, Luiz Fabiano da Silva destacou no seu relato que a ampliação significativa sobre a sua compreensão acerca do ensino de Probabilidade, especialmente no que se refere à sua importância no desenvolvimento do raciocínio probabilístico e da criticidade dos estudantes. Em relação ao décimo quarto capítulo, Aparecido Fernando da Silva e José Ribamar Alves de Souza Junior, discutiram o papel fundamental da Educação Probabilística na formação de cidadãos críticos e conscientes. No décimo quinto capítulo, Valdirene Oliveira Santos apresentou uma discussão acerca da teoria e a prática numa perspectiva investigativa sobre o Ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental. No que tange ao

décimo sexto capítulo, Raquel Alves dos Santos, apresentou um relato da sua formação no âmbito do Projeto Investigações sobre processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental. No décimo sétimo capítulo, Willians Paschoal de Souza, apresentou uma discussão acerca do percurso da formação à prática, compartilhando a experiência vivenciada no curso de formação, destacando as metodologias aprendidas e sua posterior aplicação em sala de aula com estudantes de 8º e 9º anos. No décimo oitavo capítulo, Wesley Cristiano de Souza relatou a sua participação no Projeto de Pesquisa envolvendo a temática Probabilidade e Risco, destacando o quanto essa vivência impactou na melhoria dos processos de ensino e aprendizagem. Por fim, no último capítulo, Priscila Bernardo Martins e Suzete de Souza Borelli apresentam o que revelam os relatos de experiências produzidos pelos professores participantes do Projeto *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Convido aos leitores a desfrutarem cada um dos capítulos aqui compilados, que retratam possibilidades de diálogos e de encorajamento para pesquisas futuras e, especialmente, que inspirem professores que ensinam Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Boas reflexões!

Profa. Dra. Tania Cristina Pithon Curi.

1 - Por que Probabilidade e risco no Ensino Fundamental? Concepções do projeto de formação e pesquisa

Ruy César Pietropaolo³

1. Introdução

Para o Edital do Itaú Social tínhamos como pressuposto inicial desenvolver uma proposta envolvendo Inovações Curriculares para os anos finais do EF. Deste modo, decorreu a opção em planejar, apresentar e discutir com os professores de Matemática, futuros participantes do projeto, boas estratégias para aprendizagens dos estudantes de noções concernentes à probabilidade e risco, tema que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) passou a enfatizar – em todos os anos do Ensino Fundamental, do 1º ao 9º ano, há indicação de pelo menos uma habilidade referente.

Essa opção também decorre também da importância do letramento probabilístico na formação do cidadão para compreender, avaliar e comunicar informações probabilísticas presentes em notícias, pesquisas, decisões médicas, seguros, jogos de azar, entre outros contextos, além das diversas aplicações em diversas áreas do conhecimento.

Conseqüentemente, concebemos uma proposta para os anos finais que conectasse esse assunto aos objetos de conhecimento e habilidades indicadas pela BNCC para os anos iniciais do EF e para o Ensino Médio. Portanto, nossos objetivos referem-se ao ensino, à aprendizagem e à formação.

Assim, este projeto de formação e pesquisa foi concebido e desenvolvido com dois objetivos centrais:

³ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. r.pietropaolo@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-1353-2191>.

- (i) ampliar o repertório teórico e pedagógico de professores de Matemática para o ensino de Probabilidade e Risco nos anos finais do Ensino Fundamental;
- (ii) investigar, em colaboração com os docentes participantes, estratégias que favoreçam a aprendizagem dos estudantes a respeito de conceitos e procedimentos dessa unidade temática alinhados às habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018).

Antes de detalhar os pressupostos adotados, que em síntese trata sobre o aprender e ensinar probabilidade – apresentamos, ainda que brevemente, a questão do acaso na Física e na Medicina.

2. Pressupostos e fundamentos teóricos do projeto

O termo acaso quase sempre esteve associado aos jogos de azar, como cara ou coroa, roleta, jogos de cartas ou de dados. Assim os processos de ensino de Probabilidade apresentados pelos livros didáticos e pelos professores sempre tiveram como contexto principal – senão o único – os jogos, seja pelo interesse que provocam, seja pela facilidade de fazer experimentos para verificar estatisticamente resultados teóricos. No entanto, o trabalho do professor não pode ficar restrito a este contexto, ainda que pedagogicamente muito rico. É fundamental que os alunos compreendam que a Matemática e as Ciências não estudam apenas fenômenos Determinísticos, mas também os Aleatórios. Os alunos devem reconhecer que a Aleatoriedade está presente em avanços de diferentes áreas dos conhecimentos.

Convém assinalar que essas questões – o Acaso nas diferentes áreas do conhecimento – permearam todo o processo formativo, bem como a aplicação da Probabilidade na Indústria e na Estatística.

➤ No começo, o jogo

Foram os jogos que impulsionaram o desenvolvimento da Probabilidade. Desde o século XVII, matemáticos e pensadores como Pascal, Leibniz, Newton e, posteriormente, Fermat, conheciam ou desenvolveram estudos sobre cálculo de probabilidades em jogos. Em cada um desses jogos é possível calcular quantos e quais são os resultados possíveis e as respectivas probabilidades.

Um dos problemas discutidos nas correspondências entre os matemáticos do século XVII e XVIII foi o problema do jogo interrompido, em que se questionava sobre a divisão adequada de um prêmio, no caso de um determinado jogo não terminar. Veja um exemplo desse tipo de problema: *Como dividir com justiça um prêmio X entre dois competidores A e B que disputam um jogo e de acordo com a regra inicial, levaria o prêmio total, o competidor que vencesse primeiro 3 partidas. No entanto, o jogo foi interrompido quando o placar apontava 2×0 para o competidor A. Quanto de X deve, nesse caso, caber a cada jogador, levando em conta que não há empates?*

Muitas pessoas achavam que esse problema não tinha uma solução, pois dependia do acaso. O que você pensa sobre esse assunto? Você acha correto o competidor A ficar com tudo? É possível defender que o prêmio X deve ser dividido meio a meio? Ou A deveria ficar com $2/3$ e B com $1/3$? Certamente essa solução seria muito boa para B, mas porque ela não seria uma boa solução para A?

Você concorda que se houvesse a terceira partida A poderia ganhá-la e o jogo ser encerrado em 3×0 ? Mas se B vencesse essa terceira partida (2×1), deveria ocorrer a quarta partida. Se A ganhar essa quarta partida encerra-se o jogo (3×1). Mas se B vencê-la, ocorreria a quinta partida, pois o jogo estaria empatado (2×2). B somente ganharia o prêmio total X se vencesse as três partidas faltantes. Logo o número máximo de partidas para se ter um vencedor é cinco. Mas o jogo foi encerrado com duas partidas.

Utilizando cálculo das probabilidades chega-se à resposta: A deve receber 87,5% (soma de 50%, 25% e 12,5% referentes respectivamente às probabilidades de ganhar no 3º, ou no 4º, ou no 5º jogos). Já B precisa vencer a 3ª e 4ª partidas para ocorrer a 5ª, mas as chances de isso acontecer são de apenas 12,5%. O diagrama de árvore você pode chegar a essa resposta.

Assim, uma repartição justa do prêmio seria por meio das probabilidades que cada um teria de vencer o jogo, caso ele não fosse interrompido: 87,5% para A e 12,5% para B.

➤ O Acaso e a Medicina

A aleatoriedade não aparece apenas em jogos. Vejamos agora exemplo de acaso na Medicina.

Por longo tempo se pensou que o câncer decorria de duas origens principais: a hereditariedade e o ambiente (poluição, radiação ultravioleta da luz solar, fumo, ingestão de gorduras, excesso de peso, entre muitas outros). Mas isso não é totalmente verdadeiro. Usando simulações de computador e modelos matemáticos, pesquisadores (geneticistas) da Universidade Johns Hopkins desenvolveram um macro estudo e concluíram que esses fatos, hereditariedade e ambiente, são responsáveis por apenas um terço dos cânceres. Os outros dois terços de casos de câncer decorrem de erros aleatórios no processo de replicação do DNA.

As conclusões foram baseadas em dados de 32 variedades da doença, coletados em 69 países. Segundo os pesquisadores, até 95% dos tumores em órgãos como o cérebro, os ossos e a próstata podem ser atribuídos à sorte, mas o número cai no caso dos pulmões, em que só 35% dos casos são acaso. Foi a média das análises de cada variedade da doença que fez a balança pender para as mutações aleatórias – 66% da participação, contra 29% dos tumores atribuídos aos fatores ambientais e 5% aos hereditários. A descoberta vai na contramão de boa parte da literatura médica e científica da última década.⁴

Sabe-se, hoje, que uma célula normal ao se dividir e replicar seu DNA para gerar duas novas células, pode cometer erros. O genoma humano tem 3 bilhões de bases e, embora a fidelidade do sistema de replicação seja bastante alta – probabilidade inferior a um erro em um milhão – ainda assim, há possibilidades para gerar mutações aleatórias e perigosas.

➤ **O Acaso e a Física**

Na Física Clássica, ou Newtoniana, conhecendo-se a posição inicial e a velocidade de um corpo é possível, determinar seu comportamento nos instantes futuros. Sim, seria possível calcular posições posteriores, determinando sua trajetória, valores de aceleração, velocidade e energia. Porém, isso não é verdade no nível atômico! Esse fato é um dos vários que abalaram a Física Clássica: o princípio de incerteza ou da indeterminação, trazido pelos estudos do físico Heisenberg, enunciado pela primeira vez em 1927.

⁴<https://super.abril.com.br/ciencia/dois-tercos-dos-canceres-podem-ser-obra-do-acaso/>

Heisenberg verificou que, no nível atômico, não é possível medir, simultaneamente e com precisão grandezas diretamente relacionadas, como velocidade e posição de uma partícula. Ou seja, quando se conhece a posição de uma partícula atômica, não se consegue conhecer sua velocidade, e quando esta é determinada, não se consegue conhecer a posição – o que se consegue é conhecer uma probabilidade de sua localização. Há, portanto, incerteza, indeterminação do fenômeno.

Assim, a Física Clássica, que é determinista, pressupõe que é possível prever o movimento de objetos com total exatidão, mas o princípio da incerteza introduziu uma dúvida fundamental que torna o futuro de um sistema quântico probabilístico e não determinístico.

3. Justificativas sobre a Relevância do Projeto e Pressupostos

O Projeto está fundamentado conceitualmente de acordo com teorias, conceitos e evidências a respeito de práticas de ensino que envolvem o tema Probabilidade e em relação às teorias, pesquisas e conceitos atuais sobre Formação de Professores para ensinar Matemática.

As argumentações apresentadas a seguir procuram justificar o objeto de investigação e da formação continuada de professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Expomos também pressupostos dos processos de ensino e de aprendizagem sobre o tema Probabilidade, fundamentais para estabelecer as metodologias de apoio à prática docente no ensino do tema neste segmento do Ensino Fundamental e alguns tipos de conhecimento importantes para o professor para ensinar os temas descritos.

Na sociedade moderna precisamos ter uma efetiva compreensão da noção de probabilidade. É necessário pensar sobre as chances de coisas boas e ruins que podem acontecer às nossas famílias e comunidade, quando, por exemplo, fazemos um seguro ou quando tentamos proteger nossa saúde. Também precisamos estabelecer algumas correlações para nos ajudar a comparar os riscos em diferentes ações: qual dos projetos propostos por duas políticas é melhor para a educação de nossa comunidade? Quais são os riscos decorrentes de utilizar determinado tratamento médico e não um outro mais convencional?

Diversos pesquisadores internacionais, como Gal (2005) e Batanero (2001, 2002), têm indicado razões para o estudo da probabilidade nas escolas: sua utilidade para o cotidiano das pessoas, o seu papel instrumental em outras

disciplinas, a necessidade para a leitura e interpretação de dados estatísticos em muitas profissões e, conseqüentemente, o importante papel do raciocínio probabilístico nas tomadas de decisão.

O conceito de Letramento Probabilístico, desenvolvido por Gal (2005) está relacionado à capacidade de leitura, interpretação e estabelecimento de sentido pelo trabalho com conceitos de aleatoriedade, acaso, espaço amostral de modo a aprofundar a compreensão dos alunos sobre a incerteza. Assim, Gal também defende a integração do letramento probabilístico no currículo de forma interdisciplinar, permitindo que os alunos utilizem esses conceitos em diversas áreas, como ciências e história, além da Matemática.

No âmbito escolar, estudos indicam que crianças, jovens e adultos enfrentam desafios ao resolver problemas envolvendo probabilidade que, à primeira vista, parecem simples. Essa dificuldade levanta uma questão educacional importante: existem métodos mais adequados para ensinar crianças e adolescentes sobre probabilidade em comparação com as abordagens atuais, cujo foco tem sido apenas o cálculo de probabilidades? As dificuldades apresentadas pelos alunos decorrem de uma má compreensão das leis do acaso?

Por outro lado, Batanero e Díaz (2007), discutem que as mudanças sugeridas pelos pesquisadores para o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade e de estatística não dizem respeito somente ao período no qual esses assuntos devem ser introduzidos nas escolas, mas, sobretudo, em relação às abordagens e estratégias em sala de aula. No entanto, diversos autores consideram que os professores não têm uma formação adequada para ensinar nem estatística nem probabilidade (Ortiz, Batanero e Contreras, 2012).

Em relação ao Brasil, muitos docentes não estão sequer convencidos de que a probabilidade é um tema relevante para ser desenvolvido no Ensino Médio; quanto ao Fundamental, esses professores têm uma posição ainda mais restritiva: consideravam a inclusão desse tema pelos PCN (1998) nas antigas 4ª e 5ª séries, inoportuna e desnecessária (Campos e Pietropaolo, 2013).

Já a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) amplia essa abordagem, pois entre as diversas inovações curriculares adotadas estão as habilidades relativas à Probabilidade previstas para todos os anos do Ensino Fundamental. Segundo este documento, no tocante ao ensino de probabilidade, é fundamental promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, a proposta inicial de trabalho com a

probabilidade deve estar centrada no desenvolvimento da noção de aleatoriedade. Segundo a BNCC (Brasil, 2018) é essencial que os alunos entendam a diferença entre eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. Muitas vezes, as pessoas tendem a julgar como impossíveis eventos que nunca presenciaram, o que pode limitar a compreensão do aleatório.

Neste contexto, é decisivo que os alunos comecem a construir o espaço amostral desde cedo. Isso envolve a verbalização dos possíveis resultados que poderiam ocorrer em situações aleatórias, em contraste com os resultados que efetivamente aconteceram. Esse processo, frequentemente identificado como raciocínio contrafactual, é vital para a análise e identificação dos espaços amostrais. Nosso raciocínio cotidiano não se restringe apenas aos fatos que se concretizaram; frequentemente, estabelecemos suposições e conjecturas sobre o que poderia ter ocorrido.

Nunes e Bryant (2011) ressaltam que, embora as crianças em idade escolar consigam distinguir facilmente entre eventos impossíveis daqueles que são prováveis, frequentemente confundem eventos impossíveis com aqueles que são apenas improváveis.

Para a elaboração do processo formativo, levamos em conta a sequência de atividades concebidas por Nunes e Bryant (2012) que propõe um estudo gradual perpassando desde as ideias mais simples sobre aleatoriedade até a quantificação e comparação de probabilidades e o entendimento sobre correlação de eventos. Pontuamos, de forma geral, as ideias que sustentam o entendimento sobre probabilidade, a saber: Aleatoriedade; Espaço Amostral; Quantificação e Comparação de Probabilidades (chance e medida da chance); e correlações entre variáveis em tabelas de contingências (para análise do risco).

À medida que os alunos avançam no Ensino Fundamental é essencial que os estudantes realizem experimentos aleatórios ou simulações desenvolvendo a noção de probabilidade frequentista e confrontar os resultados obtidos com os pensados a partir da probabilidade teórica.

Essa progressão no aprendizado está intimamente ligada ao aprimoramento da capacidade de enumerar os elementos do espaço amostral, o que se relaciona diretamente com problemas de contagem. Assim, a educação em probabilidade não apenas enriquece o entendimento matemático dos alunos, mas também desenvolve habilidades de pensamento crítico e analítico, que são fundamentais para a formação integral do estudante.

4. Referencial Teórico: Compreensões Conceituais sobre Probabilidade

É necessário que o professor de matemática reconheça que a finalidade da Probabilidade no currículo do Ensino Fundamental não é apenas a de resolver problemas em que se calcula as chances de se vencer um jogo, mas também a possibilidade concreta de ampliação de modos de pensar por colocar em ação “demandas cognitivas”. Assim, para além das habilidades indicadas na BNCC (Brasil, 2018) para o Ensino Fundamental, consideramos que

- o aprendizado sobre Probabilidade requer diversos aspectos cognitivos dos estudantes;
- pesquisas indicam que crianças e adolescentes podem desenvolver habilidades cognitivas essenciais para a compreensão de probabilidade, que identificadas poderá auxiliar a conceber atividades e situações adequadas.

O Projeto apresenta inovações na prática para o processo de ensino e aprendizagem do tema Probabilidade, com base nos processos cognitivos dos estudantes. Assumimos assim, de acordo com Bryant e Nunes (2011) que as demandas cognitivas dos estudantes ao aprender sobre Probabilidade e Risco podem ser mobilizadas em quatro categorias que constituirão as fases de nosso projeto:

Aleatoriedade: os problemas de probabilidade envolvem um conjunto de eventos possíveis, mas a incerteza sobre quais eventos ocorrerão e a ordem em que acontecerão é uma característica da aleatoriedade. Piaget e Inhelder (1975) sugeriram que crianças até 8 ou 9 anos não compreendem plenamente o conceito de aleatoriedade, enquanto Fischbein (1975) observou que mesmo crianças mais jovens possuem uma intuição sobre o tema, mas enfrentam dificuldades em distinguir eventos aleatórios de não aleatórios. Falk e Konold (1997) observaram que tanto adultos quanto crianças têm crenças errôneas sobre a dependência sequencial de eventos, o que pode ser uma ilusão cognitiva. Pretendemos abordar essa questão, discutindo sobre a seleção aleatória e desafiando a crença de que tudo segue um padrão.

Espaço amostral: O raciocínio contrafactual (situação ou evento que não aconteceu, mas poderia ter acontecido) e o raciocínio combinatório são essenciais na probabilidade. É necessário identificar todos os eventos possíveis em um dado contexto, conhecido como "espaço amostral". É preciso

ser capaz de trabalhar com espaço amostral para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos. Um exemplo é o clássico problema: "em um caixa há três bolinhas de mesmo tamanho e peso: 1 Vermelha (V) e 2 Azuis (A1 e A2) e você vai retirar duas delas ao acaso. Você poderá retirar 1 Vermelha e 1 Azul, ou 2 Azuis. Esses dois resultados são igualmente prováveis ou um é mais provável do que o outro?"

O estudante deverá reconhecer que nesse espaço amostral, há duas vezes mais Vermelha-Azul que combinações, Azul-Azul. Há quatro maneiras de obter uma combinação mista (V-A1, V-A2, A1-V, A2-V) e apenas duas maneiras de tirar duas Azuis (A1-A2, A2-A1). No entanto, muitas pessoas acham que tirar duas Azuis é mais provável.

As pesquisas indicam que os educadores reconhecem no ensino e aprendizagem de Probabilidade a importância do raciocínio combinatório. No entanto, as investigações têm dado pouca atenção ao raciocínio contrafactual das crianças, embora haja pesquisas relevantes sobre este raciocínio. Em nosso processo formativo desenvolveremos intervenções em colaboração com os professores de situações que envolvem esses dois tipos de raciocínio para identificar o espaço amostral em problemas de probabilidade.

Cálculo e comparação de probabilidades: a etapa final na resolução de problemas de probabilidade envolve o cálculo da probabilidade de um evento ou a comparação de diferentes probabilidades. A Probabilidade, embora possa ter um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão por não serem evidentes (Bryant e Nunes, 2011). Ou seja, intuitivamente não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de se obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de se obter coroa.

Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não equiprobabilidade: alunos que tiveram muitas experiências envolvendo apenas espaços equiprováveis tendem a conjecturar como se todos os espaços tivessem essa característica. Pietropaolo e Campos (2013) afirmam que a maioria dos professores dos anos iniciais participantes de uma pesquisa sequer pareciam compreender que a probabilidade de um evento é um número, mas, sim, apenas um código composto por dois algarismos: um que informa a quantidade de casos desejáveis e o outro a quantidade total de resultados possíveis. Esse resultado traz à tona concepções inconsistentes relativas não

apenas à probabilidade, mas também às representações dos números racionais e os significados da fração.

No processo interventivo discutimos as representações utilizadas para indicar uma probabilidade: uma razão entre o número de possibilidades de um resultado específico e o número de todos os resultados possíveis e o cálculo da observação de quantas vezes um evento acontece em um total de tentativas e dividindo esse número pelo número total de tentativas, que deve se aproximar-se do valor teórico medida em que se aumentas o número de tentativas. Além disso, vamos discutir que a probabilidade pode ser a mesma em amostras de diferentes tamanhos, porque as probabilidades baseiam-se inteiramente em proporções: é tão provável a retirada de uma bola azul de uma caixa com 8 bolas vermelhas e 4 azuis, como de uma caixa com 10 bolas vermelhas e 5 azuis. Muitos dos erros que as crianças cometem nas tarefas de probabilidade estão no cálculo ou na comparação de proporções.

Análise do Risco - compreendendo a correlação (ou relações entre eventos): é a capacidade de discernir a natureza e a força da relação entre variáveis. Essa compreensão é essencial para avaliar eventos do cotidiano, como a relação entre beber e dirigir ou o impacto da escolaridade em ganhos futuros. Para descobrir se há uma relação aleatória ou não, temos que atender à relação entre evidências confirmatórias e não confirmatórias e verificar se a frequência de casos confirmatórios pode ter acontecido por acaso. Isso significa que, para entender correlações, precisamos entender todas as três ideias supramencionadas.

Nossa intervenção buscou discutir com os professores a possibilidade de desenvolver noções de probabilidades e proporcionalidade, utilizando tabelas de dupla entrada para entender correlações. Em resumo, levamos em conta de que existem duas “demandas cognitivas” importantes para o raciocínio correlacional: compreensão das probabilidades e da proporcionalidade. Segundo Bryant e Nunes (2011), as tabelas revelam mais claramente a ligação entre o raciocínio correlacional e probabilístico: por exemplo, para analisar se o hábito de ler bastante impacta o leitor na escrita de uma boa redação, as informações devem ser organizadas de maneira que as frequências de todas as quatro combinações – hábito de leitura (sim ou não) e boa redação (sim ou não) – são exibidas em uma tabela.

Além de Nunes e Bryant (2011) optamos pelo Letramento Probabilístico de Gal (2005) como fundamento teórico. Esse tipo de letramento é essencial para a tomada de decisões informadas, uma vez que o

entendimento de conceitos como risco, incerteza e variabilidade é fundamental em áreas como saúde, finanças e ciências sociais. O letramento probabilístico envolve não apenas o conhecimento técnico de probabilidades, mas também a habilidade de interpretar dados e analisar criticamente as informações probabilísticas. Assim, Gal argumenta que promover o letramento probabilístico é necessário para a formação do cidadão para a construção de conhecimentos e o desenvolvimento de atitudes para a compreensão da complexidade do mundo moderno, ajudando-o a fazer escolhas mais conscientes e fundamentadas.

5. Referencial Teórico sobre a formação de professores para ensinar matemática

Para essa formação foram consideradas as categorias de conhecimentos necessários ao professor estabelecidas por Shulman (1986) – conhecimento o conteúdo, conhecimento didático do conteúdo e conhecimento do currículo – e os estudos de Ball et al. (2008) quando discorrem sobre o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo e do ensino. No próximo capítulo, Curi (2025) discutirá a Formação de Professores para Ensinar Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, apontando algumas reflexões teóricas

6. Retomando objetivos

Para contemplar os objetivos gerais já enunciados apresentamos a seguir os objetivos específicos que nortearam nosso processo formativo e a pesquisa.

- Identificar e ampliar a base de conhecimentos de professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade e Risco, considerando as quatro categorias: aleatoriedade (significado), espaço amostral (raciocínios combinatório e contrafactual), cálculo de probabilidades (comparação e registros), compreensão do risco (iniciar estudo da correlação entre variáveis em tabelas de dupla entrada).
- Discutir com os professores que duas concepções acerca da probabilidade – clássica e frequentista – devem estar presentes em aulas dos anos finais do EF.

- Analisar, organizar e elaborar sequências e situações de ensino à luz da abordagem do Letramento Probabilístico segundo Gal (2005) para serem aplicadas em sala de aula dos anos finais do Ensino Fundamental e discutidas no grupo de formação.
- Investigar os aspectos de uma metodologia de formação continuada do professor de Matemática, cuja estratégia é a reflexão compartilhada e a articulação entre a teoria, a prática docente e a pesquisa – pode favorecer o desenvolvimento do professor investigador.
- Fortalecer o vínculo entre docentes e discentes do Programa de Pós-Graduação, professores de Matemática dos Anos Finais do EF da rede pública e gestores educacionais como parceiros com diferentes papéis dentro de um mesmo projeto.
- Divulgar este projeto em um e-book, compartilhando conhecimento e boas práticas e integrando a pesquisa à dinâmica da Universidade e da Diretoria de Ensino da rede municipal de São Paulo.

7. Sobre os procedimentos metodológicos

Para o desenvolvimento do nosso processo formativo e da pesquisa, além da pesquisa documental, revisão bibliográfica e análise da aplicação dos questionários de entrada, foram adotados princípios da metodologia Design Experiments, segundo a perspectiva de Cobb et al (2003). Este processo consistiu na realização de uma abordagem de noções relativas à Probabilidade, investigando se atividades que explorem as definições de probabilidade frequentista e probabilidade clássica, favorecem as aprendizagens dos estudantes e mudanças de atitudes frente à matemática.

Assim, os vários elementos que interagiram ao longo de nosso estudo, quais sejam, todas as atividades propostas e pelos professores participantes ao compartilharem as aplicações em sala de aula, os argumentos formulados, as regras de organização de seus alunos para o desenvolvimento das tarefas, as formas de mediação que buscamos promover – todos esses, componentes de um organismo denominado por Cobb et al (2003) de ecologia da aprendizagem.

A escolha dessa metodologia decorreu de nosso interesse por uma investigação cuja realização ocorresse no próprio contexto de construção e/ou desenvolvimento do conhecimento e, nesse sentido, fomos favorecidos pelo

duplo propósito do Design Experiments, que é uma metodologia de ensino e de pesquisa.

Segundo Cobb et al. (2003), trata-se de uma metodologia de pesquisa formativa, caracterizada pelo aprimoramento contínuo do projeto inicialmente concebido. Em outras palavras, os resultados parciais obtidos ao longo do experimento são constantemente avaliados, orientando as reformulações necessárias para superar obstáculos ou corrigir concepções equivocadas sobre o conteúdo em estudo.

Partimos de uma versão preliminar do projeto, ainda não completamente definida, que é revisada e aperfeiçoada progressivamente, conforme os dados vão sendo coletados e analisados. Esse movimento cíclico — envolvendo concepção, análise, revisão e reinvenção da sequência didática — culminou na construção de uma teoria. Pequena, porque circunscrita ao ensino de noções relativas à Probabilidade, mas significativa por permitir a compreensão de ideias fundamentais sobre esse conteúdo, com potencial de aplicação em outros contextos e com diferentes sujeitos.

Além disso, nossa escolha por essa abordagem metodológica está diretamente relacionada à base teórica que sustentou o estudo, especialmente no que diz respeito à formação docente. Como mencionado anteriormente, as categorias de conhecimento necessárias ao ensino, propostas por Shulman (1986, 1987) e Ball et al. (2008), serviram de referência tanto para a elaboração inicial do projeto quanto para as adaptações realizadas ao longo da investigação. Essas categorias também foram utilizadas como critérios para avaliar os resultados parciais e finais da formação e pesquisa.

8. Perfil dos professores participantes

Participaram inicialmente deste projeto 22 professores de Matemática, com idades variando de 25 a 55 anos, média e mediana de 43,5 anos e 42,6 anos, respectivamente. No entanto, apenas 17 concluíram a formação. Todos são licenciados em matemática e apenas três concluíram em universidade pública. Desses professores a grande maioria (17) tinha mais de 10 anos de anos de magistério.

Convém ressaltar que nem todos os professores tiveram a disciplina Probabilidade e Estatística na licenciatura e quando perguntados sobre sua relação com a Probabilidade e seu ensino as respostas foram bastante variadas, conforme mostra os excertos a seguir:

- *Gosto muito, porém tenho um pouco de dificuldades, por isso busco aprimorar-me para resolver tais dificuldades.*
- *Preciso me aprofundar mais.*
- *Um tema que gosto de estudar por encontrar diversos desafios, tanto em sua aprendizagem quanto em ensino.*
- *É um conteúdo que gosto de estudar, mas não cheguei a me aprofundar no assunto. Não tenho tanto domínio em tópicos mais voltados para o ensino médio.*
- *É um tema amplo, porém, tenho muita dificuldade em estar desenvolvendo.*
- *Tema que transito com fluidez e tenho experiência.*

9. Sobre alguns resultados

Quanto ao processo formativo, as falas seguintes podem exemplificar as expectativas iniciais do grupo, que é a ampliação da base de conhecimentos para ensinar Probabilidade:

- *Preencher lacunas no conhecimento e na didática.*
- *Aprender novas estratégias que enriqueçam minhas práticas.*
- *Adquirir e aprofundar o conhecimento para que possa ser aplicado na escola de maneira correta.*
- *Ampliar conhecimento para desenvolvimento profissional.*
- *Aprimorar a dinamizar minhas aulas.*
- *Ter o domínio desse assunto, para ensinar melhor e com mais frequência nas minhas aulas.*
- *Aprender práticas pedagógicas para ensino de Probabilidade.*
- *Estudar mais possibilidades de ensino de probabilidade.*
- *Ampliar meus conhecimentos e melhorar minha prática em relação ao tema probabilidade.*

Convém destacar que alguns professores deixaram transparecer em diferentes respostas que a Probabilidade não é um assunto muito abordado em suas aulas e que não fazem experimentos, desconhecendo o significado de probabilidade frequentista.

- *Compreender com mais profundidade e ter o domínio do tema, para poder trabalhar melhor e com mais frequência em minhas turmas.*
- *Preciso ensinar esse assunto, mas quase não tenho tempo para isso, gasto muito tempo com álgebra e preciso ensinar também geometria.*
- *Eu ensino probabilidade com problemas práticos como calcular a probabilidade no jogo de dados e cartas, mas isso não leva muito tempo.*
- *O espaço amostral só ensino no 9º ano.*
- *Não, não faço experimentos.*
- *Nunca tinha ouvido falar de probabilidade frequentista, só a fórmula.*

Após a formação, podemos considerar, a partir da análise dos dados, que nossos objetivos foram consideravelmente atingidos com exceção do desenvolvimento das atividades relativas à compreensão do risco – iniciar estudo da correlação entre variáveis em tabelas de dupla entrada. Este fato decorreu da paralização nas escolas da maioria dos professores e alguns tiveram que repor aulas em sábados alternados a partir de meados de maio e em junho. A frequência dos professores que anteriormente chegava a ser 100% passou a ser em torno de 60%. Assim, apesar de os encontros marcados terem acontecido, houve a necessidade de retomar em cada encontro alguns pontos discutidos no encontro anterior.

Desse modo, não foi possível concretizar propostas para a aplicação das atividades aos alunos sobre este assunto, ainda que durante os encontros ele tenha sido razoavelmente discutido com os docentes nos encontros de junho.

Entretanto, o processo formativo foi bastante produtivo para a maioria dos professores, sobretudo para as três unidades: aleatoriedade, espaço amostral e cálculo de probabilidades. As falas a seguir podem representar o conjunto das respostas.

Antes da formação, eu explicava de acordo com o livro didático, o que percebo hoje é que é bem superficial. Apenas a fórmula $P = \text{número de casos favoráveis/número de casos possíveis}$.

Os diferentes tipos de probabilidade me ajudaram a ampliar minha visão do assunto, dessa forma tendo mais imaginação para pensar atividades.

Antes eu ensinava probabilidade de forma muito automática, mostrando conceitos sem uma lógica, agora ensino de uma forma mais “natural”.

As atividades desenvolvidas no curso foram de enorme valia para potencializar minha prática porque apresentou um repertório que se tornou viável para a aplicação nas series do ciclo interdisciplinar.

Após a aplicação da atividade, o interesse da turma aumentou de tal maneira que tive a oportunidade de realizar praticamente todas as atividades do curso e me procuraram depois da aula.

Os estudantes demonstraram muito mais interesse e participação durante as aulas. Escutei comentários como “agora faz sentido” e “não sabia que a matemática podia ser assim”.

Inicialmente os alunos do 6º ano tiveram dificuldades para diferenciar improvável de impossível, mas as atividades ajudaram bastante.

Apliquei diversas atividades, mas a da aleatoriedade das casas decimais do π foi desafiador, mas interessante.

Eu não enfatizava muito o espaço amostral porque meus problemas sempre eram de dados, moedas e cartas. Entendi a necessidade de escrever o espaço com as atividades das bolinhas de gude.

10. Considerações finais

Reiteramos que este projeto foi concebido por professores do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, financiado e acompanhado pelo Itaú Social, com o propósito de promover a reflexão a respeito da implementação de inovações curriculares em suas práticas pedagógicas para ensinar Probabilidade e Risco.

Com a pesquisa documental, que precedeu a concepção deste projeto, tivemos o objetivo de averiguar a importância conferida ao tema nos currículos de Matemática da Educação Básica, assim como as recomendações pedagógicas e as expectativas de aprendizagem que se estabelecem, para o desenvolvimento desse conteúdo, em orientações contidas em documentos oficiais de referência curricular vigentes na rede pública do município de São

Paulo e da BNCC. Além disso, analisamos artigos e teses sobre o ensino e aprendizagem de Probabilidade.

O estudo desses textos amparou-nos no que diz respeito à elaboração dos instrumentos de coleta de dados além da concepção do projeto e exame dos resultados do processo formativo e da investigação realizada pelos professores em suas turmas.

Convém destacar que o ponto alto de nosso projeto foi a vinda da professora Terezinha Nunes da Universidade de Oxford com uma palestra e uma oficina, memoráveis, intituladas: “A Matemática para compreender o mundo” e “Como entender um mundo incerto e avaliar riscos”.

Reiteramos que o projeto atendeu as expectativas da maioria do grupo ainda que alguns tiveram de faltar em alguns encontros de junho por estarem repondo aulas nas escolas.

Para finalizar gostaríamos de assinalar que compartilhamos com diversos educadores, Shulman por exemplo, de que a formação de professores não deve servir para doutrinar ou simplesmente ensinar comportamentos padronizados. O verdadeiro propósito é formar os docentes a refletirem de forma crítica e profunda sobre sua prática pedagógica. Esse tipo de raciocínio exige não apenas um processo contínuo de aprimoramento, mas também uma base sólida de conhecimentos, princípios e vivências que sustentem essa reflexão.

Referências

ADI, H. et al. Intellectual development beyond elementary school VI: Correlational reasoning: AESOP. **School science and mathematics**, v. 78, n. 8, p. 675–683, 1978.

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

BATANERO, C. et al. Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. **Journal for research in mathematics education**, v. 27, n. 2, p. 151, 1996.

BATANERO, C; DIAZ, C. **Probabilidad, Grado de Creencia y Proceso de Aprendizaje**. XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Granada, Julio, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CAMPOS, T. M. M. PIETROPAOLO, R. C. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais**. In: Rute Borba; Carlos Monteiro (Organizadores). Processos de ensino

e aprendizagem em educação matemática, 1. Recife: Editora Universitária da UFPE, p. 55-61, 2013.

CURI, E. A formação do professor para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: algumas reflexões. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 7, p. 1-18, 2020.

GAL, I. **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning. 39-63p. 2005.

INHELDER, B.; PIAGET, J. **The growth of logical thinking: From childhood to adolescence**. Tradução: Anne Parsons; Tradução: Stanley Milgram. New York: Basic Books, 1958.

KARPLUS, R.; ADI, H.; LAWSON, A. E. Intellectual development beyond elementary school VIII: Proportional, probabilistic, and correlational reasoning. **School science and mathematics**, v. 80, n. 8, p. 673-683, 1980.

NUNES, T. et al. Children's understanding of probability and risk. **Department of Education**, University of Oxford, 2011.

NUNES, T. et al. Teaching primary school children about probability. **Teacher handbook**. Departamento de Educação, Universidade de Oxford. [CD-ROM]. 2012.

ORTIZ. et al. Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. Relime - **Revista Latino-Americana de Matemática Educativa**, México, v. 15, n. 1, p. 63-91. 2012.

SHULMAN, L. S. Those who understand knowledge growth in teaching. **Educational Research**, volume 2, número 15, p.4-14, 1986

ZEICHNER, K. M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico In: Galdi, C. M.; Fiorentini, D. e Pereira, E. M. (orgs.) **Cartografia do trabalho docente**: professor(a)-pesquisador(a). Campinas, Mercado de Letras, 1998. pp. 207-236.

ZEICHNER, K. M. **A Formação reflexiva de professores**: Ideias e práticas.3. Lisboa: Educa,1993.

2 - Formação de professores para ensinar Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental: algumas reflexões teóricas

*Edda Curi*⁵

Introdução

A intenção da escrita deste texto é fomentar discussões sobre os conhecimentos para ensinar Matemática no Ensino Básico. Parte dos Pressupostos Teóricos do Projeto **Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do Ensino Fundamental: constituição de um grupo colaborativo de formação e pesquisa envolvendo Diretorias Regionais de Educação do Município de São Paulo**, aprovado no Edital Matemática Anos Finais da Fundação Itaú Social em 2024 e desenvolvido em 2025.

As discussões sobre formação de professores vêm sendo desenvolvidas ao longo dos últimos cinquenta anos no mundo todo e, ao que parece, os avanços nas mudanças das práticas ainda são muito pequenos, principalmente no que se refere ao ensino de Matemática. Ainda se vê muito no Brasil, a concepção de que se aprende matemática fazendo muitos exercícios do “mesmo tipo” é bastante presente tanto nas escolas básicas públicas como nas de cunho privado. O que se observa é que nas famílias, essa concepção também é compactuada.

No entanto, vários pesquisadores, tanto nacionais como internacionais, apresentam outras visões sobre o ensino e aprendizagem de matemática e a formação de professores. Além disso, no Brasil, há Diretrizes e Resoluções nos últimos vinte anos, que subsidiam a formação inicial de professores da Educação Básica, publicadas pelo Conselho Nacional de

⁵ Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. edda.curi@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-6347-0251>.

Educação. Esses documentos refletem visões distintas sobre a formação de professores e influenciam os projetos curriculares e pedagógicos propostos nas Instituições de Ensino Superior.

Recentemente temos a Resolução CNE/CP n. 02 de 20/12/2019, que “Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e que institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC - Formação). Consideramos que esses documentos desconstituem os avanços construídos pelas Diretrizes de 2002 e 2015, restabelecendo a organização do curso de Licenciatura em etapas, e incentivando a segmentação entre formação matemática e pedagógica. Essa Resolução foi modificada em 2024, com ampliação da visão de formação.

A BNC-Formação parece não se preocupar com a autonomia das instituições na construção de seus projetos pedagógicos e tenta impor uma visão simplificada e mecânica do trabalho do professor, como se uma formação inicial eficaz pudesse garantir um ensino também eficaz no desenvolvimento das habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018).

A BNC-Formação é pautada por uma lógica de “formação para a prática”, nos termos de Fiorentini e Crecci (2017), isto é, segundo o pressuposto de que os conhecimentos formais e as teorias de aprendizagem são produzidos pelos especialistas, sendo os professores meros aplicadores desses conhecimentos. Nessa lógica, a sala de aula é concebida como invariante, previsível. Essa concepção transparece nitidamente em “competências específicas” esperadas do professor ao final de sua formação inicial, tais como “dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los” ou “planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens”

Na BNC-Formação não houve fixação de tempo mínimo para integralização de estudos, o que poderia abrir precedentes para o aligeiramento e a precariedade dos percursos formativos.

Os currículos dos cursos de formação de professores devem ser atualizados e ajustados para atender às demandas e desafios da educação contemporânea. Isso inclui condições **para que os professores em formação e durante o período de indução à docência construam uma base sólida de conhecimentos.**

No caso do curso de Licenciatura em Matemática, a formação deve priorizar o ensino dos conteúdos matemáticos relativos aos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Mas, nem sempre foi assim.

Uma breve contextualização histórica dos cursos de Licenciatura em Matemática

O curso de Licenciatura em Matemática começou no Brasil, a partir de 1934, época da criação das Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras com objetivo de formar professores para atuar nos Cursos Secundários da época (atual Ensino Fundamental - anos finais e Ensino Médio).

Segundo Curi (2000), o primeiro curso de Licenciatura em Matemática do Brasil foi instalado na USP em 1934 e tinha sua estrutura curricular formada pelas disciplinas *Análise matemática, Geometria Projetiva, Geometria Analítica, Cálculo Vetorial e Física*. tinha seis alunos e professores estrangeiros. No período subsequente, com a vinda do professor francês André Weil, que chegou ao Brasil em 1945 e permaneceu durante três anos, o curso foi reformulado e incluídas disciplinas de *Álgebra, Topologia, Análise Funcional, seguindo influência francesa*. Embora não atingissem muitos alunos, esses cursos se proliferaram pelo país. Maiores esclarecimentos sobre a proliferação do início dos cursos de Licenciatura em Matemática, podem ser encontrados na dissertação defendida por Curi (2000).

Após a promulgação da LDBEN 5691/71, para atender a demanda do Ensino Fundamental ter oito anos, a grande ampliação de estudantes a partir do 5º ano em escolas de Extensão que funcionavam em quatro períodos e a quantidade de professores para atuar nesse novo modelo de escola foi criado o curso de Licenciatura Curta em Ciências como um processo regular de formação de professores pelo Conselho do Conselho Nacional de Educação Valnir Chagas. Esse curso, com 1800 horas de duração, formava um professor que poderia atuar no “primeiro grau” (o que corresponde atualmente aos anos finais do Ensino Fundamental) ministrando as disciplinas de Ciências e Matemática. O crescimento desse curso foi em espiral, priorizado em instituições de caráter privado. Logo se iniciaram críticas de instituições públicas, associações científicas, sobre o aligeiramento da formação e a falta de conhecimentos para a docência. No entanto, esses cursos vigoraram no Brasil até a década de 1990. O curso era mais generalista do que o implementado nas Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras na época da criação das mesmas. (Curi, 2000).

Segundo Gatti (2009), as instituições que ofereciam esses cursos tinham problemas administrativos e acadêmicos. A autora afirma que a formação oferecida era deficitária, tanto nas disciplinas de cunho específico, como nas de caráter pedagógico, desvinculadas do ensino fundamental. A autora destaca que, para agravar a situação, o aluno que frequenta esses cursos era um aluno trabalhador, com pouco tempo para o estudo.

Curi (2000) destaca que além dos problemas detectados, esses cursos não faziam integração entre teoria e prática.

Com a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDBEN 9394/96 foram propostas mudanças para os cursos de formação de professores do Ensino Fundamental e Médio. Os cursos de Licenciatura Curta não foram contemplados nessa nova organização.

Gatti e Nunes (2009) realizaram uma pesquisa com o objetivo de analisar o que se propõe como disciplinas e conteúdos formadores nas instituições de ensino superior dos cursos presenciais das licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas.

No que se refere a Licenciatura em Matemática, os dados da pesquisa de Gatti e Nunes (2009) mostram que os cursos de Licenciatura em Matemática analisados estão formando profissionais com perfis distintos, alguns com uma formação matemática aprofundada, mas que se restringem ao saber matemático. Outros, com uma formação pedagógica desconexa da formação específica em Matemática.

Destacam-se a partir da retrospectiva, realizada por Curi em vários textos publicados, alguns aspectos que podem subsidiar discussões sobre a formação inicial de professores para atuar nos anos finais do Ensino Fundamental:

- Na época da criação dos Cursos de Licenciatura, os cursos de Matemática preocupavam-se muito mais com o aprofundamento do conhecimento matemático;
- A partir da LDBEN 5692/71, os professores de Matemática eram formados em um curso de 3 anos, em uma Licenciatura Curta de Ciências, mais genéricos, menos especializados;
- Os cursos de Licenciatura em Matemática tinham pouco foco nos conhecimentos pedagógicos, usando o modelo “3 + 1, ou seja três anos de disciplinas referentes à Matemática e um ano referente às disciplinas pedagógicas, pouco prestigiadas tanto por alunos como por professores,

desvinculadas com o ensino de Matemática, o que pode levar a uma reflexão de que para ensinar Matemática é preciso apenas saber Matemática específica;

- Mesmo com muita Matemática no curso de Licenciatura o foco das disciplinas era desvinculado do ensino;
- As bibliografias dos cursos de Matemática revelaram pouca influência de pesquisas da área;
- As estratégias de ensino nos cursos de Matemática reduziam-se a organização linear de conhecimentos, sem foco em metodologias diferenciadas;
- Os materiais apresentados para formação de professores para ensinar Matemática nos Cursos de Matemática eram reproduzidos por muitos anos sob a influência do positivismo e pouco contribuíram para a construção de um conhecimento profissional dos futuros professores, preparando-os para serem apenas reprodutores.
- Dissociação entre o conhecimento matemático e o conhecimento didático nos cursos de Matemática;
- A falta de uma discussão sobre Currículos de Matemática do Ensino Básico nos cursos de Matemática.

A importância da discussão desse tema pode ser evidenciada nos estudos que versam sobre os conhecimentos base para o ensino (Shulman, 1986, 1987), nos trabalhos que dão ênfase em correntes teóricas e que propõem o próprio modelo para discutir os conhecimentos necessário para o ensino de Matemática (Ball; Thames; Phelps, 2008), entre outros autores. Mas também é evidenciada no avanço das investigações em Educação Matemática, em especial, as que versam sobre o ensino e a aprendizagem dessa área de conhecimento, e a inevitabilidade de os professores se apropriarem desses estudos e realizarem suas próprias pesquisas, à medida que são protagonistas de suas ações. Além disso, essa discussão é importante pela sua relevância social, na medida em que cursos de formação inicial de professores de Matemática se integram na sociedade viabilizando um percurso de “mão dupla”: a inserção dos cursos na sociedade e a formação para o desenvolvimento de uma sociedade capaz de gerir seus próprios interesses e desenvolvimento.

Fundamentação Teórica

Pesquisadores que estudam formação de professores têm se apoiado em autores internacionais e nacionais. Um dos autores bastante citado nas pesquisas sobre formação de professores é o americano Lee Shulman (1986, 1987, 2015). O autor faz referência às três vertentes do conhecimento do professor citadas nos textos iniciais do autor: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento do currículo (1986). Embora se saiba que existem outros tipos de conhecimento envolvidos e que as três vertentes citadas estão imbricadas na prática do professor, desmembradas, elas são muito elucidativas para repensar a formação de professores.

Segundo o autor, a expressão “*Content Knowledge*” diz respeito ao conhecimento do conteúdo a ser ensinado. Shulman (1986; 1987) revela que o domínio do conteúdo específico fortalece a intervenção do professor, mas, a sua lacuna limita as trajetórias de aprendizagens no ensino, à medida que dificulta a compreensão do quanto o estudante aprendeu e as intercorrências neste processo.

O autor designa a expressão “*Pedagogical Content Knowledge*” para apresentar uma categoria específica de conhecimento de professores, ou seja, um conhecimento que diferencia um professor de um especialista de uma determinada disciplina. Ressalta-se que, para o pesquisador, esse tipo de conhecimento específico do professor integra a didática da disciplina como conhecimento a ser ensinado, incorporando os modos de abordá-lo, a fim de que seja compreensível para os estudantes.

No que se refere a expressão “*Curricular Knowledge*”, Shulman (1986; 1987) defende que esse domínio engloba a compreensão dos materiais que o professor emprega como recursos para o ofício, e a compreensão dos programas de ensino (currículo) uma vez que o ensino de um conteúdo ou disciplina não é um fim em si mesmo, mas uma rede a trabalho de outros fins.

Além das Categorias apontadas por Shulman (2005, p.11), o autor apresenta as fontes base de conhecimento para o ensino:

- (1) formação acadêmica nas áreas de conhecimento ou disciplinas;
- (2) os materiais e o entorno do processo educacional institucionalizado;
- (3) pesquisas sobre escolarização, organizações sociais, aprendizado humano, ensino e desenvolvimento, e outros fenômenos sociais e culturais que

afetam o que os professores fazem; e (4) a sabedoria que deriva da própria prática.

Na primeira fonte **formação acadêmica nas áreas de conhecimento, ou disciplinas**, segundo Shulman (2005), a fonte primária da base de conhecimento é o conteúdo, ou seja, a compreensão, aptidão e conhecimentos que devem ser adquiridos pelos estudantes. Para o autor, este tipo de conhecimento se apoia em dois aspectos: a bibliografia, os estudos concentrados nos campos de conhecimento e a produção acadêmica histórica e filosófica acerca da natureza do conhecimento nessas áreas de estudo.

Em se tratando da segunda fonte “**os materiais e o entorno do processo educacional institucionalizado**”, segundo Shulman (2005), para que os objetivos da escolarização sejam atingidos, é necessário gerar materiais e estruturas para ensinar e aprender. Neste processo o autor destaca os currículos, com seus escopos e sequências didáticas, as avaliações e os materiais correlatos; as instituições de ensino com suas condições hierárquicas e seus sistemas de diretrizes e funções; organizações profissionais de professores, com suas incumbências de negociação, transformação social e segurança mútua, entre outros.

No que tange a fonte “**pesquisas sobre escolarização, organizações sociais, aprendizado humano, ensino e desenvolvimento, e outros fenômenos sociais e culturais que afetam o que os professores fazem**”, Shulman (2005) pondera que, essa fonte envolve pesquisas acadêmicas voltadas à compreensão dos processos de escolarização, ensino e aprendizado. A literatura, para o autor, abrange os resultados e os métodos da pesquisa empírica nos campos de ensino, aprendizado e desenvolvimento humano, assim como os princípios regulamentares, filosóficos e éticos da educação.

Na fonte “**a sabedoria que deriva da própria prática**”, para o pesquisador, a aquisição desse tipo de conhecimento se dá com a prática de professores experientes e iniciantes. Ao discorrer acerca dessa fonte, o autor finaliza que uma base de conhecimento para o ensino não é imobilizada e muito menos imutável, pois à medida que aprendemos mais sobre o ensino, é possível reconhecer outras categorias de desempenho e compreensão, que são especificidades dos notáveis professores, e que requerem reconsideração e redefinição de outros campos.

Analisando os estudos de Shulman de 2005, observamos que essas fontes são princípios adequados da base de conhecimentos acadêmicos e que podem ser úteis à nossa pesquisa. Ao nosso ver, ficou evidente a

responsabilidade das instituições de ensino superior ao oferecer cursos de Licenciaturas de matemática ou Pedagogia para formar os professores ao seu ofício, centrado em uma formação que contemple conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares e a valorização das experiências de sala de aula e o incentivo à reflexão da prática.

Após essa abordagem passamos a discorrer sobre aqueles que abordam os conhecimentos de professores para ensinar matemática. Cabe destacar que no rol de muitos autores que discutem esse tema, selecionamos os que podem nos proporcionar elementos para análise dos dados de nossa pesquisa.

Ball, Thames e Phelps (2008), baseando-se nos estudos de Shulman (1986) propõem uma abordagem ao estudo do conhecimento matemático para o ensino. Essa abordagem nos apoia, especialmente, para perceber as noções que os professores do curso apresentam para a compreensão e apropriação de documentos e materiais curriculares e para sua prática.

Para os referidos pesquisadores, os professores carecem de conhecer a disciplina que ensinam, à medida que é impossível que os professores que não conhecem com profundidade o conteúdo a ser ensinado, disponham de conhecimentos necessários para apoiar os seus estudantes nas aprendizagens. Em contrapartida, para os autores, conhecer bem uma disciplina pode não ser suficiente para o ensino.

Para Ball, Thames e Phelps (2008), os professores ao adentrarem na sala de aula, por alguns instantes, percebem que a matemática ensinada não é a mesma matemática aprendida na sua formação inicial. Além disso, para os autores, os professores precisam conhecer a utilidade da matemática, para dar sentido matemático ao trabalho do estudante e selecionar estratégias diferentes e privilegiadas para representar o conteúdo, de modo que seja compreensível para os estudantes

O modelo matemático para o ensino, propostos pelos pesquisadores, está organizado a partir dos dois domínios, que foram baseados nos estudos de Shulman, e que se subdividem em outros seis subdomínios, conforme evidenciado na Figura 1

Figura 1. Domínios do conhecimento Matemático para ensinar



Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p.403), tradução de Pazuch, Lima, Albrecht (2018).

Assim, de acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), o lado esquerdo da figura, refere-se ao domínio “**conhecimento específico do conteúdo**”, que foi ramificado em três categorias: (1) conhecimento comum do conteúdo (2) conhecimento horizontal do conteúdo e (3) conhecimento especializado do conteúdo. O lado direito, trata-se do domínio “**conhecimento pedagógico do conteúdo**” que passa ser fracionado em “conhecimento do conteúdo e dos estudantes”, “conhecimento do currículo” e “conhecimento do conteúdo e do ensino”.

Compreender o conteúdo matemático a ser ensinado é importante, pois esse conhecimento é o que determina o modo como o professor visualiza o ensino. Somente assim o professor pode reconhecer nas representações sociais dos estudantes, as estratégias que empregaram e compreender qual foi a aprendizagem produzida por eles. Isto significa que, o professor também precisa reconhecer que tudo isto pode ser realizado dentro de um ambiente escolar, na qual ele e os estudantes estão inseridos (Ball, Thames e Phelps, 2008)

Ball *et al.* (2008) tecem considerações a respeito destes domínios que serão sintetizadas a seguir.

O conhecimento comum do conteúdo refere-se a um tipo de conhecimento que não é exclusivo dos professores, pois outros profissionais também têm domínio deste tipo de conhecimento. Todo professor tem de

compreender quando o livro apresenta uma definição indevida ou até mesmo quando os seus estudantes erram em suas respostas. A ideia central, é que o professor compreenda a natureza dos erros e dos acertos, sob a perspectiva matemática, como também do ensino (Pedagógico).

Concordamos com os autores, pois todo professor precisa ter o domínio do conhecimento comum do conteúdo para resolver uma atividade que propõe aos estudantes, identificando as respostas indevidas e até mesmo reconhecendo, do ponto de vista conceitual, terminologias inadequadas usadas pelos estudantes ou dispostas em materiais curriculares.

O **Conhecimento especializado do conteúdo** refere-se a um conhecimento específico para o ensino, que apoia os professores a reconhecerem padrões nos erros dos estudantes, que permite analisar os procedimentos e estratégias utilizados por eles, averiguando a possibilidade de se construir uma generalização.

Ball, Thames e Phelps (2008) chamam atenção que reconhecer os erros é o conhecimento comum do conteúdo, mas ponderar sobre a natureza desse erro, compenetrar-se nos seus padrões e refletir acerca dos seus significados é o conhecimento especializado do conteúdo.

Os estudos de Ball e colaboradores (2008) citam que o conhecimento especializado do conteúdo se refere ainda ao uso de diferentes representações e de relações entre elas para que os alunos possam aprender com compreensão e criar um corpo de conhecimentos muito mais elaborado e estruturado.

Consideramos que o conhecimento especializado do conteúdo é essencial na prática do professor, muitas vezes o professor tem o conhecimento comum do conteúdo, mas fica inseguro ao ensinar esse conteúdo, pois lhe falta o conhecimento especializado do conteúdo.

O **conhecimento horizontal do conteúdo** refere-se ao conhecimento que permite ao professor situar um conceito ao longo do currículo da Matemática. Este conhecimento está atrelado ao reconhecimento, pelo professor, das correlações presentes entre os conteúdos matemáticos. Como exemplo, podemos mencionar o conceito de número natural, que pode ser encontrado ao longo de todo o Ensino Fundamental, variando a sua ordem de grandeza e as suas representações (incluindo a representação com vírgula, indicando sua ordem de grandeza), de maneira que os estudantes possam ir se apropriando da estrutura desse conjunto numérico que é aditivo, multiplicativo, posicional, a importância do zero, dos agrupamentos de 10 em 10.

O conhecimento do conteúdo e dos estudantes permite uma estreita relação entre o conteúdo a ser ensinado com os conhecimentos sobre os estudantes, o que eles dominam ou não do conteúdo a ser ensinado. A perspectiva é que os professores possam antecipar o que os estudantes pensam sobre um dado conteúdo a ser ensinado, prevendo o que os estudantes acham interessante, intrincado, o que serão capazes de realizar com ou sem dificuldades. Para que isso ocorra, os professores precisam ser mais ouvintes e incentivar a comunicação, para finalmente conseguir interpretar o pensamento dos estudantes, que muitas vezes, vem com uma linguagem confusa, necessitando da interpretação do professor para fazer a leitura dessas concepções e dúvidas.

Para Ball, Thames, Phelps (2008, p. 401) “o conhecimento dos estudantes e do conteúdo é um amálgama, envolvendo uma ideia Matemática ou um procedimento específico e a familiaridade com o que os alunos normalmente pensam ou fazem”.

Os pesquisadores também alertam para o fato que, a proximidade com os erros comuns e a tomada de decisão sobre aqueles que são mais viáveis de serem praticados é conhecimento do conteúdo e dos estudantes.

O conhecimento do conteúdo e do ensino, para Ball, Thames e Phelps (2008) relaciona os conhecimentos específicos da Matemática com os de ensino. Muitas vezes, para se ensinar um determinado conteúdo, os professores utilizam sequências de ensino, escolhem exemplos que permitem aos estudantes fazerem aproximações com um conteúdo que já conhecem, e definem ou escolhem perguntas ou problemas que possam possibilitar o seu aprofundamento. Os professores também fazem escolhas sobre as representações que utilizaram no desenvolvimento de um conteúdo, avaliando as potencialidades de algumas representações em detrimento de outras, o que implica no conhecimento do conteúdo matemático que será desenvolvido e nos procedimentos metodológicos que poderão contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

Nesse sentido, o professor deverá decidir quais perguntas deve evidenciar e discutir naquele momento, quais devem ser ignoradas, quais serão respondidas posteriormente, ou ainda, ele precisa decidir em qual momento deve interromper sua exposição para esclarecer algo que será determinante para a compreensão dos alunos, ou mesmo para fazer uma nova pergunta que ajude a dar maior sentido ao conteúdo tratado. Para isto, é muito importante que o professor tenha clareza do objetivo que está sendo tratado e das

diferentes possibilidades de se ensinar aquele conteúdo, da importância dos exemplos e dos contraexemplos.

O conhecimento do conteúdo e do currículo equivale à confluência de conhecimentos que permitem a compreensão do professor acerca da organização, dos objetivos, dos princípios e do desenvolvimento curricular, o que viabiliza análises dos materiais curriculares para tomar decisões, de forma assertivas, e de como utilizá-los na sua proposta de ensino.

Os referenciais de Ball, Thames e Phelps (2008), tanto quanto o de Shulman (1987) não podem ser considerados de modo isolado, uma vez que essas decisões serão tomadas em um contexto institucional, repleto de representações, de valores sociais, culturais e afetivos.

Curi (2004) e outros pesquisadores discutem que o conhecimento dos professores para ensinar Matemática está subjetivamente próximo às crenças e concepções que os professores têm sobre a Matemática o seu ensino.

Para Ball (1991, p.1), *“o conhecimento que os professores têm dos conteúdos matemáticos interage com suas suposições e crenças sobre ensino e aprendizagem, alunos, e caminhos para ensiná-los”*.

Para Curi (2004) as mudanças das crenças podem ocorrer quando os professores são desafiados e quando verificam as aprendizagens dos estudantes e quando ampliam sua compreensão acerca da Matemática e de seu ensino.

Para finalizar, destacamos, com base em publicação da pesquisadora responsável na revista RÍPEM (2024), algumas indicações iniciais para os cursos de Licenciaturas em Matemática em relação ao conhecimento especializado a ser desenvolvido nesses cursos. Espera-se que, ao finalizar o curso de Licenciatura em Matemática, o professor tenha alguns tipos conhecimentos específicos considerados essenciais para ensinar, independente dos conteúdos a serem ensinados, que podem ser sintetizados como o conhecimento:

- dos objetos de ensino previstos para serem ensinados no nível de atuação do professor, com maior profundidade do que aquele a ser ensinado, sua natureza matemática, sua historicidade, suas articulações, sua organização interna, entre outros aspectos;
- da articulação do que será ensinado com outros conhecimentos já construídos pelas crianças e adolescentes, contextualizando-os em situações de interesse e com outras áreas;

- didático do conteúdo imbricado ao conhecimento do conteúdo comum e especializado e ao conhecimento curricular;
- dos procedimentos e representações matemáticas usados em diversos conteúdos;
- do fazer matemático (a resolução de problemas, as atividades de investigação, a identificação de hipóteses, a argumentação, a comunicação matemática);
- das ideias fundamentais da Matemática presentes no currículo e a diversidade dos raciocínios matemáticos que precisam ser desenvolvidos na escola;
- sobre a compreensão e a aprendizagem das noções matemáticas pelas crianças e adolescentes;
- do processo de planejamento do ensino, de como organizar rotinas e utilizar recursos instrucionais, de analisar e propor tarefas adequadas ao objeto de ensino e ao ano de escolaridade;
- do papel da Matemática no mundo atual, como ferramenta para conhecer e interpretar o mundo e como área de conhecimento.

A formação continuada para ensinar Matemática

A formação continuada não pode ser encarada como um espaço para completar lacunas da formação inicial. Ela deve estar voltada e com base na prática do professor. No Projeto em questão, a formação continuada focalizou um tema matemático no geral não desenvolvido na formação inicial, por ser relativamente novo nos documentos curriculares do Ensino Básico. Por esse motivo foi sugerido no Edital da Fundação Itaú Social para ser desenvolvido na formação de professores.

Com base nos estudos teóricos citados no texto, consideramos que os estudos de Ball e colaboradores (2008) nos instigam a afirmar que o conhecimento especializado do conteúdo está intimamente relacionado ao conhecimento comum, ou seja, sem o conhecimento comum do conteúdo não é possível ter um conhecimento especializado do mesmo. Consideramos que o conhecimento especializado do conteúdo deve ser o foco da formação continuada de professores e quando houver lacunas no conhecimento comum do conteúdo matemático, este deve ser aprofundado.

No que se refere ao tema Probabilidade e Risco, como já foi dito, é um tema proposto com mais destaque na Base Nacional Comum Curricular –

BNCC (Brasil, 2018) do que em documentos curriculares anteriores. Dessa forma, é possível inferir a hipótese de que os professores em atuação nos anos finais do Ensino Fundamental tiveram pouca discussão no curso de Licenciatura em Matemática sobre os conteúdos desse tema, o que pode acarretar lacunas no conhecimento especializado desses conteúdos.

Em termos de conhecimento especializado, uma indicação interessante é feita por Shulman (1986). Segundo o autor, o conhecimento para o ensino envolve um conjunto de compreensões, conhecimentos, habilidades e atitudes que são essenciais para que o professor possa viabilizar os modos de ensinar e de aprender, em várias esferas de conhecimento, níveis e contextos.

Para finalizar consideramos que para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental, espera-se que o professor tenha alguns tipos conhecimentos considerados essenciais para ensinar, independente do conteúdo a ser ensinado (Curi, 2020, 2024), e que foram sintetizados neste texto e agora serão voltados ao tema Probabilidade e Risco:

- o conhecimento dos objetos de ensino (comum e especializado) sobre o tema Probabilidade e Risco, envolvendo aleatoriedade, espaço amostral, cálculo e comparação de probabilidades;
- o conhecimento dos conceitos definidos em relação ao tema Probabilidade e Risco, para o ano de escolaridade que irá lecionar, com maior profundidade do que o que será ensinado, sua natureza matemática, sua historicidade, suas articulações, entre outros aspectos;
- a articulação dos conhecimentos de Probabilidade e Risco a serem ensinados com outros conhecimentos já construídos sobre esses temas, contextualizando-os quando possível em situações de interesse da faixa etária e com outras áreas do conhecimento;
- o tratamento didático adequado ao conteúdo e o ano de escolaridade em questão, ou seja, o conhecimento didático do conteúdo imbricado ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento curricular, com foco nos temas envolvendo aleatoriedade, espaço amostral, cálculo e comparação de probabilidades;
- o conhecimento da natureza aleatória da Matemática;
- o conhecimento dos procedimentos e representações matemáticas usados no tema Probabilidade e Risco, a apreensão dos princípios subjacentes aos procedimentos matemáticos e o significado

em que se baseiam estes procedimentos e o uso adequado das representações para cada caso envolvido;

- o conhecimento do fazer matemático, incluindo a resolução de problemas, as atividades de investigação, os jogos, a identificação de hipóteses, a argumentação, a comunicação matemática em toda sua plenitude no que se refere ao tema Probabilidade e Risco;
- a compreensão e identificação das ideias fundamentais da Matemática presentes no tema Probabilidade e Risco, como, por exemplo a equivalência e a diversidade dos raciocínios matemáticos que precisam ser desenvolvidos nas atividades propostas sobre o tema;
- o conhecimento sobre a compreensão e a aprendizagem das noções de aleatoriedade e risco pelos estudantes;
- o conhecimento do processo de planejamento, de como organizar tarefas adequadas ao tema Probabilidade e Risco e utilizar recursos instrucionais em cada ano de escolaridade;
- para a qualificação do ensino e a promoção de aprendizagens sobre o tema, o papel da Matemática no mundo atual, como ferramenta para conhecer e interpretar o mundo, mas também como uma área de conhecimento que, por um lado, tem a natureza determinística e, por outro lado, tem natureza aleatória.

Cabe destacar a importância de se levar em conta a influência das crenças, concepções, atitudes e mitos sobre a Matemática e seu ensino nas práticas dos professores. Importante lembrar que o professor é o único profissional que estuda em um ambiente (a escola) e que vai atuar profissionalmente no mesmo ambiente (a escola) e que esse fato pode acarretar influências muito fortes do que ele estudou e de como ele estudou na sua prática. Neste sentido, os cursos de formação continuada é o de pensar de que modo os conhecimentos experienciais dos professores em atuação podem ser incorporados, para que eles possam refletir sobre as relações com a profissão.

Referências

BALL, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, 59(5), 389-407.

BRASIL. Câmara dos Deputados. (1971). **Lei n. 5.692, de 11 de agosto de 1971**. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus e dá outras providências. Brasília, DF: Diário Oficial da União, 12 ago. 1971.

BRASIL. Ministério da Educação. (1996). **Lei n. n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, n. 9.394/1996. Brasília, DF: Diário Oficial União, 23 dez. 1996.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação (2002). **Resolução CNE/CP n. 1, de 18 de fevereiro de 2002**. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica. Brasília, DF: Diário Oficial da União, 4 mar. 2002.

BRASIL. Conselho Nacional da Educação. (2006). **Resolução CNE/CP n. 1, de 15 de maio de 2006**. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para Cursos de Graduação em Pedagogia Licenciatura. Brasília, DF: Diário Oficial da União, 16 maio 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2017). **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC/SEB.

BRASIL. (2015). **Resolução CNE/CP n. 2, de 1 de julho de 2015**. Brasília.

BRASIL. (2019). **Resolução CNE/CP n. 2, de 20 de dezembro de 2019**. Brasília.

CURI, E. (2000). **Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras**. Lisboa: APM.

CURI, E. (2024). Mathematics Education and Pedagogy Courses: progress or inertia? **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 14, n. 4, p. 1–15. DOI: [10.37001/ripem.v14i4.4349](https://doi.org/10.37001/ripem.v14i4.4349). Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripem/article/view/4349>. Acesso em: 15 set. 2025.

GATTI, B. A. & Nunes, M. M. R. (2009). **Formação de professores para o Ensino Fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas**. São Paulo, SP: Fundação Carlos Chagas.

SHULMAN L. S. (1986). Those who understand knowledge growth in teaching. **Educational Research**, 2(15), 4-14.

SHULMAN, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundation of the new reform. **Harvard Educational Review**, 57, 1-22.

SHULMAN L. S. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. **Revista de Currículum y Formación de Profesorado**. v.9, n.2, Granada, España, pp.1-30, 2005.

3 - Experiências com a distribuição normal no início do Ciclo Autoral da Rede Municipal de São Paulo: Ludicidade e concretude ao ensinar Probabilidade

Carlos Henrique Silva Alcantara⁶

Salatiel Dias da Silva⁷

Ruy César Pietropaolo⁸

1. Introdução

O presente trabalho apresenta um experimento para o ensino de probabilidade, de modo a tornar o aprendizado mais engajador e significativo para os alunos. A iniciativa surgiu da necessidade de desmistificar conceitos relativos à Probabilidade e vieses que surgem no cotidiano dos estudantes acerca desse tema. Investigou-se os aspectos que são frequentemente associados às dificuldades de compreensão, bem como se distanciar da abordagem puramente teórica em sala de aula, ou seja, da definição clássica de probabilidade. Essa intervenção pedagógica é oriunda de uma formação continuada de professores, promovida por meio de um projeto de formação e pesquisa da Universidade Cruzeiro do Sul com fomento e apoio do Itaú Social e intitulado "Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do ensino fundamental: Constituição de um grupo colaborativo de formação e pesquisa envolvendo Diretorias Regionais de Educação do município de São Paulo".

⁶ Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. carlos.henalcant@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0009-9049-5943>.

⁷ Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. salatieldias54@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0003-8274-6411>.

⁸ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://orcid.org/0000-0002-1353-2191>.

Assim, o presente texto tem por objetivo apresentar reflexões a partir da experiência do ensino de probabilidade e aleatoriedade desenvolvido em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental na rede municipal da cidade de São Paulo, utilizando abordagens lúdicas e metodologia ativa para promover a compreensão e o engajamento dos estudantes. O ponto de partida para o cálculo da probabilidade foi utilizar a abordagem de probabilidade frequentista que define a probabilidade de um evento como a frequência relativa com que ele ocorre após muitas repetições do mesmo experimento aleatório, sob condições idênticas. Em outras palavras, quanto mais vezes um experimento é repetido, mais a proporção de vezes que um evento acontece se aproxima do resultado por meio do cálculo por meio da definição clássica de probabilidade. Ou seja, a probabilidade frequentista – ao contrário da probabilidade clássica, que se baseia na equiprobabilidade e não requer a realização de experimentos (um dado tem $1/6$ de chance de cair em qualquer face) – é calculada a partir de dados empíricos, ou seja, resultados de experimentos reais e cálculos das frequências relativas.

Para tanto, como fase inicial da aula, adaptou-se o tradicional jogo de Ludo, transformando-o em uma ferramenta para explorar o espaço amostral no contexto do lançamento de dados. Esta adaptação visou proporcionar uma experiência prática e divertida, permitindo que os estudantes manipulassem os elementos da probabilidade de forma concreta e intuitiva.

Após a fase inicial com o Ludo adaptado, a aula progrediu para uma segunda fase em que foi proposta uma atividade na qual os estudantes deveriam efetuar o lançamento de dois dados e obter a soma de seus resultados. O propósito desta etapa foi guiar os alunos na construção de frequências relativas e na observação da distribuição normal, fomentando a compreensão de padrões e a análise de dados de maneira contextualizada.

2. Fundamentação Teórica

O projeto citado apresenta inovações na prática para o processo de ensino e aprendizagem do tema Probabilidade, com base nos processos cognitivos dos estudantes. Assumiu-se, de acordo com Bryant e Nunes (2011), que as demandas cognitivas dos estudantes ao aprender sobre Probabilidade e Risco podem ser mobilizadas em categorias: Aleatoriedade; Espaço Amostral; Cálculo e Comparação de Probabilidades.

Esses pesquisadores consideram que os problemas de probabilidade envolvem um conjunto de eventos possíveis, mas a incerteza sobre quais

eventos ocorrerão e a ordem em que acontecerão é uma característica da aleatoriedade. Piaget e Inhelder (1975) sugeriram que crianças até 8 ou 9 anos não compreendem plenamente o conceito de aleatoriedade, enquanto Fischbein (1975) observou que mesmo crianças mais jovens possuem uma intuição sobre o tema, mas enfrentam dificuldades em distinguir eventos aleatórios de não aleatórios.

Relativamente ao espaço amostral, Nunes e Bryant (2011) destacam que o raciocínio contrafactual (situação ou evento que não aconteceu, mas poderia ter acontecido) e o raciocínio combinatório são essenciais na probabilidade. É necessário identificar todos os eventos possíveis em um dado contexto, conhecido como "espaço amostral". É preciso ser capaz de trabalhar com qualquer espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Quanto ao cálculo e comparação de probabilidades, esses autores destacam que essa é a etapa final da resolução de problemas de probabilidade, contrariamente a uma prática de muitos livros e professores que iniciam o estudo desse tema justamente por esse cálculo. A probabilidade, embora possa ter um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão por não serem evidentes (Nunes e Bryant, 2011). Ou seja, intuitivamente não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de se obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de se obter coroa. Outro conceito de difícil compreensão trata-se da não equiprobabilidade: alunos que tiveram muitas experiências envolvendo apenas espaços equiprováveis tendem a conjecturar como se todos os espaços tivessem essa característica. Pietropaolo e Campos (2013) afirmam que a maioria dos professores participantes de uma pesquisa pareciam não compreender que a probabilidade de um evento é um número, mas, sim, apenas um código composto por dois algarismos: um que informa a quantidade de casos desejáveis e o outro a quantidade total de resultados possíveis.

Outro referencial teórico utilizado é o de letramento probabilístico de Gal (2005). Para ele, esse letramento constitui-se como um conjunto de conhecimentos e disposições que permitem às pessoas interpretar criticamente as informações probabilísticas que encontram no cotidiano, funcionando como instrumento essencial para o exercício da cidadania crítica na sociedade contemporânea. Assim, o letramento probabilístico busca formar cidadãos capazes de compreender, avaliar e comunicar informações

probabilísticas presentes em notícias, pesquisas, decisões médicas, jogos de azar, entre outros contextos.

Gal estrutura o letramento probabilístico em dois grandes grupos de competências: Conhecimentos Cognitivos, envolvendo conhecimentos conceituais, matemático e interpretativo (interpretação de gráficos, tabelas e linguagem) e Disposições (intuições probabilísticas, crenças e atitudes e postura crítica).

Cabe também considerar que o ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Básica tem sido objeto de crescente atenção por parte de pesquisadores e educadores brasileiros, especialmente após a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), que estabeleceu a unidade temática “Probabilidade e Estatística” como componente obrigatório do currículo de Matemática desde o 1º ano do Ensino Fundamental, onde as noções de acaso começam a ser discutidas a fim de desenvolver a habilidade identificada por (EF01MA20), a qual se baseia em “Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano”.

Particularmente, para o 7º ano do Ensino Fundamental, que foi nosso público-alvo nesta pesquisa, a BNCC traz como objetivo de conhecimento para o ensino de probabilidade o tratamento sobre “Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências”, propondo como habilidade a (EF07MA34), que propõe ao estudante “Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências”. Como esta habilidade sugere a execução de experimentos aleatórios, é importante que o professor proponha atividades em que o aluno possa manipular materiais apropriados para se trabalhar com aleatoriedade.

A utilização de atividades lúdicas e materiais manipuláveis no ensino de matemática, particularmente no ensino de probabilidade, tem demonstrado resultados significativos na aprendizagem dos estudantes. Barcarolo et al. (2024) destacam que a experiência lúdica proporciona aos alunos uma vivência prática dos conceitos estatísticos, permitindo que desenvolvam o pensamento crítico de maneira interativa, prazerosa e envolvente. Os autores enfatizam que essa abordagem vai além do aspecto teórico, criando cenários para investigação onde os estudantes podem vivenciar na prática a dinâmica dos conceitos probabilísticos.

Andrade, Carneiro e Carneiro (2023) corroboram essa perspectiva ao apresentar uma proposta didática que utiliza jogos e materiais manipuláveis para o ensino de probabilidade. O trabalho deles, focado no ensino de conceitos como espaço amostral, evento certo, evento impossível, evento complementar, união e intersecção de eventos, e cálculo de probabilidade, demonstra a eficácia de jogos como a “Roleta das Probabilidades” para tornar o aprendizado mais concreto e engajador.

Nakano (2024) investigou a exploração da probabilidade no Ensino Fundamental por meio de um jogo de búzios, evidenciando que o uso de material concreto é crucial nas fases iniciais da aprendizagem matemática. O estudo mostra como jogos podem ser adaptados para o ensino de conceitos probabilísticos de forma eficaz, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. Conti e Campos (2022) destacam que a educação estatística e probabilística nos anos iniciais do Brasil deve ser desenvolvida de maneira lúdica, proporcionando experiências que dinamizam o currículo escolar e contribuem para a formação de cidadãos mais críticos e conscientes.

3. Metodologia

A metodologia empregada neste estudo caracterizou-se por uma abordagem qualitativa, visando a intervenção pedagógica e a análise dos resultados em um contexto real de sala de aula. A pesquisa foi estruturada em duas etapas principais, ambas com foco na experimentação e na interação lúdica, implementadas em duas aulas com duração de 45 minutos cada, sendo uma aula para cada experimento proposto.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, foram adotados princípios da metodologia Design Experiments, segundo a perspectiva de Cobb et al (2003), que consistiram na concepção e realização de uma abordagem de noções relativas à probabilidade, por meio da definição frequentista antes da clássica, com o propósito de investigar se esta opção os alunos poderiam iniciar a compreensão, de forma intuitiva, a lei dos grandes números e a curva normal.

A escolha dessa metodologia se deu pelo interesse em realizar uma investigação que ocorresse dentro do próprio contexto de construção e desenvolvimento do conhecimento. Nesse sentido, o Design Experiments se mostrou vantajoso, pois atua simultaneamente como uma metodologia de ensino e pesquisa. De acordo com Cobb et al. (2003), trata-se de uma

abordagem de pesquisa formativa, caracterizada pelo refinamento contínuo do projeto inicialmente elaborado. Isso significa que a avaliação constante dos resultados parciais leva a reformulações necessárias ao longo do experimento, até que todos os aspectos que possam representar obstáculos ou concepções equivocadas do conteúdo em questão sejam abordados. Assim, desenvolve-se uma versão inicial do projeto, que não está completamente definida, e que é revisada e aprimorada conforme os resultados observados durante a experiência.

Para nortear os experimentos práticos, o professor elaborou um Plano de Aula para cada uma das atividades (Plano de Aula 1 e Plano de Aula 2), destacando os objetivos de aprendizagem, os materiais e recursos necessários, além de um roteiro para o desenvolvimento de cada um deles.

A execução do Plano de Aula 1 se deu através do experimento intitulado Jogo de Ludo e Probabilidade, o qual consistiu na adaptação de um jogo de tabuleiro, para servir como ferramenta didática. O jogo foi modificado com o intuito de enfatizar o conceito de espaço amostral e a probabilidade de ocorrência de diferentes resultados no lançamento de um dado. Os alunos foram organizados em grupos, promovendo a colaboração e a discussão entre pares. Durante o jogo, foram incentivados a observar e registrar sistematicamente os resultados de cada lançamento, permitindo a coleta de dados empíricos de forma lúdica. Esta fase inicial teve como objetivo principal a desconstrução de preconceitos e vieses intuitivos sobre a aleatoriedade, através da vivência prática dos eventos probabilísticos.

Antes dos alunos começarem a executar o jogo, o professor seguiu o roteiro do Plano de Aula 1, iniciando com uma breve contextualização histórica, destacando que o Ludo é um jogo de tabuleiro que combina estratégia e sorte, sendo esta última determinada pelo lançamento de dados. Em seguida foram passadas as regras do jogo para, só assim, serem iniciadas as partidas.

Enquanto os grupos iam desenvolvendo o jogo, o professor foi dando suporte individual a cada grupo, tirando dúvidas que ainda persistiam e incentivando os alunos a observarem e refletirem sobre como o resultado do dado influencia as chances de avançar no jogo, quais números são mais desejáveis em diferentes momentos do jogo e se existe alguma estratégia que possa aumentar as chances de vitória.

Figura 1. Jogo de Ludo e Probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa

Ao término do tempo de jogo, mesmo que as partidas não tivessem sido concluídas, o professor interrompeu a atividade para uma discussão coletiva. Os alunos foram convidados a compartilhar suas percepções sobre o jogo, especialmente sobre o papel da sorte e da probabilidade. O professor conduziu a discussão com perguntas que já estavam elaboradas no Plano de Aula 1, tais como: “Qual número do dado é mais importante para iniciar o jogo? Por quê?”; “Qual a chance de tirar esse número em um lançamento?”; “Existem números que aparecem com mais frequência? Por quê?”; “O jogo depende mais da sorte ou da estratégia? Por quê?” e “É possível prever o resultado do dado? Por quê?”.

Após essas discussões, o professor finalizou a primeira aula, fazendo uma síntese das principais ideias discutidas, reforçando a relação entre o jogo Ludo e os conceitos iniciais de probabilidade. A avaliação desta primeira atividade se deu através da participação ativa dos alunos, das contribuições nas discussões sobre sorte e probabilidade e da percepção sobre a compreensão inicial dos conceitos de chance e aleatoriedade.

A segunda etapa da atividade envolveu a experimentação proposta no Plano de Aula 2, intitulada Experimento com Dados e Probabilidade, com o lançamento de dois dados e o registro da soma de seus resultados. Para isto, o professor pediu para que os alunos formassem duplas, porém, como nesse dia estavam presentes na sala um total de 25 alunos, foram formadas 11 duplas e um grupo com três alunos. Foram disponibilizados, para cada grupo, dois

dados de 6 faces e uma tabela para registro dos resultados, contendo colunas para o número da jogada, valor do primeiro dado, valor do segundo dado e soma dos valores.

Para dar início ao experimento, o professor explicou que cada grupo deveria lançar os dados simultaneamente 30 vezes, registrar os valores obtidos em cada uma das faces e a soma destes. Por fim, cada grupo deveria contabilizar quantas vezes cada soma (de 2 a 12) apareceu.

O professor circulou pela sala, auxiliando os grupos, verificando se estavam registrando corretamente os dados, esclarecendo eventuais dúvidas e incentivando os alunos a observarem padrões que possam surgir, perguntando informalmente se estão percebendo alguma soma que aparece com mais frequência.

Figura 2. Experimento com Dados e Probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa

Cada grupo realizou os lançamentos, sendo que 7 grupos efetuaram os 30 lançamentos solicitados inicialmente pelo professor, 3 grupos efetuaram 31 lançamentos, 1 grupo efetuou 32 lançamentos e 1 grupo efetuou 35 lançamentos, todos aceitos pelo professor, garantindo uma amostra robusta para análise. Os dados coletados foram posteriormente compilados e analisados coletivamente, culminando na construção de uma tabela de frequências relativas.

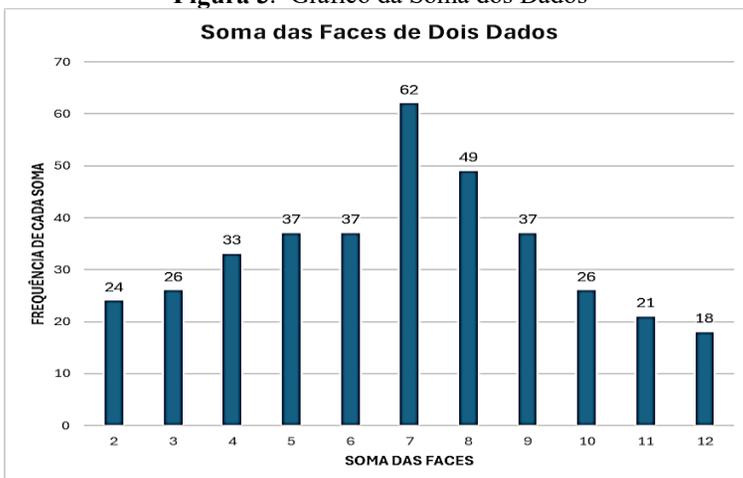
Tabela 1. Soma dos Dados

EQUIPES	Soma dos dados											TOTAL
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Dupla 1	0	1	2	4	2	8	1	3	2	6	2	31
Dupla 2	1	3	4	4	5	4	5	0	2	1	1	30
Dupla 3	4	2	2	3	3	7	3	1	2	2	3	32
Dupla 4	2	3	1	0	5	4	4	6	2	2	1	30
Dupla 5	0	0	3	6	3	6	6	3	3	1	0	31
Dupla 6	1	3	2	4	2	7	6	4	0	1	0	30
Dupla 7	4	2	1	1	6	5	5	4	2	0	0	30
Dupla 8	2	0	4	4	3	6	5	3	2	3	3	35
Dupla 9	2	4	3	3	4	3	4	2	2	1	2	30
Dupla 10	3	4	4	2	0	3	5	7	1	1	1	31
Dupla 11	3	1	3	3	2	5	3	2	3	2	3	30
Trio 1	2	3	4	3	2	4	2	2	5	1	2	30
SOMAS	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOTAL
TOTAL	24	26	33	37	37	62	49	37	26	21	18	370

Fonte: Dados da pesquisa

Essa tabela foi associada a um gráfico de colunas, onde o eixo horizontal representa cada uma das somas e o eixo vertical mostra quantas vezes cada uma dessas somas foi obtida. Esse gráfico ia mudando conforme os resultados de cada grupo eram inseridos. A partir da visualização da tabela e do gráfico, os alunos puderam identificar a tendência de concentração dos resultados em torno da média e a forma característica da distribuição normal.

Figura 3. Gráfico da Soma dos Dados



Fonte: Dados da pesquisa

Com base nos dados coletivos, o professor conduziu uma discussão sobre os resultados obtidos, abordando questões como: “Qual soma apareceu com mais frequência? E com menos frequência?”; “Por que algumas somas aparecem mais vezes que outras?” e “Quais são todas as combinações possíveis ao lançar dois dados?”. Na sequência, o professor discutiu o conceito de espaço amostral, mostrando que ao lançar dois dados, existem 36 combinações possíveis (6×6) e analisou com os alunos quantas dessas combinações resultam em cada soma:

- Soma 2: 1 combinação (1+1)
- Soma 3: 2 combinações (1+2, 2+1)
- Soma 4: 3 combinações (1+3, 2+2, 3+1)
- Soma 5: 4 combinações (1+4, 2+3, 3+2, 4+1)
- Soma 6: 5 combinações (1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1)
- Soma 7: 6 combinações (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1)
- Soma 8: 5 combinações (2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2)
- Soma 9: 4 combinações (3+6, 4+5, 5+4, 6+3)
- Soma 10: 3 combinações (4+6, 5+5, 6+4)
- Soma 11: 2 combinações (5+6, 6+5)
- Soma 12: 1 combinação (6+6)

Como forma de avaliar a aprendizagem nesse segundo experimento, foram observadas e registradas a participação ativa dos alunos, a precisão no registro e organização dos dados, as contribuições nas discussões sobre os resultados e a compreensão dos conceitos de espaço amostral e probabilidade.

O papel do educador durante todo o processo foi de mediador e facilitador, estimulando a exploração, orientando as descobertas e promovendo a reflexão sobre os conceitos matemáticos envolvidos. A utilização de elementos visuais, como gráficos e tabelas construídos a partir dos próprios dados dos alunos, reforçou a compreensão e tornou o aprendizado mais concreto e significativo.

4. Resultados e Discussões

A aplicação da metodologia proposta, que integrou a adaptação do jogo de Ludo e a atividade de lançamento de dois dados, demonstrou

resultados promissores no ensino de probabilidade. O engajamento dos alunos foi notavelmente superior em comparação com abordagens tradicionais, o que corrobora a literatura que aponta a ludicidade como um fator motivacional crucial nos processos de ensino e de aprendizagem (ANDRETTO; OLIVEIRA, 2024). A natureza interativa das atividades permitiu que os estudantes explorassem o espaço amostral e a frequência relativa de forma concreta, manipulando os dados e observando os resultados em tempo real.

Pode-se afirmar que o experimento de ensino promoveu aprendizagens acerca do espaço amostral segundo Nunes e Bryant (2011) sobretudo a importância do delineamento do espaço amostral para o cálculo de probabilidades, tanto por meio da definição frequentista quanto da definição clássica de probabilidade. Além disso, favoreceu o desenvolvimento do Letramento Probabilístico dos estudantes na perspectiva de Gal (2005), sobretudo seus dois grupos de competências – Conhecimentos Cognitivos e Disposições.

A atividade de lançamento de dois dados foi eficaz para ilustrar o conceito de distribuição normal. Ao compilar e analisar os dados coletivamente, os alunos puderam visualizar a tendência de concentração dos resultados em torno da média, conceito fundamental em probabilidade e estatística. A construção de tabelas de frequências relativas a partir de seus próprios dados tornou o aprendizado mais significativo e concreto, permitindo que os alunos estabelecessem uma conexão direta entre a experimentação prática e os fundamentos teóricos.

Observou-se também uma melhora na capacidade dos alunos de interpretar dados e formular hipóteses com base em evidências empíricas. A discussão em grupo e a troca de ideias durante as atividades promoveram o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de inferência. Embora a transposição do conhecimento prático para a linguagem matemática formal tenha apresentado alguns desafios, a mediação constante do educador e a formulação de perguntas direcionadoras foram essenciais para guiar os alunos nesse processo.

5. Considerações Finais

A experiência de ensino de probabilidade com a abordagem lúdica, utilizando adaptações e elementos concretos, demonstrou ser uma estratégia pedagógica eficaz para promover o engajamento e a compreensão dos alunos.

A ludicidade e as metodologias ativas permitiram que os estudantes explorassem conceitos complexos de aleatoriedade, espaço amostral, frequência relativa e distribuição de probabilidades de forma prática e significativa.

As potencialidades dessa abordagem incluem o aumento da motivação dos alunos, a promoção da aprendizagem ativa e a construção de um ambiente de sala de aula mais dinâmico e colaborativo. Os desafios encontrados, como a gestão do tempo e a transposição do conhecimento prático para a linguagem formal, ressaltam a importância de um planejamento cuidadoso e de uma mediação pedagógica contínua.

Este estudo reforça a importância de integrar práticas pedagógicas inovadoras no ensino de probabilidade, que priorizem a experimentação, a ludicidade e a conexão com o cotidiano dos alunos. A pesquisa e o desenvolvimento de jogos e atividades que abordem conceitos probabilísticos de forma contextualizada são fundamentais para preparar os estudantes para um mundo cada vez mais orientado por dados.

Referências

ANDRADE, Erica Cristina da Silva; CARNEIRO, Rogerio dos Santos; CARNEIRO, Raylson dos Santos. O Ensino de Probabilidade: uma proposta didática com o uso de materiais manipuláveis. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática**, v. 6, p. e2023007, 2023.

ANDRETTO, R. de Castro; OLIVEIRA, V. C. A. de. Diferentes abordagens utilizando materiais manipuláveis no ensino de matemática na educação básica: uma experiência. **Revista Territorium Terram**, 2024.

BARCAROLO, Pedro Henrique et al. Desvendando os votos: uma aventura estatística interativa. **Revista Paidéi@**, v. 16, n. 30, p. 449-464, 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CAMPOS, Tania Mendonça PIETROPAOLO, Ruy. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. In: Rute Borba; Carlos Monteiro (Organizadores). **Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática**, 1. Recife: Editora Universitária da UFPE, p. 55-61, 2013.

COBB, Paul; CONFREY, Jere; diSESSA, Andrea et al. Design experiments in educational research, in: **Educational Researcher**, V. 32, n. 1, pp. 9-13, 2003.

CONTI, Keli Cristina; CAMPOS, Sandra Gonçalves Vilas Bôas. A Educação Estatística e Probabilística nos Anos Iniciais no Brasil: experiências que dinamizam o currículo. **Revista Baiana de Educação Matemática**, v. 3, n. 1, p. 1-25, 2022.

GAL, I. Towards “probability literacy” for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: JONES, G. A. (org.), **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. New York: Springer, p. 39-63. 2005.

NAKANO, R. M. **Explorando probabilidade no Ensino Fundamental por meio de um jogo de búzios**. 2024. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2024.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Children’s understanding of probability and risk**. Department of Education, University of Oxford, 2011.

4 - Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental: explorando a aleatoriedade

*Regina Mariko Nakano*⁹

*Ruy César Pietropaolo*¹⁰

1. Introdução

O curso de extensão “Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do ensino fundamental” foi desenvolvido pela equipe de pós-graduação em Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul em conjunto com o Itaú Social e a Prefeitura Municipal de São Paulo, com o objetivo de estudar aspectos sobre o ensino de probabilidade nessa fase escolar. O curso foi ofertado a professores de Matemática da rede municipal de São Paulo e foi ministrado pelo professor Ruy César Pietropaolo.

As aulas do curso ocorreram presencialmente na universidade, aos sábados de manhã, no período de março a agosto de 2025 e contou com a participação de 25 professores, que se disponibilizaram a aplicar os assuntos abordados nos encontros em suas escolas e trazer o *feedback* ao curso.

Tive interesse em participar para obter um maior repertório no ensino de probabilidade, buscando estudar que tipos de atividades favorecem a aprendizagem de conteúdos como noções de incerteza e espaço amostral, que podem ser complexos aos alunos.

No curso foram apresentados exemplos do cotidiano, jogos com dados, cartas, palestras, seminários e discussões sobre a prática docente, o que

⁹ Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. . regina8mn@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-4500-6903>.

¹⁰ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://orcid.org/0000-0002-1353-2191>.

contribuiu para refletir sobre as abordagens sobre probabilidade em sala de aula.

O curso foi estruturado em quatro blocos:

- Aleatoriedade
- Espaço amostral
- Cálculo e comparação de probabilidade
- Correlação (ou relação entre eventos e risco)

Tais blocos consistem nas demandas cognitivas descritas por Bryant e Nunes (2012), necessárias para a compreensão da probabilidade. Ademais, o curso contou com a participação da pesquisadora Terezinha Nunes em uma das aulas, que explicou mais sobre tais demandas, ampliando a discussão sobre o ensino de probabilidade.

O foco deste relato é na parte de aleatoriedade, com a aplicação de três atividades, que foram abordadas no curso. Foram aplicadas em turmas do 6º ano, em uma escola pertencente à Diretoria de Ensino Butantã da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. As atividades foram as seguintes:

- Impossível ou improvável
- Matrix
- Apontadores

Apesar do público-alvo desta pesquisa ser alunos do 6º ano, algumas atividades foram aplicadas no 9º ano para avaliar diferenças entre um ano do ciclo interdisciplinar e um ano do ciclo autoral.

Estabeleci como objetivo estudar quais são as potencialidades e os obstáculos referentes à aplicação das atividades e como os alunos compreendem conceitos de probabilidade nessa etapa escolar (anos finais do ensino fundamental). Busquei observar como ocorre a diferenciação entre os termos “impossível” e “improvável” ao classificar eventos do cotidiano; de que maneira compreendem padrões e regularidade e que ideia eles têm de espaço amostral.

O estudo de Probabilidade e Estatística é relativamente recente nos currículos escolares. Esse campo era contemplado em um bloco denominado “Tratamento da Informação” nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1997. Entretanto, era abordado apenas no 2º ano do ensino médio. Até 2018 ainda não havia um eixo específico para essa área da Matemática, como

se tem hoje na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com a inclusão do eixo temático Probabilidade e Estatística.

Com a crescente demanda nas áreas de tratamento de dados e velocidade da informação, junto ao advento de novas tecnologias no cotidiano, o ensino de probabilidade tem recebido um maior destaque, o que requer atualizações constantes nos currículos escolares e uma familiarização dos estudantes com o assunto ao longo do ensino fundamental.

2. Relato de Experiência

A metodologia escolhida neste relato foi a pesquisa-ação, uma vez que é um trabalho sobre a investigação da própria prática.

As atividades eram explicadas no decorrer do curso de extensão e depois, disponibilizadas aos professores para que as aplicassem em suas escolas. Cada professor iria selecionar determinadas atividades para aplicarem em algum ano pertencente aos anos finais do ensino fundamental. Como participante do curso, selecionei três atividades para aplicação em sala de aula.

As etapas deste trabalho foram: Participação no curso de extensão, seleção de atividades específicas, aplicação e avaliação dos resultados.

A aplicação de atividades exploratório-investigativas é interessante no ambiente escolar, visto que, diferem do modelo de aula tradicional, fornecendo uma oportunidade para que os estudantes vivenciem determinada situação-problema:

Essa modalidade de tarefa propicia reflexões constantes do(a) professor(a) sobre sua prática, seus saberes e sua gestão da aula de Matemática. Tais experiências, quando registradas e sistematizadas, podem contribuir para que o(a) professor(a) se torne investigador(a) de sua própria prática. Suas pesquisas, quando socializadas e (com)partilhadas com outros professores, não apenas dão visibilidade àquilo que acontece na sala de aula, como também possibilitam que formadores de professores tenham acesso aos saberes da ação pedagógica (GAUTHIER et al., 1998, p. 33), ou seja, saberes da experiência docente — os quais são de caráter particular — que são tornados públicos e “testados através das pesquisas realizadas em sala de aula”. Trata-se de uma postura política que reconhece o(a) professor(a) como pesquisador(a) de sua prática. (Lima e Nacarato, 2009).

As questões que explorei foram: “Os alunos compreenderam melhor o conteúdo de probabilidade após a aplicação da tarefa?”; “Conheciam os temas propostos?” e “Quais foram os maiores obstáculos?”.

Por exemplo, ao aplicar a atividade “Impossível ou improvável?”, alguns alunos julgavam “impossível” o fato de ficar sem se alimentar por mais de uma semana, o que na realidade é possível.

Esse tipo de resposta pode ter sido motivado pelo fato de muitos não terem observado tal situação na mídia, ou por ser algo incomum no dia a dia deles. Essas reflexões foram levadas para o curso e discutidas com os outros professores, que concordaram com tais hipóteses.

Nesse caso, a investigação da própria prática auxilia os professores a refletirem sobre como os estudantes têm encarado a habilidade:

- *EF02MA21: Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como pouco prováveis, muito prováveis, improváveis ou impossíveis.*

Revisar tais habilidades está em consonância com o conceito de currículo espiral (Bruner, 1973), uma vez que é importante que o estudante revise conteúdos já vistos para melhor assimilação deles ao mesmo tempo que aprende conteúdos mais complexos.

A atividade I consiste em descrever como “impossível” ou “improvável” as frases apresentadas. Na atividade II é apresentado um teste de múltipla escolha com cinco alternativas para completar cada tabela de dupla entrada com a figura que faz mais sentido. A atividade III consiste em identificar o espaço amostral considerando dois apontadores vermelhos e um azul em uma caixa.

As atividades I e II foram aplicadas no 6º ano e no 9º ano. O foco é no 6º ano, porém houve a aplicação no 9º ano das mesmas atividades para observar o desempenho em anos distintos. O intuito foi o de observar o desenvolvimento dos alunos considerando as habilidades da BNCC adquiridas ao longo do tempo. Sabe-se que os alunos do 9º já estudaram os conteúdos de aleatoriedade e revisar tais conteúdos é interessante no contexto do currículo em espiral.

Atividade I – “Impossível” ou “improvável”?

Nesta atividade, expliquei aos estudantes que deveriam classificar cada evento como “impossível” ou “improvável”. Ao final da aula recolhi os questionários e contabilizei os acertos, descritos na Tabela 1.

Tabela 1. Porcentagem de acertos de cada situação

Situação	6º ano	9º ano
a) Fazer um guarda-chuva de vidro.	71%	87%
Fazer um guarda-chuva de ar.	100%	91%
b) Não comer por 10 dias	71%	96%
Não comer por 10 meses	100%	100%
c) Ler os pensamentos de alguém	88%	100%
Ler os lábios de alguém	100%	100%
d) Alguém viver por 120 anos	82%	91%
Alguém viver por 1000 anos	94%	100%
e) Reconstruir a casca de um ovo que quebrou	88%	83%
“Desembaralhar” um ovo mexido	82%	73%
f) Permanecer acordado durante 10 dias	65%	96%
Permanecer acordado por 10 meses	94%	100%
g) Ler um livro sem abrir a capa	88%	100%
Ler um livro de cabeça para baixo	71%	96%
h) Acertar os números de um sorteio	94%	96%
Vencer o prêmio de um sorteio sem participar	88%	91%

Fonte: Autoria própria

Com base nesses resultados, foi possível realizar as seguintes observações:

- Itens que nunca viram foram classificados como impossíveis por alguns alunos. O guarda-chuva de vidro, apesar de não ser comercializado, poderia ser construído.

- Situações distantes da realidade dos alunos foram classificadas como impossíveis em alguns casos. Por exemplo, “não comer por 10 dias”, “permanecer acordado 10 dias” e “viver por 120 anos” não são eventos comuns para eles, especialmente no 6º ano. Ao longo do tempo ainda vão estudar mais sobre esses assuntos em biologia (hábitos saudáveis e longevidade dos seres humanos).

- Alguns estudantes classificaram “ler os pensamentos de alguém” como possível, justificando conhecer a pessoa muito bem para conseguir fazer isso. Entretanto, é algo impossível na realidade. “Ler os lábios de alguém” foi considerado como “improvável” em certos casos. A apresentação da técnica de leitura labial na mídia pode ter contribuído para que conhecessem esse assunto.

- Uma parcela dos alunos não compreendeu o que seria “desembaralhar um ovo mexido”, talvez por não terem familiaridade com culinária.

- “Ler um livro sem abrir a capa” foi descrito como “improvável” por alguns. Apesar de ser algo do cotidiano, podem ter confundido o significado de “impossível” e “improvável”. Ao tentarem ler um livro sem abrir a capa perceberam que não era possível, exceto se ela fosse transparente.

- “Vencer o prêmio de um sorteio sem participar” foi classificado como improvável por parte dos estudantes, que relataram ser uma questão de sorte. Entretanto, precisam observar que é necessário estar inscrito no sorteio para concorrer.

Em geral os alunos do 6º ano apresentaram mais justificativas, bastante imaginativas sobre o porquê de certos itens serem “improváveis” ao invés de “impossíveis”, quando eram na realidade “impossíveis”, em comparação com o 9º ano.

Isso pode estar ligado à faixa etária deles, uma vez que estão mais ligados ao hábito de brincar e explorar o ambiente. Os alunos do 9º, por terem percorrido mais conteúdos da BNCC, acertaram mais questões.

Na atividade I foi possível trabalhar as seguintes habilidades da BNCC:

- *(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.*

- *(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.*

Apesar de serem habilidades referentes aos anos iniciais, é importante retomá-las ao longo do currículo escolar.

Atividade II - Matrix

A atividade II foi inspirada nos estudos de Nunes e Bryant (2012), que explicam que “uma maneira de analisar a compreensão das pessoas sobre aleatoriedade é descobrir se elas conseguem distinguir uma sequência aleatória de uma não aleatória.”

Trata-se de um jogo denominado “Matrix”, que consiste em completar uma tabela de dupla entrada com a figura que mais faz sentido em cada contexto.

Esse jogo possui vários níveis, do mais simples até o mais complexo. No nível 1, as tabelas de dupla entrada têm especificação dos elementos da linha e da coluna. No nível 2, essa especificação está implícita. No nível 3 não há mais uma organização rígida das colunas.

Desse modo, propõe-se que os alunos identifiquem se há um padrão nas tabelas. É esperado que eles percebam que em cada questão há um desenho que mais se adequa ao conjunto, completando a tabela, pois existe uma regularidade nelas.

Assim, em uma aula, apliquei a atividade II no 6º ano e no 9º ano. A folha distribuída aos alunos continha as questões presentes na Figura 1. As questões estão distribuídas da seguinte forma: Questões de 1 a 3 - nível 1, questões de 4 a 6 - nível 2 e questões 7 a 9 - nível 3. Foi explicado aos alunos o que é regularidade e padrão antes de distribuir as folhas.

Os resultados foram descritos na Tabela 2.

Figura 1. Questionário sobre tabelas de dupla entrada

1) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

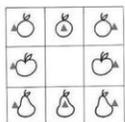
2) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

3) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

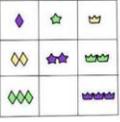
4) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

5) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

6) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

7) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

8) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

9) 
 A)  B)  C)  D)  E) 

Fonte: Autoria própria

Tabela 2. Porcentagem de acertos de cada situação

Situação	6º ano	9º ano
1	85%	95%
2	91%	100%
3	76%	90%
4	71%	90%
5	84%	100%
6	62%	86%
7	82%	86%
8	77%	100%
9	50%	86%

Fonte: Autoria própria

Com base nos resultados, foi possível observar que:

- Os alunos tiveram um desempenho melhor nas questões de nível 1 e apresentaram mais dificuldade no nível 3. Os do 9º ano tiveram maior proporção de acertos, o que faz sentido, pois já estudaram sobre padrões em anos anteriores como em sequências numéricas.

- No 6º ano, muitos estudantes desenharam e escreveram a letra da alternativa que julgavam correta no espaço vazio ao invés de marcá-la, indicando que o hábito de desenhar é comum nessa fase escolar.

- No item 1, alguns alunos perceberam que a cor do elemento a ser incluído teria de ser azul mas ficaram em dúvida sobre a forma. Similarmente, na questão 4, escolheram um item verde ao ver que já havia dois itens vermelhos, mas não se atentaram para a forma do objeto, indicando que a cor é uma característica que se destaca nas figuras.

- Em termos de visualização, na questão 3, muitos alunos não perceberam que os itens do meio representavam recipientes cheios em aproximadamente 50%. Alguns acharam que bastava estar um pouco cheio (25%).

- No item 6, uma parte dos estudantes não percebeu que havia um padrão na posição do foguete antes e depois. No item 7, alguns não perceberam que a posição do triângulo tinha um padrão de movimento ao longo da tabela.

- A questão 9 foi a mais difícil, pois havia mais elementos para se atentar, como a quantidade de figuras em fila, cor e forma.

Aplicar essa tarefa foi interessante para verificar como os estudantes estão percebendo a regularidade nas tabelas, como escolhem as respostas e que fatores podem gerar dúvidas. Tal atividade trabalha as seguintes habilidades da BNCC:

- *(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas.*

- *(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados.*

Atividade III - Apontadores

Apesar de a atividade ser proposta para ser realizada com 3 apontadores, sendo 2 vermelhos e 1 azul, adaptei a atividade para usar tampinhas laranjas e azuis, na indisponibilidade de apontadores.

A proposta foi a de colocar 2 tampinhas laranjas e 1 azul em uma caixa e perguntar aos alunos:

- Qual é o espaço amostral da retirada de duas tampinhas?
- Qual é a probabilidade de se retirar uma tampinha laranja dado que na primeira retirada obtive uma tampinha laranja?
- Se há 5 tampinhas laranjas e 5 azuis, e já tirei duas laranjas, qual deve ser a próxima cor?

Em relação ao espaço amostral, a sala ficou em dúvida sobre o termo. Então expliquei a eles, utilizando as tampinhas, que ao retirar 2 tampinhas da caixa, elas podem ser “laranja e laranja”, “laranja e azul” ou “azul e laranja”. Entretanto, não poderia ser “azul e azul”, visto que havia apenas uma tampinha azul.

Já na segunda questão, na qual ao retirar uma tampinha laranja, restariam uma tampinha de cada cor dentro da caixa, muitos responderam que a probabilidade de sair laranja era igual a de sair azul, sendo 50% cada. Contudo, não souberam explicar o porquê em geral. Isso mostra que estão familiarizados com a ideia de eventos com duas possibilidades com mesma probabilidade, mas ainda têm certa dificuldade para explicar o motivo.

Na terceira questão, alguns alunos indicaram a ideia de recência positiva e outros, de recência negativa. Ou seja, quando viram que só saíram tampinhas laranjas, acharam que as próximas deveriam ser laranjas (recência positiva). Outros, ao observarem que já saíram duas tampinhas laranjas, acharam que a próxima deveria ser azul (recência negativa). São comportamentos interessantes de se observar, que estão associados à ideia de probabilidade subjetiva. Na Figura 5 há um exemplo de respostas dos alunos.

3. Considerações Finais

Com este trabalho foi possível estudar o potencial de atividades sobre a aleatoriedade, pois as atividades apresentadas no curso e aplicadas em sala de aula geraram discussões produtivas, tanto no curso como na escola.

Em sala de aula, houve reflexões em grupo e ao final de cada tarefa, realizei um fechamento sobre o assunto. Na atividade I, expliquei sobre a diferença do significado de “improvável” e “impossível”.

Na atividade II, retomei o conceito de “padrão” e “regularidade”, contrapondo-os ao de “aleatoriedade”. Se as tabelas de dupla entrada da atividade “matrix” fossem aleatórias, não seria possível prever que desenho seria mais adequado para completar a tabela.

Já na atividade III, expliquei o que é espaço amostral, visto que esse termo não era muito familiar aos alunos. Ao exemplificar o espaço amostral utilizando as tampinhas, ficou mais evidente.

Foi possível retomar diversos conceitos de probabilidade através das atividades em questão, que foram dinâmicas e diferentes das usuais. Ao invés do método tradicional de aula expositiva, foram realizadas dinâmicas em grupo, permitindo a discussão de soluções além de trabalhar com elementos de jogo ao completar as tabelas de dupla entrada, envolvendo assim o elemento da ludicidade, que entreteu e motivou os alunos a resolverem as questões.

As três atividades envolveram aspectos que os alunos já vivenciaram em algum momento da vida. Na atividade I foram apresentadas frases sobre situações do cotidiano para classificar como “improvável” ou “impossível”. A atividade II lembra passatempos ou jogos de desafios matemáticos, envolvendo polígonos e uso de cores. A atividade III remete a sorteios e possibilidades.

Dessa forma, ao trazer elementos familiares aos alunos, essas atividades se tornam mais acessíveis e divertidas aos alunos. Ademais, as tarefas envolvem habilidades da BNCC de anos anteriores, reforçando o estudo de habilidades antigas, o que possui ligação com o conceito do currículo espiral, incentivado pela BNCC.

De um modo geral, os estudantes gostaram das atividades e utilizaram seus conhecimentos sobre probabilidade de um modo diferente do comum e de maneira lúdica. As atividades, ao contarem com elementos do cotidiano, contribuem para que o aluno compreenda conteúdos de probabilidade e revise conhecimentos, sendo assim, úteis para professores de Matemática.

No Quadro 1 estão descritas as potencialidades e os desafios observados ao longo da aplicação das atividades em sala de aula.

Quadro 1. Observações

Assunto	Descrição
Potencialidades	<ul style="list-style-type: none">- O uso de atividades relacionadas com o dia a dia pode auxiliar na assimilação de assuntos de probabilidade.- As atividades apresentadas no projeto incentivam o trabalho em grupo e propicia uma discussão de ideias entre professores.- A ludicidade nas atividades contribui para uma maior articulação e discussão dos alunos na resolução das questões.
Desafios	<ul style="list-style-type: none">- Explicar assuntos de probabilidade pode ser complexo aos alunos, apesar das atividades trazerem situações favoráveis de aprendizado. Por exemplo, é difícil para o estudante acreditar que em uma caixa com 10 tampinhas azuis e 10 laranjas, saiam 7 tampinhas azuis ao realizar uma retirada de 7 objetos sem reposição. Sabe-se que isso é uma possibilidade, entretanto, improvável.- Há ideias que precisam ser retomadas, como a de espaço amostral, visto que tiveram dificuldades para compreender e descrevê-lo nas situações-problema. É preciso apresentar exemplos e retomar esse conceito.

Fonte: Autoria própria.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

BRUNER, J. S. **O processo da educação.** 3. ed. São Paulo : Nacional, 1973. 87p.

BRYANT, P; NUNES, T. **Children's understanding of probability:** a literature review. London: Nuffield Foundation, 2012.

LIMA, C. N. M. F.; NACARATO, A. M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em matemática. **Educação em Revista**, v. 2, n. 2, p. 241 266, 2009.

NAKANO, R. M. **Explorando probabilidade no Ensino Fundamental por meio de um jogo de búzios.** 2024. Orientadora: Prof.^a Dr.^a Viviana Giampaoli. 65f. Dissertação - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2024.

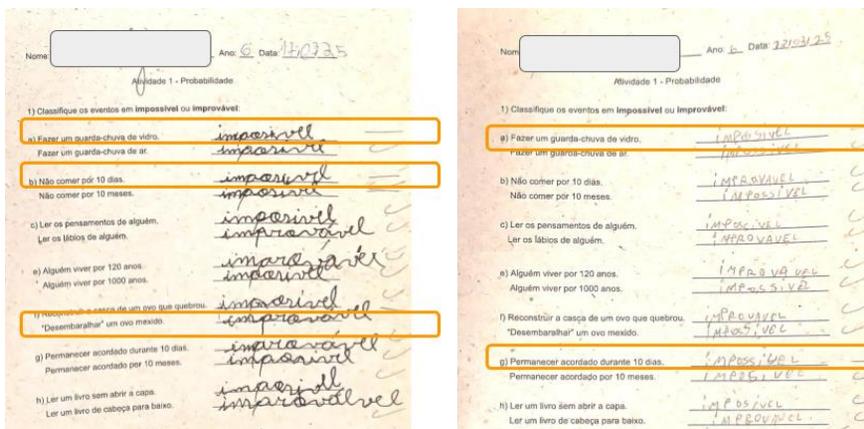
Anexos

Figura 2. Explorando o espaço amostral com tampinhas



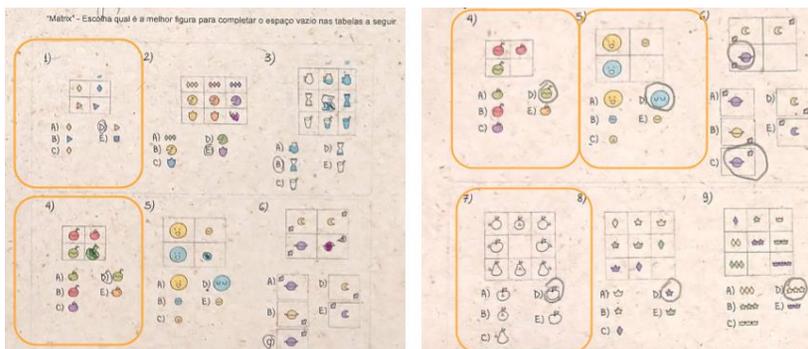
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3. Resolução de alunos na atividade “impossível ou improvável”



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 4. Resoluções na atividade “Matrix”



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5. Resoluções na atividade “Apontadores”

Problem Statement: Se tirar uma tampinha laranja, é mais provável que a próxima seja laranja ou azul? Explique.

Solutions:

- 1) 1/10 laranja 50% porque tem 50**
- SE VOGUE TIRA LARANJA 50% SÓ DE LARANJA DE NOVO**
- É MAIS PROVÁVEL SER 50% DE LARANJA DO QUE 50% DE AZUL**
- É mais provável dos dois. Porque os dois são iguais. EXPLIQUE: LARANJA 50% PORQUE TEM 50**
- EXPLIQUE: LARANJA POR QUE TEM 50% LARANJA DO QUE AZUL.**
- 1) EXPLIQUE: SE TIRAR 50% DE LARANJA TAMBIÉM É CHANCE DE TIRAR A MESMA QUANTIDADE DE AZUL SE NÃO É MESMA QUANTIDADE**

Greenboard Summary:

2) Se há 5 tampinhas laranja e 5 azuis. Qual deve ser a próxima a ser tirada?

a) [5 orange icons] [5 blue icons]

b) [5 orange icons] [5 blue icons]

Qual deve ser a próxima?

a) [5 orange icons] [5 blue icons]

b) [5 orange icons] [5 blue icons]

Recência positiva (under a)

Recência negativa (under b)

Additional Notes:

- 1) 1/10 porque tem 5 laranja**
- 2) 1/10 porque é uma vez em 10 uma laranja.**

Fonte: Dados da pesquisa

5 - Probabilidade e Risco na sala de aula dos Anos Finais: um desafio da prática docente

Lourdes Pereira da Silva¹¹

Marcel Santos de Queirós¹²

1. Introdução

Eu sou professor Marcel, licenciado em Matemática há 12 anos e nesse momento, atuo na rede Municipal de Ensino da capital, recebi um convite para participar do projeto da Universidade Cruzeiro do Sul e imediatamente aceitei, pois ao longo desses anos, minha percepção é de que a Probabilidade, tema do projeto, embora presente nos currículos de São Paulo, é frequentemente abordada de forma superficial ou descontextualizada. Juntamente a essa questão, tenho observado que muitos estudantes apresentam dificuldade em compreender conceitos probabilísticos e em aplicar esses conhecimentos em situações reais. Essa constatação me levou a buscar estratégias mais eficazes de ensino, que valorizassem a construção de significados, o uso de situações- problema e a articulação com temas contemporâneos, desses cenários surgiu meu interesse pelo projeto.

Além disso, acredito que falar de probabilidade para os anos finais não é simplesmente discutir sobre a aplicação da fórmula define minha expectativa para o curso.

$$P(a) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favoráveis}}{\text{n}^\circ \text{ de casos possíveis.}}$$

¹¹ Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. . lourdes.snavarro@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0003-3434-5616>.

¹² Especialista em Educação Especial, Inclusiva e Políticas de Inclusão pela Faculdade Batista de Minas Gerais. marcelqueiros.9369945@edu.sme.prefeitura.sp.gov.br; <https://orcid.org/0009-0001-5643-0996>.

A partir daqui o texto será construído com a colaboração de uma das participantes do curso, doutoranda da Universidade, que acompanhou a aplicação da atividade em sala de aula. Em conjunto, apresentamos o relato sobre nossa experiência no curso, observações e aprendizados de forma a descrever o impacto que o projeto trouxe para o nosso contexto profissional.

Concordamos com a relevância do ensino e da aprendizagem de Probabilidade e Risco, tema central do projeto de pesquisa *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental* desenvolvido pela Universidade Cruzeiro do Sul em parceria com o Instituto Itaú Cultural. O objetivo do projeto foi desenvolver conhecimentos, competências e habilidades em um grupo de professores de Matemática na perspectiva do Letramento Probabilístico, com base nos estudos de Gal (2005). A intenção era aprofundar conceitos e concepções relacionados ao tema, sem se distanciar das necessidades atuais dos currículos escolares e das práticas docentes, conforme as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018). Além disso, investigou-se, junto aos participantes, maneiras de aprimoramento para a compreensão do objeto de conhecimento pelos estudantes.

O projeto foi organizado com encontros presenciais de 4 horas aos sábados, no campus Liberdade, da própria universidade, com início no mês de março e término em agosto de 2025. Iniciamos o curso dialogando sobre o tema probabilidade e as intenções do projeto, logo compreendemos as inovações na prática para o processo de ensino e aprendizagem que se consolidava no tema Probabilidade e Risco. A estrutura do curso foi baseada em Bryant e Nunes (2012), para os autores as demandas cognitivas dos estudantes podem ser mobilizadas em quatro categorias para aprendizagem, são elas que definiram as fases do projeto:

- Aleatoriedade
- Espaço amostral
- Cálculo e comparação de probabilidades
- Compreendendo a correlação (ou relações entre eventos) – risco

As interações foram voltadas tanto para o contexto teórico quanto para o prático, enfatizando como podemos trabalhar com essa temática desde os anos iniciais, concentrando nossos debates em *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*. As noções de acaso, que são estudadas desde o 1º ano

do ensino fundamental 1, “(EF01M24) Classificar eventos aleatórios, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano - Currículo da cidade – matemática - foram o ponto de partida para nossas discussões, seguindo para sugestões de atividade práticas e atividades envolvendo determinismo e acaso, como por exemplo a Atividade (matrix game): completando uma tabela de dupla entrada (matriz). Os encontros seguintes ficaram centrados na premissa inicial, já apresentada. Realizamos atividades visando a prática e aprofundamento do conteúdo escolhido, a promoção de debates e estratégias, bem como a troca de vivência e experiências. Uma etapa de extrema importância foi a apresentação dos conceitos de: O que é probabilidade? Seguindo os tópicos:

- Definição Clássica
- Definição Frequencista
- Definição Geométrica
- Definição Subjetiva
- Definição Axiomática
- Função Probabilidade

Em um dos encontros contamos com a palestra da ilustre Professora Doutora Terezinha Nunes, trazendo contribuições pertinentes à nossa prática, bem como uma reflexão acerca do processo de sistematização da resolução de problemas. Ela destacou em sua fala a transposição didática, dando ênfase aos conceitos de: Saber pedagógico, Saber matemático e Saber pedagógico do conteúdo.

No decorrer do curso, os professores vivenciaram algumas atividades com a proposta de aplicação aos seus estudantes, incluindo um roteiro com orientações para o desenvolvimento em sala de aula. O objetivo era que se pudesse observar as possibilidades de aprendizagem desses estudantes das turmas regulares das escolas municipais nas quais os professores participantes atuam. Foi solicitado que ao final da prática, houvesse uma culminância para socialização das propostas. É importante destacar que tal atividade trouxe uma contribuição significativa, mostrando que algumas barreiras são reais em vários contextos diferentes, e que resultados positivos são possíveis com diversos estudantes.

A experiência ocorreu na Escola Municipal Professor Lorenço Manoel Sparapan, pertencente a Diretoria Regional de Educação Campo Limpo, localizada na cidade de São Paulo, no âmbito da Secretaria Municipal

de Educação, com uma turma de 7º ano. A escolha do tema — o lançamento de um dado — visou proporcionar uma situação concreta e acessível para explorar o conceito de equiprobabilidade, favorecendo uma aprendizagem significativa e conectada à vivência dos estudantes.

Para Deborah Ball (2000), o ensino eficaz da matemática exige que o professor se dedique ao aprofundamento do seu conhecimento sobre os conteúdos que ensina sendo capaz de mobilizá-los em situações didáticas respeitem o raciocínio dos estudantes. Ball, Thames e Phelps (2008), consideram que dominar o conhecimento do conteúdo é compreender como se antecipar aos questionamentos levantados pelos alunos, como se preparar para as dúvidas que poderão surgir e como reconhecer os conhecimentos prévios acerca do conteúdo matemático que está sendo tratado, além disso os professores precisam estar atentos as ideias que surgem por parte dos alunos para que possam complementá-las sem ignorar a potencialidade que trazem e os encaminhamentos que direcionam para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Essa perspectiva esteve presente no planejamento e na condução da atividade, que buscou ir além da mera aplicação de fórmulas, promovendo a análise, a argumentação e a compreensão dos significados envolvidos nos eventos aleatórios. Notamos que em muitas situações na rotina escolar, o desenvolvimento dos conceitos de probabilidade é apresentado de forma superficial, explorando em muitas situações o campo teórico em detrimento à prática.

Na mesma direção, Coutinho(2010) enfatiza que o ensino de probabilidade deve partir de experiências reais e manipuláveis, favorecendo a construção de significados a partir da experimentação. O uso do dado como objeto didático nessa atividade propiciou aos estudantes uma exploração concreta das ideias de chance e regularidade, respeitando os ritmos e modos de pensar de cada estudante.

Vale lembrar que o Pensamento Probabilístico, em sua essência, necessita de atenção redobrada e considerando sua definição afirmamos que o conhecimento do conteúdo e a necessidade de aprofundamento teórico e pedagógico é primordial para o desenvolvimento do tema. Gal (2005), evidencia que:

Noções de aleatoriedade, independência e variação devem ser entendidas não apenas por si mesmas, mas também como blocos de construção para a compreensão de um quarto par de

grandes ideias complementares, previsibilidade e incerteza (e noções relacionadas ao risco e confiança) (GAL, 2005, p. 53).

Essa concepção reforça a importância de desenvolver nos estudantes habilidades que os preparem para lidar com situações de incerteza, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada.

Além disso, a proposta do projeto está alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) que estabelece, no componente curricular de Matemática, a unidade temática Probabilidade e Estatística como parte do desenvolvimento das competências gerais e específicas da área. O documento orienta que, ao final do Ensino Fundamental, os estudantes sejam capazes de analisar informações estatísticas e probabilísticas para tomar decisões e formular conjecturas, desenvolvendo o pensamento crítico e a argumentação matemática. O texto introdutório da área de Matemática na BNCC (Brasil, 2018) descreve:

A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos. (BNCC, 2018, p. 272).

O trecho citado não faz menção direta ao termo risco, fato que se observa por toda unidade temática Probabilidade e Estatística. Contudo, em sua estrutura, propõe o desenvolvimento de habilidades relacionadas à incerteza e à tomada de decisões baseados em dados, conceitos intrinsecamente ligados à análise de risco e em conformidade com as concepções do PISA (Brasil, 2019) que considera essas habilidades como essenciais para o convívio social, pois, segundo seu teor, trata-se de desenvolver habilidades para lidar, racionalmente, com situações de incerteza, variabilidade e risco - princípios inerentes à probabilidade presentes em nosso dia a dia.

Para o projeto, as habilidades mobilizadas na aplicação da atividade e relacionadas aos conceitos previstos no Currículo da Cidade, ensino fundamental, matemática, foram:

- **(EF06M25)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvam o cálculo ou a estimativa de probabilidades e expressá-la por uma representação fracionária ou percentual.
- **(EF07M25)** Solucionar problema que envolvam noções de espaço amostral e de probabilidade de um evento, apresentando resultados por meio de representações fracionárias ou porcentagens.

2. Desenvolvimento da Atividade

Durante a atividade, os estudantes participaram de experimentos com dados comuns de seis faces, realizando registros, contagens e comparações entre resultados esperados e observados. As discussões em grupo permitiram que os estudantes formulassem hipóteses e as testassem na prática, compreendendo que, apesar da teoria indicar chances iguais (1/6) para cada face, na prática podem ocorrer variações, sobretudo com número reduzido de tentativas.

A metodologia adotada favoreceu o diálogo, a investigação e a construção coletiva do conhecimento. Os estudantes foram protagonistas de seu processo de aprendizagem, o que está em consonância com a proposta da BNCC(2018) de valorização da autonomia, da argumentação e da resolução de problemas.

A atividade foi dividida em etapas bem definidas para garantir a organização e a clareza no processo de ensino e aprendizagem:

2.1 – Organização da turma:

Os estudantes foram organizados em duplas, de modo a favorecer a colaboração, o diálogo e a troca de ideias durante toda a atividade. A escolha dos parceiros foi decidida pelos estudantes, visando estabelecer maior conforto e segurança para realizar a atividade proposta.

Figura 1. Fotografia dos estudantes organizados em duplas



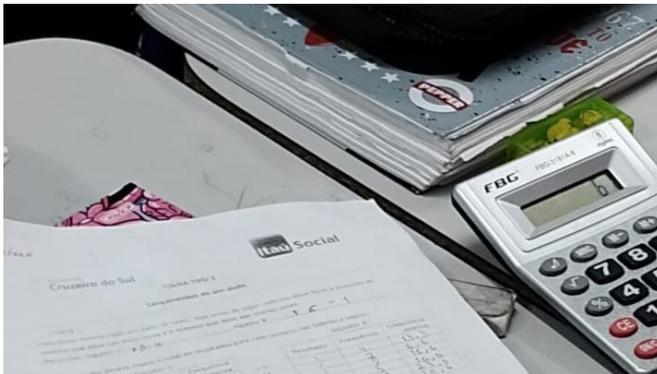
Fonte: Dados da pesquisa

2.2 – Distribuição dos materiais:

Cada dupla recebeu um kit contendo:

- 2.3 Dois dados de seis faces (um para cada estudante);
- 2.4 Fichas de registro para anotar os resultados dos lançamentos;
- 2.5 Uma calculadora para facilitar os cálculos de soma e frequência.

Figura 2. Calculadora



Fonte: Dados da pesquisa

2.3 – Combinados:

Antes de iniciar a prática, foram explicadas as regras da atividade, seguindo um roteiro previamente elaborado.

Figura 5. Folha com orientação para aplicação da atividade

Itaú Social  **Universidade
Cruzeiro do Sul**

Orientações para aplicação das atividades das folhas-tipo 3 e 4

Folha tipo 3

1. **Objetivo:** Reconhecer que no lançamento de um dado (honesto) as probabilidades de sair qualquer um dos números são iguais.
2. **Material necessário para cada aluno:** Dívida a sala em duplas e forneça uma folha-tipo3 para cada dupla. Forneça, também, um dado de formato cúbico com números de 1 a 6 em cada uma das faces.
3. **Desenvolvimento – sugestão**
Fale inicialmente que cada aluno deverá lançar um dado 30 vezes e que eles deverão anotar a quantidade (frequência) de cada um dos números, preenchendo as duas tabelas (a do jogador A e a do jogador B). No entanto, peça que antes de jogar os dados cada aluno dê seu palpite sobre o número que deverá sair mais vezes. Procure investigar a razão de eles terem escolhido o número – se foi de fato palpite ou a crença de que, por exemplo, o número 6 é mais difícil de sair do que os outros. Depois, eles deverão obter a soma das frequências de cada número, preenchendo a terceira tabela. A depender do ano escolar, se você julgar conveniente, peça para não preencherem as colunas referentes às frequências relativas, tendo em vista que esses preenchimentos envolvem o cálculo de porcentagens.
4. **Conclusões:** é provável que as frequências de cada um dos números seja aproximadamente 10 para cada dupla, mas isso poderá não acontecer. Você poderá obter a soma das frequências de todos os alunos da classe. Converse com eles sobre o que deveria acontecer se o total de lançamentos fosse superior a 10.000. por exemplo.

Fonte: Dados da pesquisa

2.4 – Abordagem inicial:

Foi iniciada uma conversa com os estudantes a partir das perguntas:

- “Quando jogamos um dado, que número vocês acham que sai mais vezes?”
- “E qual número que vocês acham que sai menos vezes?”

Essas perguntas permitiram levantar hipóteses iniciais e acessar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre aleatoriedade e sorte.

2.5 – Explicações conceituais:

Foram introduzidos e explicados os conceitos de:

- Evento aleatório;
- Eventos independentes e dependentes.

Essas noções foram apresentadas de maneira contextualizada, com exemplos do cotidiano e dos jogos de azar.

2.6 – Realização do experimento:

Cada estudante foi orientado a lançar o dado 30 vezes, anotando os resultados em uma tabela individual (jogador A e jogador B). Antes de iniciar os lançamentos, a cada estudante foi solicitado registrar seus palpites sobre:

- Qual número acreditava que sairia mais vezes;
- Qual número sairia menos vezes.

Após a realização dos lançamentos, as duplas somaram as frequências de cada número e preencheram uma terceira tabela com os dados consolidados. Esse passo foi importante para observar padrões e discutir a distribuição dos resultados.

3. Reflexão e Sistematização

Após a realização do experimento com lançamentos de dados, promoveu-se um momento coletivo de análise e discussão dos dados obtidos. Os estudantes notaram que, embora houvesse variações entre os resultados das duplas, os números tenderam a aparecer com frequências próximas ao longo dos 60 lançamentos realizados por cada grupo. Essa constatação abriu espaço para a introdução do conceito de probabilidade teórica, explicando-se que, em um dado honesto de seis faces, a chance de cada número ser sorteado é de $1/6$, ou aproximadamente 16,7%.

Nesse contexto, foi possível trabalhar a distinção entre a probabilidade teórica (calculada com base em raciocínio matemático e suposições sobre a equiprobabilidade dos eventos) e a probabilidade experimental (baseada nos resultados obtidos na prática). A análise coletiva permitiu explorar o papel do acaso e da quantidade de repetições: quanto mais vezes o experimento é realizado, mais os resultados observados tendem a se aproximar da distribuição teórica esperada, o que evidencia o conceito de lei dos grandes números de forma intuitiva.

A atividade prática foi desenvolvida à luz da perspectiva de ensino defendida por Deborah Ball (2008), que destaca a importância de experiências matemáticas que promovam o raciocínio e a construção de sentido por parte dos estudantes. A autora evidencia que ao evitar fórmulas prontas, o professor, oportuniza que seus estudantes realmente pratiquem matemática, investiguem,

criem conjecturas, testem hipóteses, construindo o conhecimento pela experiência.

Complementando essa abordagem, Coutinho(2007) ressalta o papel da mediação docente na organização das situações de aprendizagem e na sistematização dos conhecimentos. O professor atua como alguém que escuta os raciocínios dos estudantes, valoriza suas estratégias e os conduz a reflexões mais amplas e estruturadas. Nesse caso, o professor possibilitou a transição do conhecimento empírico (probabilidade experimental) para o conhecimento formal (probabilidade teórica), articulando os saberes dos estudantes com os conceitos da matemática escolar.

Figura 6. Professor realizando a mediação



Fonte: Dados da pesquisa

Assim, o momento de sistematização não apenas consolidou os aprendizados, mas também deu visibilidade ao processo de construção do conhecimento, valorizando o percurso investigativo e o papel ativo dos estudantes na aprendizagem da matemática mediado pelo professor.

4. Avaliação e Resultados

A avaliação foi concebida não apenas como um instrumento de verificação do desempenho discente, mas como uma prática contínua e formativa, alinhada à perspectiva de Coutinho (2010), que defende a avaliação como um processo mediador da aprendizagem. Ao longo da prática pedagógica, os registros de observação, as interações em sala e as devolutivas construídas colaborativamente possibilitaram identificar os avanços e as dificuldades dos estudantes. Com base em Deborah Ball (2009), essa análise permitiu repensar estratégias de ensino a partir de evidências reais de

aprendizagem, destacando a importância do conhecimento especializado do professor para intervir de forma precisa nas situações didáticas.

Os resultados obtidos demonstram que, ao incorporar práticas avaliativas formativas e flexíveis, os estudantes se engajaram de forma mais ativa no processo de aprendizagem. Verificou-se uma melhora na participação, no raciocínio e na resolução de problemas.

Pode-se perceber a importância de propor atividades diferenciadas por meio da participação efetiva dos estudantes, atenção, comentários.

5. Considerações Finais

A atividade mostrou-se eficaz na desconstrução de ideias equivocadas ou intuitivas que os estudantes tinham sobre sorte e probabilidade. A prática, aliada à análise e reflexão, permitiu que os estudantes reconstruíssem seus conceitos com base em evidências concretas. Além disso, o trabalho em duplas incentivou o diálogo matemático e o desenvolvimento do pensamento crítico, aspectos essenciais no processo de aprendizagem da matemática.

A experiência demonstrou que o ensino de probabilidade pode ser significativo quando parte de situações práticas e investigativas. O uso de dados como recurso manipulável facilitou a compreensão de conceitos complexos como aleatoriedade, frequência e equiprobabilidade.

Atividades como essa são fundamentais para tornar o ensino da matemática mais atrativo, participativo e conectado com o cotidiano dos estudantes, contribuindo para uma aprendizagem mais sólida e contextualizada.

Conclui-se que a avaliação, quando compreendida como um processo dialógico e formativo, pode contribuir significativamente para o aprimoramento da prática docente e para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes. A partir das contribuições de Coutinho(2010), percebe-se a urgência de deslocar a avaliação de um viés classificatório para uma prática de acompanhamento e mediação. Em consonância, Deborah Ball(2008) reforça a necessidade de o professor dominar não apenas o conteúdo, mas também os saberes pedagógicos específicos para tomar decisões informadas e responsivas. Assim, o entrelaçamento entre avaliação, conhecimento docente e prática reflexiva mostrou-se fundamental para a promover uma educação mais equitativa, eficaz e centrada no sujeito.

Além disso, observou-se a atuação e condução da prática do professor e comportamento dos estudantes durante a aplicação da atividade, o processo foi de suma importância pois é possível verificar a relevância de atividades contextualizadas e conduzidas com intencionalidade. A relação já existente entre os estudantes e o professor se estreita e vai ao encontro das afirmações de Ponte (2014), ele ressalta que a formação, ao incluir o desenvolvimento profissional docente, torna-se um espaço de desafios e de aprendizado, pois o professor amplia seu conhecimento enquanto forma sua identidade profissional.

Como observador vale salientar que é essencial que o professor domine o conteúdo de forma aprofundada, não para resolução de questões complexas, mas, sobretudo, para compreender os fundamentos que sustentam tanto problemas simples quanto mais elaborados. Essa compreensão envolve identificar as habilidades requeridas para a resolução de tais questões, bem como compreender quais são efetivamente desenvolvidas pelos estudantes no contexto da sala de aula.

Esse raciocínio é respaldado pelas concepções de Ball, Thames e Phelps (2008), pois os autores consideram que dominar o conhecimento do conteúdo é compreender como se antecipar aos questionamentos levantados pelos estudantes, como se preparar para as dúvidas que poderão surgir e como reconhecer os conhecimentos prévios acerca do conteúdo matemático que está sendo tratado, além disso os professores precisam estar atentos as ideias que surgem por parte dos estudantes para que possam complementá-las sem ignorar a potencialidade que trazem e os encaminhamentos que direcionam para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Referências

BALL, D. L. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. **Journal of Teacher Education**, v. 51, n. 3, p. 241–247, 2000.

BALL, D. L., THAMES, M. H., & PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special. **Journal of Teacher Education**, v.59, n.5, p.389-407, 2008.

BALL, D. L., & BASS, H. **With an eye on the mathematical horizon: knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures.** Paper presented at the 43rd Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Oldenburg, Germany. Retrieved, 2009.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Relatório Nacional – PISA 2018.** Brasília, DF: INEP, 2019.

BRASIL Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRYANT, Peter. NUNES, Terezinha. **Children's understanding of probability**: a literature review. Nuffield Foundation. 2012.

COUTINHO, C. Q. S. **Conceitos probabilísticos**: quais conceitos a história nos aponta? Revista Eletrônica de Educação Matemática, v.2, n.1, 2007.

COUTINHO, C. Q. S. **Probabilidade**: contexto e construção do letramento probabilístico. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GAL, I. Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school**. Springer, p. 39-63, 2005.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: 208 SME/ COPED, 2019.

6 - Criando cultura matemática através de contextos probabilísticos

Luccas Silva¹³

1. Introdução

Tomei conhecimento do projeto por indicação da coordenadora da escola. Por atuar em uma unidade com proposta pedagógica diferenciada, demonstrei interesse imediato em buscar novas ideias aplicáveis ao meu contexto. Durante os encontros, as discussões propiciaram o surgimento de diversas ideias, com múltiplos pontos de vista tanto dos colegas cursistas quanto da equipe de formadores. Essa diversidade de perspectivas mostrou-se bastante potente para o direcionamento das atividades.

O presente texto tem como objetivo relatar uma experiência didática sobre aleatoriedade, desenvolvida com turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Professor Ernesto de Moraes Leme, pertencente à Diretoria de Ensino Pirituba Jaraguá, da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

2. Relato de Experiência

Desde o início do ano letivo, atuo como professor regente dessa unidade escolar, localizada no Jardim Santa Lucrecia, na região do Jaraguá. É relevante destacar que uma parcela significativa dos estudantes se encontra em situação de vulnerabilidade socioeconômica. Além disso, a escola possui um Projeto Político-Pedagógico (PPP) diferenciado, com ênfase na ação e na prática, visando tornar os estudantes verdadeiros protagonistas do processo de aprendizagem.

Em decorrência dessa abordagem, os docentes que atuam na unidade precisam sair de sua zona de conforto e buscar metodologias ativas de ensino.

¹³ Mestrando no Profinat pelo Instituto Federal de São Paulo. silvaluccas1999@gmail.com ; <https://orcid.org/0009-0008-7978-4333>.

Devido a esse desafio, houve pouca adesão de professores de matemática ao projeto ao longo dos anos, o que resultou em turmas do nono ano com significativa defasagem na disciplina. Em outras palavras, os estudantes apresentavam uma pequena cultura matemática.

Inicialmente, planejei construir com os alunos uma situação envolvendo uma caixa com 160 objetos, os quais possuíam três formas (redonda, quadrada ou triangular) e três cores (azul, vermelha ou verde). No entanto, ao refletir sobre o tempo necessário para a confecção do material, optei por adaptar a atividade utilizando recursos disponíveis na escola. A partir de sólidos geométricos e peças de tangram, organizei a seguinte situação: dez objetos, sendo quadrados ou triângulos, nas cores vermelha ou verde.

Figura 1. Fotografia da caixa de probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa.

Utilizando um recurso digital, projetei no telão, por meio da câmera do celular, a imagem da mesa onde os objetos estavam dispostos. Inicialmente, questionei os alunos em qual cor apostariam: vermelha ou verde? Em seguida, avancei para perguntas como: "Qual é mais provável?" e "Existe alguma garantia?". Prossegui com a retirada de objetos sem reposição, de modo que, em determinado momento, alguns eventos tornavam-se determinísticos e não

probabilísticos. Por exemplo, após a retirada de quatro quadrados, era certo que o próximo objeto seria um triângulo.

Na primeira aula, dediquei-me ao experimento coletivo, focando na discussão dos conceitos de provável, improvável e certeza – adaptando a terminologia para adequá-la ao nível de compreensão dos estudantes.

Na segunda aula, solicitei que voluntários realizassem a retirada dos objetos. Nesse momento, introduzi a definição clássica de probabilidade como a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Foram propostos questionamentos como: "Qual a probabilidade, em porcentagem, de retirar um triângulo? Um quadrado? Um triângulo verde?" – entre outros. A escolha de dez objetos facilitou o cálculo mental e ágil das probabilidades.

Figura 2. Estudante escolhendo os objetos da caixa de probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa.

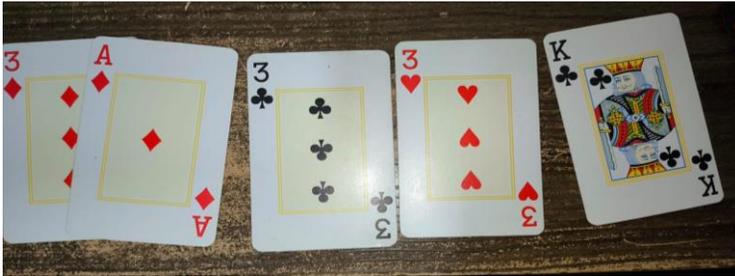
Figura 3. Projeção da situação no telão



Fonte: Dados da pesquisa.

Na terceira aula, apresentei uma situação análoga no contexto de apostas. Seleccionava cinco cartas de baralho, sendo três vermelhas e duas pretas, e pedia a um voluntário que apostasse na cor da próxima carta a ser virada. Utilizei dinheiro fictício para simular apostas e explorei diferentes cenários: com e sem reposição. Após as rodadas, construí uma tabela na lousa comparando o número de acertos daqueles que apostaram a favor da probabilidade versus os que apostaram contra. Em todas as turmas, o número de acertos foi maior entre os que seguiam a probabilidade. Foi possível, inclusive, promover uma breve discussão sobre equilíbrio probabilístico, questionando, por exemplo, se faria sentido apostar a mesma quantia em cada cor quando restavam duas cartas vermelhas e uma preta.

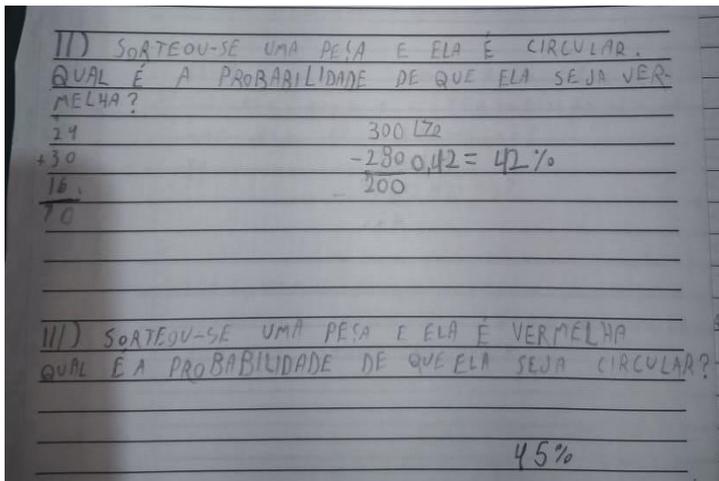
Figura 4. Cartas



Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, na quarta aula, retomei a ficha inicialmente planejada e solicitei que os alunos entregassem suas resoluções. Esse momento foi utilizado para sistematizar os conceitos de probabilidade e espaço amostral. Os resultados foram satisfatórios: mesmo com a defasagem prévia, houve um número significativo de acertos.

Figura 5. Solução ficha



Fonte: Dados da pesquisa.

3. Considerações Finais

Apesar da significativa defasagem em matemática apresentada pelos estudantes, os resultados obtidos revelaram-se bastante positivos. Verificou-

se um considerável número de acertos na atividade proposta, cabendo ressaltar que a maioria dos erros cometidos decorreu de falhas na execução de operações de divisão – uma lacuna proveniente de conteúdos de anos anteriores, e não propriamente do tema em questão. Diante disso, é plausível afirmar que os alunos demonstraram uma compreensão adequada dos conceitos de improvável e impossível, além de provavelmente terem tido seu primeiro contato sistematizado com noções básicas de probabilidade. Tais aspectos permitem considerar os resultados satisfatórios.

A utilização do contexto de apostas, combinada com o recurso digital de projeção das ações em tempo real, mostrou-se fundamental para captar e manter a atenção dos estudantes. Sem esse caráter concreto e lúdico, já familiar ao cotidiano discente, dificilmente seria possível alcançar uma compreensão generalizada dos conceitos probabilísticos trabalhados.

Portanto, entende-se que um ensino eficaz e significativo depende de constante discussão e reflexão pedagógica. Nesse sentido, o professor tem que sempre buscar ser um intelectual sobre sua prática, tarefa que demanda tempo e dedicação. Assim, evidencia-se a importância de projetos de formação continuada destinados aos docentes, os quais constituem um elemento crucial para o desenvolvimento de práticas educacionais inovadoras e contextualizadas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: 208 SME/COPED, 2017.

7 - Matrix: atividade com tabelas de dupla entrada com alunos de 8^{os} anos

José Carlos Suzuki¹⁴

1. Introdução

Em nossa escola – Emef Armando de Arruda Pereira – há um grupo de Whatsapp administrado pela gestão em que cursos de atualização e de formação são divulgados para os professores com a finalidade de pontuação para a carreira.

O Projeto Probabilidade e Risco, por ser aos sábados, com carga horária adequada para as nossas necessidades e com bolsa de estudos para despesas de transporte, despertou nosso interesse. Podemos também dizer que despertou certa curiosidade pelo título. Afinal, a palavra “Probabilidade” na graduação está sempre acompanhada da palavra “Estatística”, mas, curiosamente, a palavra “Risco” prometia uma abordagem diferenciada, o que foi plenamente comprovada.

Em nossos encontros, pudemos rever e aprofundar o conhecimento sobre a aleatoriedade, definição de espaço amostral, cálculo e comparação de probabilidades e compreensão do risco (associação de variáveis). Discutimos sobre o material prático oferecido e conseguimos aplicar em nossos alunos do ensino fundamental.

Com base na aplicação do material, observa-se um trabalho centrado em situações aleatórias usuais (lançamentos de dados/moedas, sorteios, contagem de possibilidades, leitura de gráficos e tabelas) e no diálogo com experiências dos alunos. Esse formato é coerente com a introdução de ideias centrais (espaço amostral, frequência, comparação entre probabilidade teórica e experimental) e favorece a coleta de dados para discussão em sala, elemento-chave para avançar da intuição para a formalização.

¹⁴ Pós-graduado em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas. profsuzukimeister@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0000-6374-6385>.

2. Alinhamento curricular (BNCC + Currículo da Cidade – SME/SP)

BNCC (Anos Finais) destaca progressão que vai de cálculo de probabilidades simples e comparação com experimentos (6º) até eventos compostos e independência (8º–9º). Códigos frequentemente mobilizados: EF06MA30 (probabilidade em forma fracionária/decimal/percentual e comparação com experimentos), EF07MA34 (planejar/realizar experimentos e simulações), EF08MA22 (espaço amostral, princípio multiplicativo e soma das probabilidades), EF09MA20 (eventos independentes e dependentes). (EFAPE, Nova Escola)

- Currículo da Cidade – Matemática (SME/SP): orienta o trabalho de Probabilidade articulado à Estatística e às práticas de investigação, leitura crítica de dados e tomada de decisão — coerente com a proposta de sondagens e sequências investigativas. (Acervo Digital)
- Sondagem/Diagnóstico na rede municipal: a SME oferece documentos e plataforma de sondagem que amparam o planejamento por evidências (pré e pós-intervenção). Inserir itens de probabilidade nesses instrumentos potencializa intervenções mais precisas. (Secretaria Municipal de Educação, Acervo Digital)

Considerando as discussões apresentadas, este estudo tem como propósito relatar uma experiência pedagógica voltada ao ensino de probabilidade, com ênfase na compreensão da aleatoriedade. A prática foi desenvolvida em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental II, em uma Escola Municipal à Diretoria de Ensino Santo Amaro, no contexto da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

3. Relato de Experiência

Aplicamos o material denominado Matrix no 8º ano da turma A do Ensino Fundamental 2.

Explicamos que era um teste e que seria parte de um trabalho de pesquisa da Universidade Cruzeiro.

Distribuímos as folhas impressas a cada aluno, que estavam dispostos em fileiras.

Pedimos para que fizessem individualmente, em silêncio, observando cada situação e as opções oferecidas usando o conhecimento próprio.

Quase não houve questionamentos e os alunos entenderam imediatamente o formato da atividade.

Pedimos que comentassem o teste e eles, em grande maioria, acharam fácil de fazer.

Analisando os resultados podemos afirmar:

- a. A questão 2 teve 100% de acertos – apenas duas colunas e duas fileiras facilitou a decisão.
- b. A questão 4 teve 81% de acertos (uma das menores) – o aluno deveria deduzir que a moldura é quadrada.
- c. A questão 8 teve 81% de acertos (uma das menores) – o aluno deveria deduzir que seria um círculo com os cortes horizontais.
- d. A questão 3 teve 85% de acertos – o aluno deveria deduzir a cor amarela dos pentágonos.
- e. A questão 5 teve 85% de acertos – o aluno deveria deduzir a posição o retângulo cinza na parte superior à direita do retângulo maior.
- f. Os alunos autistas (com laudo ou com suspeitas) não tiveram dificuldade em realizar o teste.

4. Considerações Finais

Potenciais observados do material

- Usa experimentos simples para discutir acaso e variação
- Incentiva representações (tabelas/diagramas), úteis para transitar entre linguagens (verbal → tabular → fracionária/decimal/percentual).

Principais dificuldades que tendem a emergir (e como enfrentá-las)

- Discutir o que é uma tabela de dupla entrada.

Referências

BATANERO, Carmen; ÁLVAREZ-ARROYO, Rocío. Teaching and learning of probability. **ZDM–Mathematics Education**, v. 56, n. 1, p. 5-17, 2024.

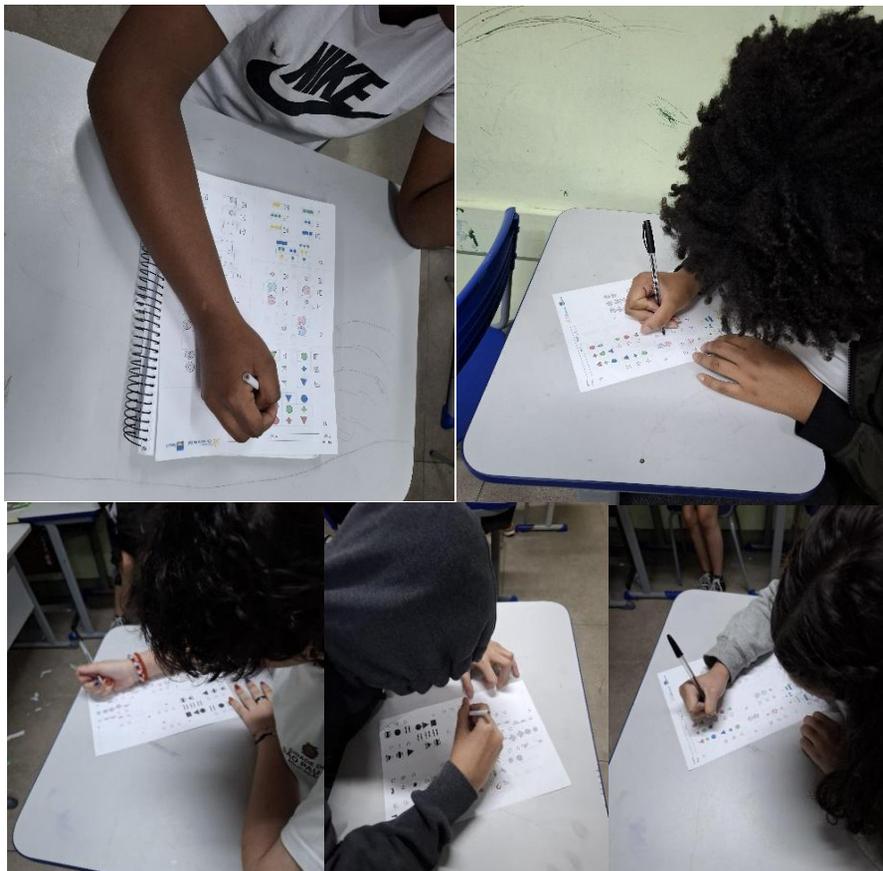
BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF:

2018.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica (COPED, 2017). **Currículo da Cidade – Matemática (SME/SP)**: diretrizes para investigação, leitura crítica de dados e tomada de decisão.

Anexos

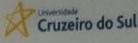
Figuras 1 a 5. Fotografias de alunos fazendo a atividade



Fonte: Dados da pesquisa

Figuras 6 e 7. As folhas de atividades

Nome: _____
 Prof.: _____ Ano: ____ Data: ____/____/____




1)

A B C D E F

2)

A B C D E F

3)

A B C D E F

4)

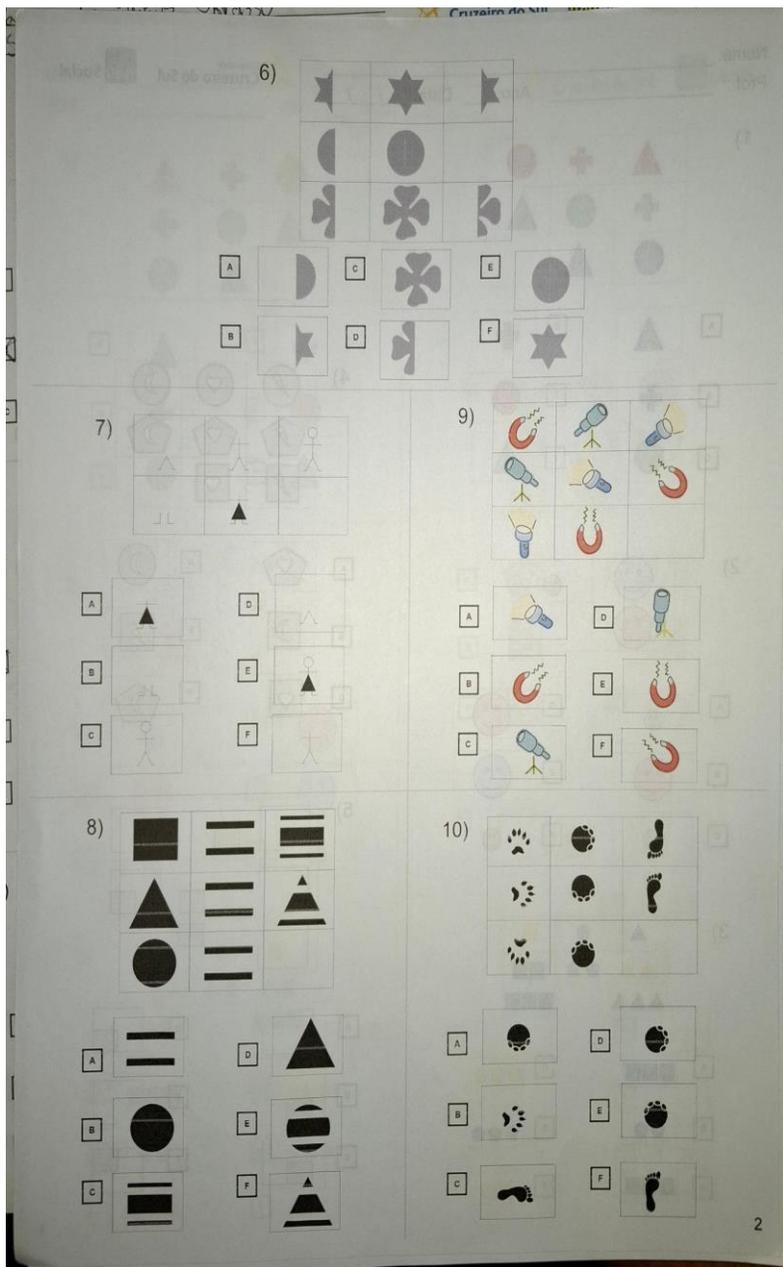
A B C D E F

5)

A B C D E F

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8. Matrix página 1



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 9. Matrix página 2 - Planilha com resultados por aluno com totais por aluno e por questão.

APLICAÇÃO DO TESTE MATRIX			8º ANO A	2025	26 ALUNOS		PROF SUZUKI		DATA DA APLICAÇÃO		20/05/2025
POR QUESTÃO	25	26	22	21	22	24	23	21	23	24	
% ACERTOS	96%	100%	85%	81%	85%	92%	88%	81%	88%	92%	
NOME	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	TT AC
RYAN	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9
PIETRO	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
GABRIEL M	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
MIGUEL B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
LUISA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
JULIA E	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
LUYS H	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
ANA CL	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
GUSTAVO	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6
LUIS AM	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
PEDRO G	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
MIGUEL H	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	8
ANA J	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	9
LUIS G	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	8
PEDRO 2	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	8
PEDRO 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
NICOLAS	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	8
JULIA F	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	8
STELLA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
ISABELLY	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	8
KAIO	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	2
POLLYANA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
JASMINE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
YASMIM	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
GUSTAVO H	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	8
SAMARA	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	9
NATIELY	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	7

Fonte: Dados da pesquisa

8 - Um relato de experiência sobre a aleatoriedade em uma turma do 8º ano

Ana Cristina Motta da Silva¹⁵

1. Introdução

O projeto foi divulgado no grupo de Whatsapp da EMEF Presidente João Pinheiro, unidade em estava lotada em 2024, através de um link para inscrição, na qual preenchi e fiquei aguardando retorno com maiores informações. Em fevereiro de 2025 recebi um e-mail na qual fui convocada para presencialmente obter maiores informações sobre o projeto. No auditório da Universidade Cruzeiro do Sul – Unicsul – Campus Liberdade, fui recebida pelos professores orientadores e coordenadores do projeto, preenchi um questionário e fui informada sobre os objetivos, período, dia e horário dos encontros e tema a ser desenvolvido, assim como sobre a ajuda de custo mensal.

Os encontros foram orientados pelo professor Ruy Pietropaolo, que durante todos os encontros abordou o tema Probabilidade e Risco, propondo atividades práticas individuais e em grupos, com a proposta de levantamento de hipóteses, coleta de resultados para posterior observação, discussão e análise dos resultados obtidos, sempre com o objetivo de fundamentar conceitos de aleatoriedade, voltadas para a aplicação nas séries finais do Ensino Fundamental II. Assim, frente às considerações apresentadas, o presente texto tem por objetivo apresentar um relato de experiência sobre aleatoriedade desenvolvido em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, pertencente à Diretoria de Ensino Penha no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

¹⁵ Pós-graduada em Supervisão e Coordenação Escolar pela Universidade Cidade Verde. ana.motta2005@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0006-5882-4485>.

2. Relato de Experiência

Foram aplicadas duas atividades para a turma do 8ºano B, divididas em dois dias e três aulas. Organizei os estudantes em grupos e, no primeiro dia (1 aula), apresentei os conceitos de situações possíveis (muito prováveis e pouco prováveis) e impossíveis. Conversei com a turma que participou ativamente com exemplos, em seguida, entreguei a atividade impressa para que discutissem e fizessem as classificações de cada situação proposta, e, fizemos a correção coletiva discutindo sobre seus registros e conclusões. No segundo dia (2 aulas) os estudantes foram dispostos nos mesmos grupos da aula anterior. Iniciei utilizando o material da SME – Caderno da Cidade – Saberes de Aprendizagens, com atividade sobre aleatoriedade no lançamento de moedas, discutimos sobre os resultados não serem possíveis de serem determinados antes dos lançamentos e unimos teoria e prática. Após a realização desta atividade, todos receberam a folha da atividade sobre lançamento de dados, determinação da frequência absoluta e relativa. Orientei os estudantes a estimarem individualmente qual resultado teria maior e menor frequência, e que deveriam realizar 30 lançamentos, anotar seu “palpite” antes do lançamento e o resultado obtido na tabela de frequência, em seguida, distribuí calculadora para todos, e orientei sobre o cálculo das frequências relativas, checagem dos resultados e realização de arredondamentos necessários. Quando todos haviam preenchido suas tabelas, realizamos o compartilhamento das informações e observação dos resultados obtidos, questioneei se as estimativas anotadas dos resultados de maior e menor frequência se confirmaram, e de forma unânime responderam que não, e assim, partimos para a observação grupo a grupo sobre os resultados mais frequentes e menos frequentes, fazendo com que os alunos chegassem a conclusão sobre o conceito de aleatoriedade e o quão variável pode ser os resultados obtidos.

3. Considerações Finais

Desenvolver projetos investigativos na sala de aula é sempre um desafio, pois muitas são as demandas que implicam no sucesso das atividades propostas, como disponibilidade de material, preparação dos estudantes, questões disciplinares e o pensar sobre como envolvê-los, principalmente porque vivemos na era digital. Mas, ao mesmo tempo é um pensar sobre inovar e trazer à aprendizagem ativa, um aprender com os erros e, principalmente construir através de suas próprias percepções as possibilidades de conclusões

que se alinham com os conceitos estudados. Foi muito interessante realizar as atividades e experimentos com os estudantes.

Percebi que eles se envolveram e gostaram bastante e, principalmente, houve uma real compreensão dos conceitos estudados, associados às atividades práticas tornando a aprendizagem realmente significativa. Também pude observar que muitos foram os conceitos envolvidos, não só o de aleatoriedade mas, a realização de contagens, preenchimento de tabela e compreensão do que são as frequências absoluta e relativa, pude retomar procedimentos de cálculo de porcentagens, conceitos de arredondamentos, estimativas e da probabilidade em si, estive no papel de mediadora, atendendo cada grupo e cada aluno individualmente, ouvindo-o e orientando em sua dúvida e, até mesmo observando a sua linha de pensamento e construindo os saberes de forma orgânica. Foi uma aula muito mais dinâmica e enriquecedora para todos.

Foi a fundamentação do que cita Freire (1996, p. 25), “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”. Mas para chegar a essas aulas, foram necessários planejamento, organização, cópias das atividades e separação de materiais tais como os dados e as moedas, no qual a U.E. disponibilizou prontamente. Acredito que o projeto foi de suma importância para a minha formação quanto educadora e me despertou o olhar para uma reformulação das aulas por mim ministradas, trazendo a cada encontro e a cada atividade desenvolvida, analisada e discutida um leque de opções sobre a prática docente.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: 208 SME/COPEd, 2017.

Anexos

Figura 1. Alunos em grupos analisando a atividade do Caderno da Cidade e realizando o lançamento de moedas e observação da face superior



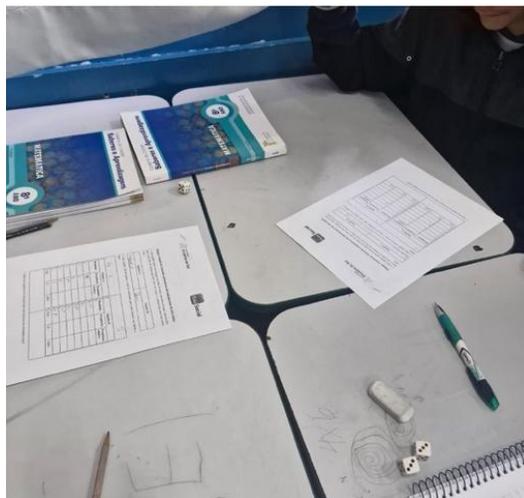
Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 2. Registro do estudante do lançamento da moeda e observação da face superior



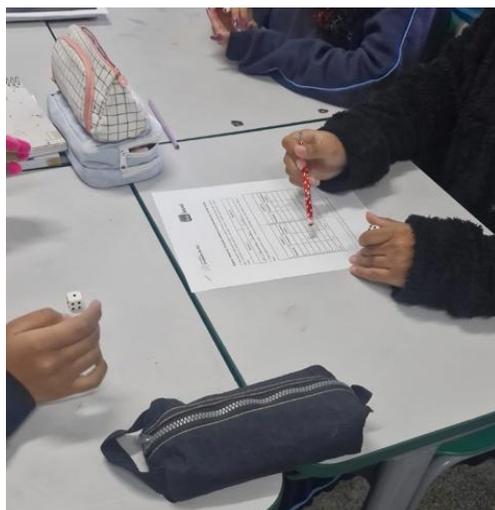
Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 3. Estudantes observando o material e analisando a atividade de lançamento de dado e observação da face superior.



Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 4. Estudantes jogando os dados e anotando os resultados obtidos.



Fonte: Dados da Pesquisa

9 - Relato de experiência: impossível versus improvável

Andreza Patricia de Oliveira Ferrari¹⁶

1. Introdução

O presente relato de experiência tem origem em um projeto pedagógico desenvolvido no âmbito do Ensino Fundamental, com foco na temática de probabilidade. O projeto foi organizado em encontros presenciais, com atividades práticas e reflexivas sobre situações cotidianas que envolvem noções de acaso, previsibilidade e incerteza. As aulas foram planejadas de forma a aproximar os conceitos matemáticos da realidade dos estudantes, favorecendo a aprendizagem por meio de exercícios contextualizados e atividades em grupo. Frente às considerações apresentadas, o presente texto tem por objetivo relatar a experiência de ensino de probabilidade vivenciada em sala de aula, destacando o desenvolvimento, as aprendizagens e os desafios do processo.

2. Relato de Experiência

A atividade foi organizada em duas partes: Improvável versus Impossível e Pouco Provável versus Muito Provável. Em duplas e trios, os estudantes receberam fichas impressas contendo situações-problema e deveriam classificar cada enunciado de acordo com sua percepção.

Entre as afirmações estavam, por exemplo, “ganhar na Mega-Sena”, “um meteoro atingir uma pessoa”, “ver uma formiga em um jardim” e “o sol nascer amanhã”. Essa estratégia gerou discussões ricas, nas quais os alunos confrontaram suas ideias, negociaram significados e justificaram suas escolhas. A professora atuou como mediadora, instigando os estudantes a explicarem seus raciocínios e fazendo conexões entre as respostas e o conceito

¹⁶ Licencianda em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho e Matemática pela Universidade Metropolitana de Santos. .andrezapa@sme.prefeitura.sp.gov.br; <https://orcid.org/0009-0003-7360-442X>.

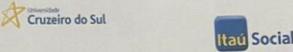
de probabilidade matemática. A figura 1 a seguir ilustram momentos da atividade e a figura 2 ilustra uma das respostas dos estudantes:

Figura 1. Estudantes durante a atividade de probabilidade.



Fonte: dados da pesquisa

Figura 2. Respostas da atividade de probabilidade



FOLHA TIPO 2

IMPOSSÍVEL VERSUS IMPROVÁVEL

Parte I. IMPROVÁVEL VERSUS IMPOSSÍVEL

Para cada par de sentenças, decida qual delas é impossível e qual é improvável. Registre o que você escolher.

- Fazer um guarda-chuva de vidro. Resposta: Improvável
Fazer um guarda-chuva de ar. Resposta: Impossível
- Não comer por 10 dias. Resposta: Improvável
Não comer por 10 meses. Resposta: Impossível
- Viver por 120 anos. Resposta: Improvável
Viver por 1000 anos. Resposta: Impossível
- Colagem de uma casca de ovo quebrada de volta no ovo. Resposta: Improvável
"Desembaralhar" um ovo mexido. Resposta: Impossível
- Permanecer acordado durante 10 dias. Resposta: Improvável
Permanecer acordado por 10 meses. Resposta: Impossível
- Ganhar na Mega sena. Resposta: Improvável
Ganhar na Mega sena sem ter jogado. Resposta: Impossível

Parte II. POUCO PROVÁVEL VERSUS MUITO PROVÁVEL

Para cada afirmação decida se é pouco provável, muito provável, certeza ou impossível.

- Você flutuar no ar sem nenhum equipamento. Resposta: Pouco Provável
- Um meteorito atingir uma pessoa. Resposta: Pouco provável
- Ver uma formiga em um jardim. Resposta: Muito provável
- Ficar sem trânsito em São Paulo na hora do rush. Resposta: Pouco provável
- Encontrar um dinossauro vivo no parque do Ibirapuera. Resposta: Pouco Provável
- A morte de um ser vivo. Resposta: Pouco provável
- Ter lição de casa após a aula. Resposta: Muito provável
- A água ferver a 100 graus Celsius ao nível do mar. Resposta: Pouco provável
- Chover em um dia de verão com muito calor. Resposta: Muito Provável
- O sol nascer amanhã. Resposta: Muito Provável
- Lançar um dado 10 vezes e obter 6 em todos os lançamentos. Resposta: Pouco Prov
- Lançar dois dados numerados de 1 a 6 e obter uma soma maior que 1 e menor que 13. Pouco
- Lançar dois dados numerados de 1 a 6 e obter uma soma igual a 1. Pouco Provável

Fonte: dados da pesquisa

3. Considerações Finais

A implementação da aula de probabilidade demonstrou grande potencial para favorecer a aprendizagem significativa dos estudantes. As atividades estimularam a argumentação, o pensamento crítico e a aplicação prática dos conceitos matemáticos. Entre os principais avanços observados, destacam-se:

A capacidade dos estudantes de diferenciar eventos impossíveis, improváveis e prováveis;

A motivação em participar de discussões coletivas;

A percepção de que a matemática está presente em situações do cotidiano.

Por outro lado, alguns desafios foram identificados, como:

A dificuldade inicial de alguns estudantes em compreender a diferença entre “impossível” e “improvável”;

A tendência de relacionar probabilidade apenas a sorte ou acaso, exigindo mediação constante do professor para ampliar a compreensão.

Assim, o projeto contribuiu para o desenvolvimento de habilidades previstas na BNCC e no Currículo da Cidade, especialmente no campo da probabilidade e estatística.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/COPED, 2017.

10 - Relato de Experiência – Probabilidade no 6º Ano do Ensino Fundamental

Roberta Silva de Oliveira¹⁷

1. Introdução

A oportunidade de estudar o tema probabilidade veio da participação em uma formação oferecida pela diretoria de ensino Pirituba-Jaraguá denominada Aprender e Ensinar, onde foi disponibilizada a inscrição no Curso Presencial de Extensão em Probabilidade para Professores de Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul e do Instituto Itaú Social.

Nesta oportunidade desenvolvemos atividades para serem aplicadas em sala de aula com os estudantes do 6º ano. Em meio aos estudos realizados, verificamos que os estudantes demonstravam curiosidade em relação a jogos e situações de sorte, mas tinham dificuldades em compreender como a Matemática estava presente nesses contextos. Sabendo que as escolas públicas municipais, em sua maioria, estão localizadas em comunidades com muitas vulnerabilidades sociais, percebemos que era necessário aproximar o conteúdo do cotidiano para que tivesse significado.

Assim, pensamos em sequências didáticas apoiadas no Caderno da Cidade – Matemática. Também pensamos em adaptações razoáveis, de modo que todos pudessem participar e compreender o tema dentro de suas possibilidades. Essas adaptações foram inspiradas na importância de garantir aos jovens, especialmente em contextos de vulnerabilidade, condições reais de acesso ao conhecimento e ao exercício da cidadania.

O objetivo principal foi possibilitar que os estudantes identificassem, classificassem e experimentassem noções de aleatoriedade e chance em diferentes contextos, desenvolvendo a compreensão de que a probabilidade faz parte das nossas escolhas cotidianas.

¹⁷ Pós-Graduada em Educação Matemática pela Faculdade Oswaldo Cruz. pr robertinha@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0003-1235-3973>.

2. Relato de Experiência

A sequência didática foi desenvolvida em quatro momentos principais. No primeiro momento procuramos desenvolver atividades explorando exemplos de lançamentos de moeda e sorteios de números. Os grupo de professores foi convidado a discutir quais resultados seriam certos, possíveis ou impossíveis. Essa atividade inicial permitiu levantar hipóteses e valorizar o conhecimento prévio do grupo. Em seguida, organizamos uma tabela de classificação de situações do dia a dia. Em grupos, analisamos e discutimos as situações, registrando as respostas na tabela como a apresenta o exemplo a seguir:

Situação	Muito provável	Pouco Provável	Improvável	Impossível
Chover em São Paulo em Novembro	X			
Tirar cara ao lançar uma moeda		X		
Ver um elefante andando na rua			X	
Comer merenda na escola	X			
Ganhar na Megasena sem jogar				X

Realizamos atividades práticas com moedas, dados e cartas improvisadas. Registramos os resultados e depois comparamos com as previsões iniciais. Esse momento trouxe mais concretude para a compreensão de que a probabilidade está ligada tanto a previsões quanto a experimentações.

Durante todo o processo, procuramos adaptar a linguagem, os exemplos e os materiais de acordo com a realidade das turmas. Isso possibilitou maior envolvimento e favoreceu que todos pudessem participar, mesmo aqueles que demonstravam maior dificuldade com a Probabilidade.

3. Considerações Finais

O trabalho com probabilidade trouxe diferentes aprendizagens. O grupo de professores se envolveram bastante quando a proposta envolvia práticas concretas ou situações ligadas ao cotidiano. Foi possível perceber que a Matemática, quando contextualizada, gera interesse e abre espaço para o diálogo e a troca de experiências.

Entre os desafios enfrentados esteve a heterogeneidade das turmas. Enquanto alguns, rapidamente compreenderam as noções de provável e improvável, outros precisaram de retomadas e explicações com exemplos. As adaptações razoáveis, inspiradas na perspectiva dos estudantes, foram fundamentais para garantir a participação de todos, respeitando suas condições de acesso ao conhecimento.

De modo geral, a sequência didática ampliou as aprendizagens e mostrou que a probabilidade não é apenas um conceito abstrato, mas algo presente nas nossas decisões diárias, desde a previsão do tempo até os jogos e brincadeiras.

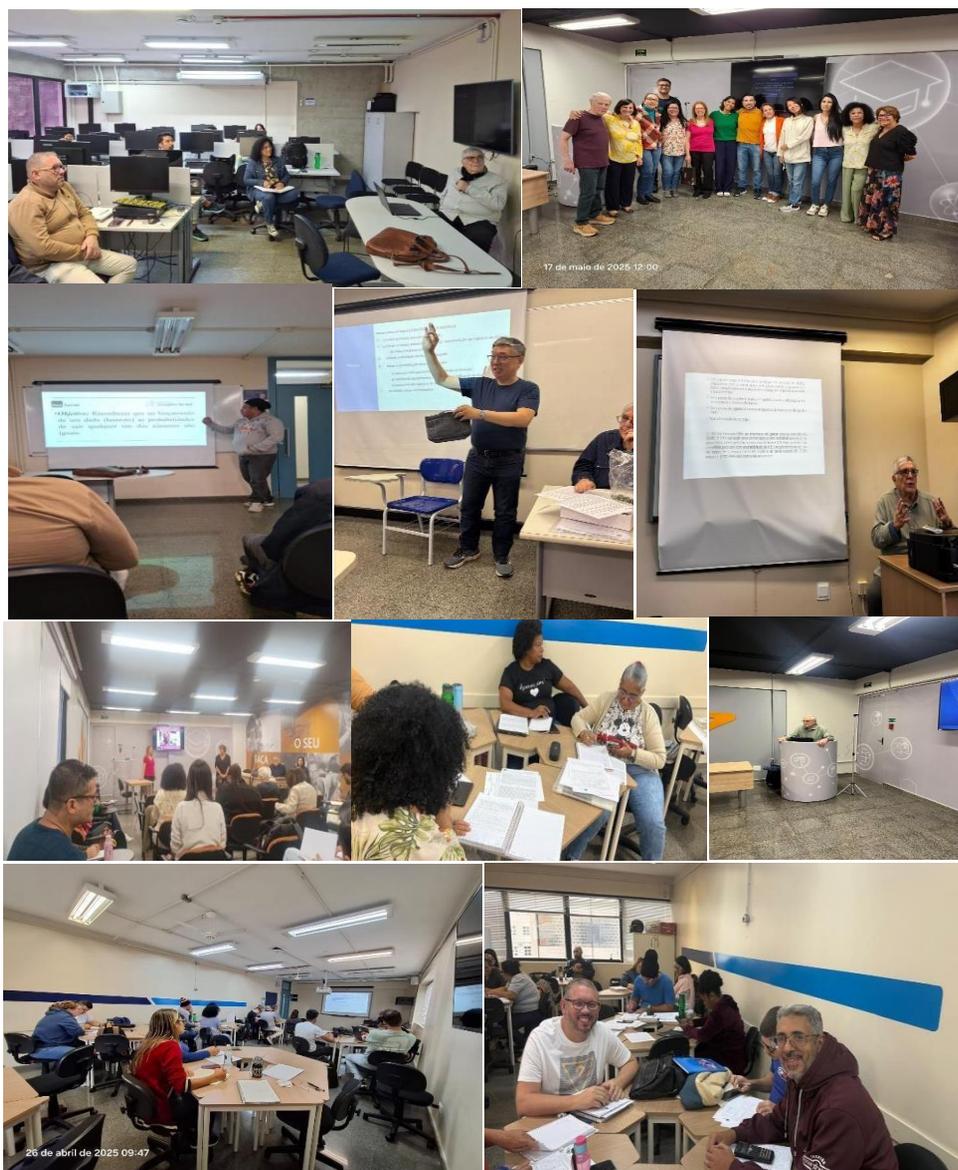
Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/COPED.

Anexos

Figura 1. Fotos das formações



Fonte: dados da pesquisa.

11 - Explorando espaços amostrais e aleatoriedade: caminhos para o Ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental

*Sonia Maria da Gloria de Lima de Carvalho.*¹⁸

1. Introdução

Discorrer sobre como chegou no Projeto; como o Projeto foi organizado, apresentando uma síntese dos encontros.

O interesse em participar do projeto surgiu da necessidade de aprofundar o estudo da estatística e da probabilidade como parte essencial da formação matemática. Quando foi divulgado em minha unidade escolar, logo despertou minha curiosidade.

O tema envolvendo Probabilidade pareceu-me sugestivo por sua presença marcante no cotidiano e pela relevância no currículo escolar. Minha expectativa era permitir que os estudantes compreendessem melhor situações que envolvem incertezas, previsões e tomadas de decisão. O interesse partiu tanto da observação de dificuldades recorrentes entre os alunos quanto da percepção de que o trabalho com problemas contextualizados poderia tornar o aprendizado mais significativo.

O Projeto foi organizado em 17 encontros presenciais, aos sábados, com início em 08 de março. Cada encontro teve um foco específico, sempre articulando teoria, exemplos práticos e momentos de discussão coletiva. A organização buscou equilibrar a exposição de conteúdos com atividades investigativas, jogos, experimentos e análise de situações reais.

Iniciamos estudando e refletindo sobre as Similaridades e diferenças entre as OADs (Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento). No decorrer

¹⁸ Pós-graduada em Neuropsicopedagogia pela Faculdade Casa Branca. sonia.gloria@sme.prefeitura.sp.gov.br; <https://orcid.org/0009-0002-7860-7155>.

do curso, foram apresentados temas como: Teoria da Probabilidade, Aleatoriedade, O Acaso e a Medicina, o Princípio da Incerteza, Probabilidade e suas definições Clássica, Geométrica, Frequentista, Subjetiva e Axiomática.

Fizemos leituras importantes como a do artigo “Um percurso pela história da Probabilidade” e “Como ensinar matemática de forma que ela seja útil”, de Hans Freudenthal.

Pudemos vivenciar experimentos como o Matriz Game (tabela de dupla entrada), o “Jogo Interrompido” e atividade com bolinhas de gude, além de diversas atividades envolvendo aleatoriedade, espaço amostral, padrões, cálculo e comparação de probabilidades, relações entre eventos e risco.

Discutimos atividades envolvendo determinismo e acaso e atividades envolvendo as noções de Impossível, Improvável, Pouco Provável, Medianamente Provável e Muito Provável.

Analisamos atividades envolvendo associação de variáveis em tabelas de dupla entrada: tabela de contingência.

Discutimos e refletimos acerca de “Saber probabilidade e saber pedagógico sobre probabilidade”.

Participamos da palestra da Prof^a Dr^a Terezinha Nunes, da University of Oxford, intitulada “Usando a matemática para entender o mundo.” Num outro encontro, tivemos o privilégio da presença do pesquisador Professor Miguel.

Frente às considerações apresentadas, o presente texto tem por objetivo apresentar um relato de experiência sobre aleatoriedade desenvolvido em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, da escola CEU Emef Mara Cristina Tartaglia Sena, pertencente à Diretoria de Ensino Ipiranga, no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

2. Relato de Experiência

Quando os estudantes trabalham com aleatoriedade e espaço amostral, surgem algumas dificuldades bem recorrentes, pois esses conceitos envolvem tanto o raciocínio lógico quanto a abstração matemática. O aprendizado destes conceitos ocorre de forma gradual, partindo de experiências concretas até chegar à formalização matemática.

Iniciei a aula perguntando:

“Quando jogamos uma moeda, conseguimos prever o resultado?”

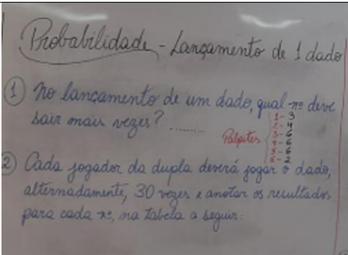
“E se jogarmos um dado, como saber o que vai sair?”

Introduzi a ideia de que o **espaço amostral (S)** é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Exemplo: lançar um dado $\rightarrow S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Assim, exploramos ideias de acaso e imprevisibilidade e provoqueei reflexões sobre a diferença entre certeza, incerteza e possibilidade.

Pedi que formassem duplas. Havia 27 alunos presentes, destes, 2 fizeram sozinhos, por livre escolha, sendo 1 não alfabetizado e 1 com deficiência intelectual, para os quais a atividade foi adaptada e as orientações foram individualizadas. Após explicar e passar as orientações na lousa, solicitei que primeiro cada um desse seu palpite sobre qual número sairia mais vezes.

Figura 1. Registros na lousa

Orientações na lousa	Palpites	
	Nº. 1 – 3	Nº. 4 – 6
	Nº. 2 – 4	Nº. 5 – 6
	Nº. 3 – 6	Nº. 6 – 2

Fonte: Dados da pesquisa

Em seguida, copiaram a tabela a ser preenchida com os lançamentos dos dados.

Parte I - Expliquei como seria a dinâmica, como fariam as anotações, o que era Frequência Absoluta e Frequência Relativa. A FR deveria ser representada/calculada em fração, decimal e porcentagem.

Parte II – Os estudantes tinham que somar as frequências da dupla e preencher a segunda tabela.

Figura 2. Segunda tabela a ser preenchida

Parte I

Resultado	Componente	FA	Frequência Absoluta	FR	Frequência Relativa
1	17		5		$\frac{5}{30} = 16,6\%$
2					
3					
4					
5					
6					
Total =		30			$\frac{30}{30} = 1 = 100\%$

Qual jogador da dupla fez a melhor prova, por que?

Parte II

① Copie pronta a tabela abaixo com a soma dos resultados de 2 jogadores

TOTAL		FR	Frequência Relativa
Resultado	Frequência Absoluta		
1			
2			
3			
4			
5			
6	60		$\frac{60}{60} = 1 = 100\%$

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3. Foto dos estudantes organizados.





Fonte: Dados da pesquisa

Parte III – Por fim, construímos uma tabela com a soma das frequências de todos os estudantes da turma. Como fechamento da atividade, perceberam e compreenderam que quanto mais lançamentos fazemos, mais a frequência vai se igualando para todos os números (espaço amostral dos dados).

3. Considerações Finais

A atividade possibilitou que os estudantes percebessem, de maneira prática e lúdica, a diferença entre o resultado de um experimento e o conjunto de todas as possibilidades que podem ocorrer. Através dos lançamentos dos dados, compreenderam que, embora não seja possível prever com certeza qual resultado sairá em cada tentativa, é possível identificar e organizar todos os resultados possíveis, constituindo o espaço amostral.

O trabalho em duplas favoreceu a troca de ideias e a resolução de dúvidas, além de incentivar a organização dos dados coletados em tabelas e diagramas. Isso contribuiu para superar dificuldades comuns, como esquecer ou repetir resultados.

Os estudantes aprenderam as noções de espaço amostral pela experimentação, pela enumeração dos casos possíveis e pela organização em representações visuais (tabelas) e compreenderam a definição formal. Esse

processo combinou prática e abstração, favorecendo a consolidação do conceito. Os estudantes passaram a usar o espaço amostral como base para calcular probabilidades, analisar eventos e comparar resultados.

Assim, conclui-se que a vivência concreta do experimento foi fundamental para a construção do conceito de aleatoriedade e de espaço amostral, permitindo que os alunos avançassem do senso comum sobre o acaso para uma compreensão mais sistematizada e matemática da probabilidade.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: 208 SME/COPED, 2017.

12 - Reflexões sobre o processo formativo para aprender e ensinar Probabilidade e Risco

Alexandre de Paula da Cunha¹⁹

1. O aprender e o ensinar

O presente relato refere-se a aplicação das atividades “lançamento de 1 dado” e “lançamento de dois dados”, onde apliquei em duas turmas do 9º ano, no qual os acompanho há 3 anos).

Ao desenvolver a primeira atividade (lançamento de 1 dado), percebeu-se que os estudantes apresentaram facilidade na construção da tabela, bem como na previsão das possibilidades possíveis, não apresentando recenseamento positivo ou negativo. Mesmo assim, como em ambas as salas temos estudantes que apresentam grandes dificuldades em matemática, solicitei apoio de uma professora CJ na aplicação e no acompanhamento destes estudantes. Com exceção de uma estudante, que ainda está em nível de alfabetização, todos os outros conseguiram desenvolver todas as etapas sem muitas dificuldades.

Quando questionei qual seria a probabilidade de sair valores específicos nos dados, alguns estudantes apresentaram alguma dificuldade em visualizar que a probabilidade de incidência seria a mesma para todos, pois em suas tabelas, ocorreu uma grande incidência de resultados 3. Em discussão com o grupo de estudantes, fizemos a comparação de cada um dos grupos. Após esse comparativo, esse grupo pode constatar que um outro grupo obteve uma incidência maior de resultado 6, e no outro, de resultado 1. Decidimos então trocar os dados para verificar se poderia ser por conta disso, ocorrendo agora a mudança do resultado, aparecendo uma diferenciação mínima entre as

¹⁹ Especialista em Educação Especial pela Universidade Estadual Paulista. alexandre.cunha@sme.prefeitura.sp.gov.br; <https://orcid.org/0009-0005-8701-6842>.

incidências dos resultados. Com isso, os próprios estudantes entraram em um consenso de que a probabilidade de incidência dos resultados seria a mesma para qualquer valor. Construímos uma tabela e, fazendo uso do excel, esboçamos o gráfico das possibilidades. Ao sugerir que utilizássemos mais resultados, os estudantes fizeram mais lançamentos, onde chegamos a um total de 100 lançamentos, ratificando a igualdade de possibilidades.

Quando apliquei a segunda atividade (lançamento de 2 dados e soma dos resultados), a situação foi um pouco diferente. Os estudantes do 9º A desenvolveram a atividade com tranquilidade, até o momento onde fomos montar a tabela e o gráfico, onde a grande maioria dos estudantes já identificou que haveria uma diferença entre a atividade anterior, dizendo que as possibilidades não seriam iguais. Houve então uma discussão entre os estudantes de qual seria a probabilidade de ocorrência das somas. Essa discussão se tornou até um pouco animada, onde os estudantes da sala decidiram fazer mais lançamentos para provar sua teoria. Ao final, constataram que quanto mais próximo do meio das somas, maior eram as possibilidades, desenvolvendo assim a representação gráfica, constatando essa teoria e a ratificando.

Quando iniciei a segunda atividade com o 9º B, os estudantes apresentaram grande dificuldade, não em fazer a soma ou elaborar a tabela, mas em constatar que haveria uma diferenciação entre as possibilidades de soma, dependendo dos valores obtidos. Foi necessário que elaborássemos uma tabela em separado, mostrando as possibilidades de cada soma, mesmo assim, grande parte dos estudantes apresentaram dificuldade em identificar que nos valores centrais das somas, as probabilidades de incidência seriam maiores. Alguns estudantes continuavam defendendo que a probabilidade seria a mesma, ou muito próxima, como ocorrido na primeira atividade.

Decidi então, fazer uma amostragem coletiva, reproduzindo a montagem da tabela e do gráfico na tela da sala. Somente com isso que a maioria dos estudantes conseguiram visualizar a real probabilidade de cada soma.

O material que utilizei foi o que trabalhamos durante algumas das aulas do curso de Probabilidade, além da abordagem que foi de grande valia para a abordagem do tema. O curso nos trouxe elementos que não havia cogitado utilizar nas aulas, o que se mostrou um grande aliado na maneira que abordei os temas. Com certeza facilitou o entendimento dos estudantes e amplificou não só a dos estudantes quanto ao tema abordado mas também a

minha como educador, vislumbrando maneiras mais otimizadas e directivas para desenvolver esses temas, os quais muitas vezes se tornam um grande obstáculo para nós professores.

2. Considerações Finais

Inicialmente, os estudantes mostraram facilidade com um dado, embora alguns tivessem dificuldade em compreender que a probabilidade de cada resultado é a mesma, uma concepção que foi retificada através de discussões e lançamentos adicionais. No entanto, a atividade com dois dados e a soma dos resultados apresentou um desafio maior, onde a turma 9º A prontamente identificou que as probabilidades de soma não seriam iguais, confirmando com mais lançamentos. Já a turma 9º B encontrou dificuldades em visualizar a diferença nas probabilidades de soma, exigindo uma abordagem mais visual e coletiva para a compreensão. Cabe destacar que, o material e a abordagem do curso de Probabilidade foram fundamentais para o sucesso das atividades, otimizando o processo de ensino-aprendizagem tanto para os alunos quanto para o educador.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

13 - Relato de experiência sobre a formação em Probabilidade e risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Luiz Fabiano da Silva²⁰

1. Introdução

No primeiro semestre e início do segundo semestre de 2025, tive a oportunidade de participar ativamente do projeto de formação e pesquisa *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*, promovido pela Universidade Cruzeiro do Sul em parceria com o Itaú Social, sob a orientação dos professores doutores Edda Curi e Ruy Pietropaolo. O projeto reuniu professores da rede Municipal e Estadual de São Paulo com o objetivo de aprofundar conhecimentos teóricos e práticos sobre o ensino de probabilidade, um tema considerado de nível sensível e de difícil compreensão pelos estudantes, conforme apontado no Currículo da Cidade de São Paulo e pelos resultados das avaliações externas aplicadas nas escolas municipais, como a Prova São Paulo.

Os encontros ocorreram semanalmente aos sábados, totalizando 120 horas de formação. Foram abordados temas como aleatoriedade, espaço amostral, cálculo de probabilidades, correlação entre eventos e avaliação de riscos, sempre com base em atividades práticas e discussões pedagógicas fundamentadas em pesquisas de autores como Terezinha Nunes e Peter Bryant.

Diante da impossibilidade de aplicar as atividades em sala de aula no momento – devido à minha atuação como professor modular –, este relato tem por objetivo apresentar reflexões sobre a experiência formativa vivenciada,

²⁰ Especialista em Educação Matemática pela Universidade Nove de Julho. matekca@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0007-9651-5066>.

destacando as potencialidades do trabalho com probabilidade e os desafios para sua implementação.

2. Relato de Experiência

Durante os encontros, participamos de diversas atividades que simulavam situações de aprendizagem para os estudantes. Uma delas foi a discussão sobre o “*Jogo Interrompido*”, problema histórico que originou o estudo das probabilidades na correspondência entre Pascal e Fermat. Atividades como essa nos permitiram vivenciar na prática como conceitos abstratos podem ser introduzidos de maneira contextualizada e significativa.

Um dos destaques da formação foi a exploração do Jogo Matrix, atividade que envolve a construção e interpretação de tabelas de dupla entrada para análise combinatória e cálculo de probabilidades. Com base nessa atividade, planejei adaptá-la para o formato de Quiz no Kahoot, permitindo que os alunos interajam de forma lúdica e tecnológica enquanto desenvolvem o raciocínio probabilístico. Essa estratégia visa aumentar o engajamento e facilitar a visualização de casos favoráveis e possíveis por meio de perguntas objetivas e devolutivas imediatas.

Outro momento marcante foi a exploração do espaço amostral por meio de lançamentos de dados, simulações com moedas e análise de tabelas de contingência. Utilizamos materiais concretos e recursos digitais, como planilhas e softwares de simulação, para visualizar e quantificar probabilidades. Essas experiências foram essenciais para compreendermos como os(as) estudantes constroem gradualmente noções de chance, aleatoriedade e risco.

Apesar de não ter aplicado as atividades com os(as) estudantes, pude perceber o potencial didático das propostas apresentadas. As discussões sobre associação entre variáveis, por exemplo, mostraram-se especialmente relevantes para desenvolver o pensamento crítico dos(as) estudantes, permitindo que relacionem probabilidade a contextos reais, como saúde, meio ambiente e tomada de decisão.

3. Considerações Finais

A participação no projeto ampliou significativamente minha compreensão sobre o ensino de probabilidade, especialmente no que se refere à sua importância no desenvolvimento do raciocínio probabilístico e da

criticidade dos estudantes. Percebi que, embora seja um conteúdo desafiador, é possível torná-lo acessível por meio de atividades bem estruturadas, contextualizadas e que partam do concreto para o abstrato.

Como desafio, destaco a necessidade de adaptar algumas atividades para realidade de turmas numerosas e com diferentes níveis de aprendizagem. Além disso, a carência de materiais didáticos específicos sobre o tema ainda é um obstáculo a ser superado.

A formação também reforçou a importância de trabalhar probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme previsto na BNCC e no Currículo da Cidade de São Paulo, uma vez que esses conceitos são fundamentais para a formação de cidadãos capazes de interpretar criticamente informações incertas e tomar decisões conscientes.

Pretendo, assim que possível, aplicar as atividades planejadas durante o curso em futuras turmas, e dar continuidade à reflexão sobre minha prática docente a partir dos conhecimentos construídos coletivamente.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Teaching and Learning About Probability and Risk in the Elementary Grades**. Oxford: University of Oxford, 2011.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática**. São Paulo: SME/COPED, 2017.

14 - O papel fundamental da Educação Probabilística na formação de cidadãos críticos e conscientes

*Aparecido Fernando da Silva*²¹

*José Ribamar Alves de Souza Junior*²²

1. Introdução

O interesse pelo curso oferecido pela Universidade Cruzeiro do Sul, com o apoio do Itaú Social, surgiu da necessidade crescente de aprofundar conhecimentos em probabilidade, um tema que é não apenas essencial no Ensino Médio, mas também deve ser abordado ao longo de todo o Ensino Fundamental, conforme preconiza a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018).

A BNCC destaca a importância do ensino de probabilidade e estatística para o desenvolvimento de habilidades críticas nos alunos, capacitando-os a interpretar dados e tomar decisões conscientes em um contexto em que a informação circula em alta velocidade. Essa formação é crucial para que os estudantes possam distinguir entre dados relevantes e informações potencialmente enganosas, promovendo uma atuação consciente e responsável em diversas esferas da vida social e profissional.

Além disso, essa formação não apenas enriquece o conhecimento acadêmico dos estudantes, mas também os prepara para enfrentar desafios cotidianos, permitindo que se tornem cidadãos mais conscientes e ativos. Ao compreenderem os princípios da probabilidade e da estatística, os alunos adquirem uma ferramenta valiosa para analisar e avaliar situações,

²¹ Doutor em Educação Matemática pelo Centro Universitário Anhanguera de São Paulo. proffernando1@hotmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-8819-4772>.

²² Doutor em Educação Matemática pelo Centro Universitário Anhanguera de São Paulo. ribamar.mat@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-6356-6517>.

contribuindo para um pensamento crítico que se reflete em diversas áreas da vida, desde a saúde e finanças até questões sociais e ambientais.

Dessa forma, a educação em probabilidade e estatística se revela não apenas uma necessidade acadêmica, mas um componente fundamental na formação de indivíduos capazes de navegar com segurança e responsabilidade em um mundo repleto de informações complexas. Como afirma Curi (2018, p. 45), "a educação matemática deve preparar os alunos para a vida em sociedade, desenvolvendo habilidades que os tornem cidadãos críticos e capazes de tomar decisões fundamentadas".

A probabilidade é uma ferramenta vital para a compreensão das incertezas que permeiam o cotidiano. Em uma sociedade onde a informação é abundante e, muitas vezes, contraditória, é essencial que os alunos desenvolvam um olhar crítico e analítico. A educação probabilística não se limita a ensinar conceitos matemáticos. Ela promove a capacidade de pensar criticamente sobre questões que afetam a vida diária, como a avaliação de riscos em saúde, decisões financeiras e a interpretação de dados apresentados na mídia. Gigerenzer (2007, p. 18) destaca que "o entendimento da probabilidade é essencial para que os indivíduos possam interpretar corretamente as informações e tomar decisões informadas".

Além disso, ao observar práticas educacionais em outros países, como a Finlândia, que integra a probabilidade de maneira eficaz em seu currículo, fica evidente que a educação probabilística pode ser um diferencial na formação de cidadãos mais críticos e conscientes. Piaget (apud Pietropaolo, 2015, p. 32) argumenta que "a educação deve ser um meio de promover a autonomia do aluno, capacitando-o a lidar com as complexidades do mundo". Por outro lado, países que não priorizam esse conhecimento correm o risco de formar indivíduos menos preparados para lidar com as complexidades do mundo contemporâneo.

Para tanto, a experiência vivida pelo grupo colaborativo de professores dos anos finais do Ensino Fundamental, relatada neste texto, busca refletir sobre a implementação de atividades de probabilidade em sala de aula e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da probabilidade no contexto escolar. Esta reflexão se torna ainda mais relevante diante da necessidade de promover uma educação que prepare os alunos para serem cidadãos ativos e atuantes na sociedade, capazes de enfrentar os desafios de um mundo repleto de incertezas e informações.

2. Metodologia

A vivência da experiência foi organizada em etapas, iniciando-se com a elaboração de atividades práticas e interdisciplinares que abordavam conceitos de probabilidade. O grupo de professores se reuniu inicialmente e semanalmente para discutir quais conceitos seriam abordados e como poderiam ser integrados na disciplina de Matemática. Essa fase de planejamento foi de extrema relevância, pois possibilitou a criação de um cronograma de aulas que equilibrasse teoria e prática, assegurando que os alunos não apenas compreendessem os conceitos, mas também os aplicassem de maneira significativa.

As atividades escolhidas incluíram simulações de situações cotidianas que envolvem incertezas, como jogos, previsões meteorológicas e análises de risco em saúde. Por exemplo, os alunos participaram de uma atividade em que simularam o lançamento de dados e, a partir dos resultados, discutiram as diferentes probabilidades de ocorrência de resultados específicos. Além disso, foram realizadas análises de dados reais, como estatísticas em suas comunidades, para que pudessem relacionar a probabilidade a questões do cotidiano (Curi, 2018, p. 60).

As aulas foram estruturadas para promover um ambiente colaborativo, onde os alunos puderam trabalhar em grupos, discutir e compartilhar suas descobertas. Os professores incentivaram a formação de pequenos grupos de discussão, permitindo que os alunos trocassem ideias e abordagens diferentes, enriquecendo o processo de ensino e aprendizagem. Isso se mostrou eficaz, pois os alunos estavam mais dispostos a participar e explorar diferentes perspectivas sobre a probabilidade.

Além disso, a aplicação de jogos educativos, como "jogo dos dados", permitiu que os alunos visualizassem e experimentassem os conceitos de probabilidade de forma lúdica e interativa. Durante essas atividades, os professores observaram um aumento significativo no engajamento dos alunos, especialmente quando as atividades foram relacionadas a situações reais que eram relevantes e interessantes para eles.

Durante a aplicação, observou-se que, apesar do interesse e da participação ativa dos alunos, alguns enfrentaram dificuldades em compreender a matemática abstrata por trás dos conceitos. Para contornar esses desafios, os professores foram incentivados a usar recursos visuais e tecnológicos, como gráficos e simulações digitais, que tornaram os conceitos

mais acessíveis. O uso de softwares educativos e ferramentas *online* também foram incorporados, permitindo que os alunos realizassem experimentos virtuais que ilustravam os conceitos de probabilidade de maneira interativa.

A interação constante e o *feedback* dos alunos foram fundamentais para ajustar as atividades e atender às necessidades do grupo. Os professores realizaram avaliações formativas ao longo do processo, coletando opiniões dos alunos sobre o que funcionou bem e o que poderia ser melhorado. Essas avaliações ajudaram a refinar as atividades, garantindo que os alunos fossem desafiados, mas não sobrecarregados.

As descobertas dessa experiência foram variadas e enriquecedoras. Os alunos demonstraram um maior entendimento sobre como a probabilidade influencia decisões em suas vidas diárias, como na escolha de seguros, na avaliação de riscos em saúde e na análise de dados apresentados em notícias. As recomendações para futuras implementações incluem a continuidade da formação dos professores em metodologias ativas e a busca por mais recursos digitais que possam enriquecer o ensino da probabilidade na Educação Básica.

3. Discussões

A experiência vivida pelo grupo de professores de matemática proporcionou uma reflexão relevante sobre a importância da educação probabilística no Ensino Fundamental. Os conhecimentos adquiridos durante o curso foram fundamentais para a elaboração das atividades, permitindo uma abordagem mais prática e contextualizada. A teoria discutida em aula foi aplicada na prática, demonstrando que a compreensão de conceitos probabilísticos pode transformar a maneira como os alunos tomam decisões.

As atividades práticas revelaram não apenas o aprendizado técnico, mas também o desenvolvimento de habilidades socioemocionais. Os alunos se mostraram mais aptos a trabalhar em equipe, comunicar suas ideias e respeitar opiniões divergentes, habilidades que são igualmente importantes em um mundo colaborativo. Essa experiência reforçou a ideia de que "a educação deve ir além da transmissão de conteúdos, devendo também formar cidadãos capazes de interagir de maneira construtiva e crítica" (Kahneman, 2012, p. 45).

Além disso, a discussão em sala de aula sobre heurísticas e vies cognitivo revelou-se particularmente relevante. Os alunos foram incentivados a refletir sobre como suas próprias percepções e julgamentos podem ser

afetados por preconceitos e suposições. Essa reflexão crítica é essencial para o desenvolvimento do pensamento analítico e da capacidade de discernir informações em um mundo repleto de dados. "Compreender como a probabilidade pode ser manipulada por informações tendenciosas torna os alunos mais céticos em relação às informações apresentadas" (Thaler, 2008, p. 102).

As lições aprendidas foram valiosas. Os professores perceberam que a integração da probabilidade no currículo vai além de ensinar fórmulas; trata-se de capacitar os alunos a serem pensadores críticos e a tomarem decisões informadas. A educação probabilística se revelou um meio eficaz para promover a cidadania crítica, capacitando os alunos a confrontar incertezas com confiança e clareza. Essa abordagem não só enriqueceu o aprendizado dos alunos, mas também fomentou um ambiente escolar mais dinâmico e colaborativo.

4. Considerações Finais

Os objetivos do relato foram alcançados, evidenciando a relevância da educação probabilística na formação de cidadãos críticos e conscientes. A experiência trouxe benefícios significativos, como o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos e a capacidade de lidar com incertezas. A implementação de atividades práticas e interdisciplinares revelou-se eficaz na promoção do aprendizado, e os alunos mostraram-se mais engajados e motivados.

Além disso, as atividades propiciaram um espaço para a reflexão sobre a importância da educação matemática no contexto atual, onde a capacidade de analisar dados e interpretar informações é crucial. A formação de cidadãos informados e capazes de tomar decisões baseadas em evidências é um objetivo fundamental da educação, e a probabilidade desempenha um papel central nesse processo (SPIEGELHALTER, 2019, p. 75).

Recomenda-se a continuidade do trabalho em equipe entre os professores, a promoção de intercâmbios de experiências com outras instituições e a busca por novas metodologias que possam enriquecer o ensino da probabilidade nas escolas. É fundamental que a formação continuada dos educadores inclua atualizações sobre as melhores práticas em ensino de probabilidade, bem como abordagens inovadoras que integrem tecnologia e interatividade.

Por fim, a educação probabilística se revela um pilar essencial para a formação de indivíduos preparados para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo, contribuindo para uma sociedade mais informada, crítica e capaz de tomar decisões conscientes em um ambiente repleto de incertezas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CURI, Edda. **Educação Estatística: Um Caminho para a Formação de Cidadãos Críticos**. São Paulo: Editora Alpes, 2018.

DIACONIS, Persi; SKRLA, Linda. **Mathematical Thinking: Problem-Solving and Education**. Springer, 2021.

GIGERENZER, Gerd. **Gut Feelings: The Intelligence of the Unconscious**. Viking, 2007.

KAHNEMAN, Daniel. **Rápido e Devagar: Duas Formas de Pensar**. Objetiva, 2012.

PIETROPALO, Ruy. **Educação Estatística: Teoria e Prática**. São Paulo: Editora Unesp, 2015.

SPIEGELHALTER, David. **The Art of Statistics: Learning from Data**. Basic Books, 2019.

THALER, Richard H. **Nudge: Improving Decisions About Health, Wealth, and Happiness**. Yale University Press, 2008.

15 - Entre a teoria e a prática: um olhar investigativo sobre o Ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Valdirene Oliveira Santos²³

1. Introdução

Minha chegada ao Projeto ocorreu por meio da participação no curso “*Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do ensino fundamental*”, promovido pela Universidade Cruzeiro do Sul em parceria com o Itaú Social. A motivação inicial para a inscrição esteve vinculada ao interesse pessoal pela matemática, disciplina que sempre despertou em mim grande entusiasmo e desejo de aprofundamento.

No primeiro momento, imaginei que a formação teria um caráter tradicional, pautado na resolução de listas de exercícios previamente estruturados. Entretanto, logo percebi que a proposta era distinta daquilo que eu havia imaginado. As atividades apresentadas, embora aparentemente simples, tinham como principal objetivo instigar a reflexão, a formulação de hipóteses e a análise crítica, e não apenas resultados mecânicos.

Essa abordagem possibilitou uma imersão no campo da investigação matemática, conduzida de forma criteriosa pelo Prof. Dr. Ruy Pietropaolo. Ficou evidente que a aplicação de fórmulas prontas pode facilitar o cálculo, mas pouco contribui para a compreensão conceitual do aluno. O curso destacou a relevância de uma prática docente que favoreça a construção do

²³ Licenciada em Matemática pela Universidade de Guarulhos e em Pedagogia pela Associação Educacional Nove de Julho. valdirenasantos.8030090@edu.sme.prefeitura.sp.gov.br; <https://orcid.org/0009-0007-9244-4416>.

conhecimento, estimulando os estudantes a explorar, questionar e atribuir sentido aos resultados que obtêm.

Tal perspectiva trouxe uma resignificação para minha própria compreensão do ensino da matemática. Reconheci a necessidade de superar práticas centradas exclusivamente na repetição de procedimentos, buscando, em contrapartida, estratégias que promovam a autonomia intelectual do estudante e o desenvolvimento do raciocínio lógico de forma contextualizada.

Ainda que, no presente momento, eu esteja em readaptação funcional e não em regência de sala de aula, considero fundamental atuar como multiplicadora das experiências vivenciadas no curso. Pretendo compartilhar com meus colegas as reflexões construídas, incentivando a adoção de práticas investigativas que possam transformar a relação dos alunos com a matemática.

Minha participação no Projeto representou uma oportunidade singular de ampliar horizontes profissionais e pessoais, reafirmando a convicção de que ensinar matemática é, acima de tudo, criar condições para que o aluno seja protagonista de sua aprendizagem, atribuindo significado e valor ao conhecimento que constrói

2. Metodologia

As aulas do curso foram fundamentadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) e no Currículo da Cidade de São Paulo (SÃO PAULO, 2019), documentos que reconhecem a importância de introduzir conceitos probabilísticos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC, o ensino de probabilidade deve permitir que os estudantes desenvolvam a capacidade de interpretar e analisar situações que envolvem incertezas, favorecendo a tomada de decisões fundamentadas.

Nesse sentido, destaca-se que as crianças já possuem intuições acerca de chance, sorte e incerteza, construídas a partir de suas experiências cotidianas. Como ressaltam Bryant e Nunes (2011), o pensamento probabilístico pode e deve ser potencializado por metodologias adequadas, que explorem tais intuições e as sistematizem em conceitos matemáticos consistentes.

O Currículo da Cidade de São Paulo propõe uma progressão estruturada para o ensino de probabilidade. No 1º ano, as crianças são incentivadas a classificar eventos como “acontecerá com certeza”, “talvez

aconteça” e “é impossível acontecer” (EF01M24). No 2º ano, esse repertório se amplia, incorporando categorias como “pouco prováveis”, “muito prováveis” e “improváveis” (EF02M22). Nos anos seguintes, o currículo orienta a exploração de resultados possíveis (EF03M21), a identificação de eventos mais prováveis (EF04M24) e a determinação de probabilidades em eventos equiprováveis (EF05M25). No Ensino Fundamental II, o aprofundamento ocorre por meio do planejamento de experimentos (EF06M25), da resolução de problemas que envolvem o espaço amostral (EF07M25), do cálculo de probabilidades com o princípio multiplicativo (EF08M25; EF08M26) e da análise de situações mais complexas envolvendo eventos dependentes ou independentes (EF09M20).

A dinâmica metodológica do curso priorizou a vivência prática. Os professores foram convidados a assumir o papel de estudantes ao realizar as atividades, para, em seguida, analisá-las sob o olhar pedagógico. Essa alternância possibilitou compreender não apenas os conteúdos, mas também os processos cognitivos e emocionais envolvidos na aprendizagem. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a investigação matemática em sala de aula cria condições para que os alunos mobilizem estratégias próprias, formulem hipóteses e construam significados, desenvolvendo um raciocínio mais crítico e autônomo.

Com base nas discussões do curso, o projeto assumiu como referência a estrutura proposta por Bryant e Nunes (2011), que organiza as demandas cognitivas no estudo de probabilidade em quatro dimensões centrais:

- **Aleatoriedade** – compreender que determinados fenômenos não podem ser previstos individualmente, mas apresentam regularidades em longo prazo;
- **Espaço amostral** – identificar todos os resultados possíveis de um experimento aleatório;
- **Cálculo e comparação de probabilidades** – quantificar chances e estabelecer comparações entre eventos distintos;
- **Compreendendo a correlação (ou relações entre eventos)** – analisar a noção de risco e dependência entre eventos.

Essa estrutura orientou a análise metodológica da experiência e fundamenta a proposta de transposição para o contexto escolar. A intenção é favorecer a construção de significados pelos estudantes, articulando as

demandas cognitivas naturais com atividades que desafiem, instiguem e deem sentido ao estudo da probabilidade.

3. Considerações Finais

A participação no curso *“Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do ensino fundamental”* representou uma oportunidade significativa de reflexão e ressignificação da prática docente. Ao vivenciar atividades investigativas e analisá-las sob diferentes perspectivas, foi possível compreender a importância de propor situações de aprendizagem que ultrapassem a mera aplicação de fórmulas, promovendo, em vez disso, a construção de significados pelos estudantes.

As contribuições do curso, fundamentadas na BNCC (BRASIL, 2018) e no Currículo da Cidade de São Paulo (SÃO PAULO, 2019), reafirmam que o ensino da probabilidade deve ser tratado como parte essencial da formação matemática, desde os anos iniciais. Essa abordagem, ao valorizar o pensamento probabilístico, prepara o aluno para interpretar situações de incerteza, desenvolver o raciocínio lógico.

Do ponto de vista metodológico, a experiência revelou que a investigação matemática constitui uma estratégia potente para o desenvolvimento da autonomia intelectual do estudante, favorecendo a formulação de hipóteses, a análise crítica e a atribuição de sentido aos resultados obtidos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003). Nesse processo, o professor deixa de ser apenas transmissor de procedimentos e passa a atuar como mediador de experiências de aprendizagem, promovendo a exploração, o diálogo e a reflexão coletiva.

Ainda que, no momento, eu esteja em Readaptação Funcional e não em regência de sala de aula, reconheço a importância de multiplicar tais aprendizagens junto aos colegas da escola, contribuindo para a disseminação de práticas pedagógicas mais significativas. Acredita-se que, ao adotar metodologias investigativas no ensino de probabilidade, amplia-se não apenas o domínio técnico dos alunos, mas também sua capacidade de compreender e interagir de forma crítica com a realidade.

Este trabalho evidencia que ensinar probabilidade vai além de cálculos e procedimentos. Trata-se de proporcionar experiências de investigação que deem voz aos estudantes, valorizem suas intuições e promovam a construção

de um conhecimento matemático mais humano, crítico e conectado ao mundo em que vivem.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

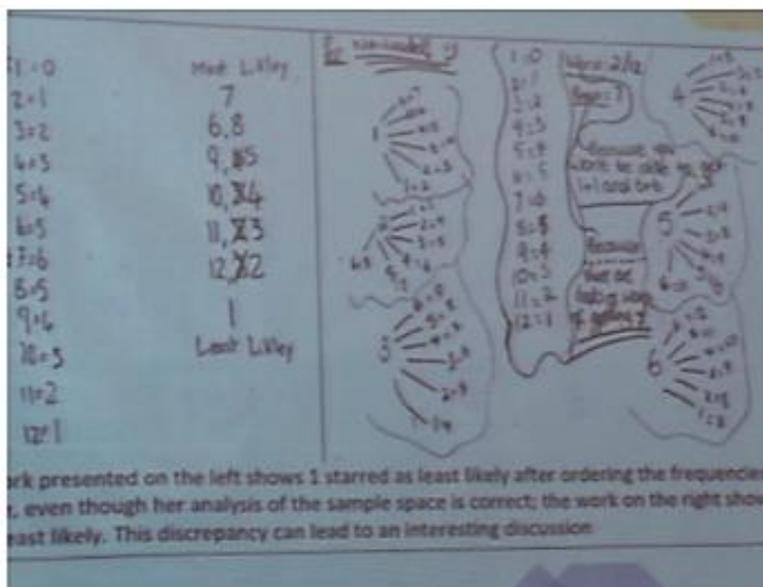
BRYANT, P.; NUNES, T. **Children’s understanding of probability**: A literature review. Oxford: Nuffield Foundation, 2011.

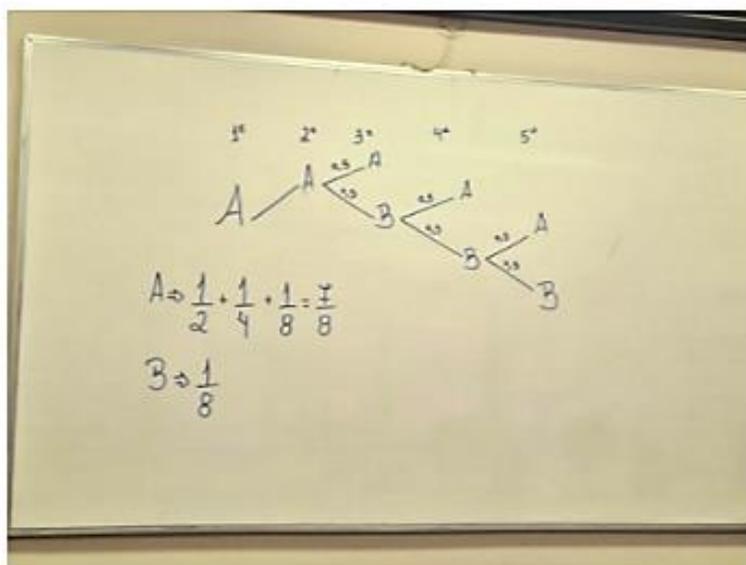
PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SÃO PAULO. **Currículo da Cidade: Matemática – Ensino Fundamental**. São Paulo: SME, 2019.

Anexos

Figura 1. Registros na lousa





Fonte: Dados da pesquisa.

16 - Relato da formação no âmbito do Projeto Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de Probabilidade e risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Raquel Alves dos Santos²⁴

1. Introdução

A partir do convite feito por uma formadora de Matemática da Diretoria Regional de Educação Pirituba Jaraguá, surgiu a oportunidade de compor o grupo de professores(as) da Rede Municipal de Educação, que participariam do Projeto Itaú Social e, mesmo não pertencendo a DRE PJ, e sim, DRE Freguesia Brasilândia, o desafio foi aceito. Com bastante expectativa, no início da formação e com sentimento de realização no fim da jornada.

Durante o Projeto Itaú Social apareceu a oportunidade de compor a Divisão Pedagógica da DRE FB e as vivências praticadas nas aulas do Projeto não puderam ser multiplicadas com os estudantes, e sim, com os(as) professores(as) em momentos formativos.

As aulas espaço amostral, o lançamento de dois dados; determinístico verso aleatório; jogo aleatório e risco e razão de chances foram situações didáticas que desenvolveram pensamentos reflexivos, ressignificando o raciocínio combinatório, de caráter hipotético dedutivo e científico.

Frente às considerações apresentadas, o presente texto tem por objetivo apresentar um relato de experiência sobre a Educação Estatística desenvolvido em uma formação de matemática com professores do Ensino

²⁴ Especialista em Matemática nos Anos Iniciais pela Faculdade Sesi. raquel.alves@sme.prefeitura.sp.gov.br; <https://orcid.org/0009-0005-7532-0724>.

Fundamental, pertencente à Diretoria de Ensino Freguesia Brasilândia no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo.

2. Relato de Experiência

As formações de professores(as) de Matemática na DRE FB acontecem em blocos de dois encontros abordando os cinco Eixos Estruturantes do componente orientados a partir do Currículo da Cidade, um dos documentos orientadores do RME SP, são eles: Álgebra, Números, Grandezas e Medidas, Geometria e Probabilidade e Estatística.

Com a oportunidade de experienciar o Eixo Probabilidade e Estatística com os educadores(as), trazendo a importância do ensino e aprendizagem nesse segmento da Matemática e como esse conhecimento pode contribuir de maneira significativa.

A partir das discussões feitas, os professores foram provocados em buscarem temas que sejam relevantes, à sociedade atual. Uma Educação Estatística crítica requer do educador uma atitude de respeito aos saberes que o estudante traz à escola, que foram adquiridos por sua vida em sociedade. É necessária a discussão de temas, como a poluição dos rios e mares, os baixos níveis do bem-estar das populações, o abandono da saúde pública, entre outros; questões que estão em manchetes de jornais diários e revistas e em reportagens de televisão. Trabalhando a análise desses temas que estão sempre envolvidas em índices, tabelas, gráficos etc., podendo viabilizar a formação de cidadãos críticos, éticos e reflexivos.

A formação também trouxe a importância do Eixo Articulador Jogos e Brincadeiras, pertencente aos Eixos Articuladores do Currículo da Cidade.

No Currículo da Cidade de Matemática, os jogos são propostos por meio dos objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, mas deixam livre a escolha do professor(a) pelo jogo que possibilita a consecução do objetivo. Nesse sentido, cabe destacar que é preciso alguns cuidados na escolha do jogo pelo professor(a). É preciso cuidado com o tempo de duração, a organização da sala, a disposição das carteiras, a idade dos estudantes, o número de participantes, o material necessário etc. Na gestão da aula, é importante deixar um tempo para uma discussão final sobre as estratégias utilizadas e para o “processo de matematização das situações”.

Foram propostas três atividades: bingo, cálculo das probabilidades com figuras geométricas e lançamentos de dados. No bingo, os professores

foram divididos em dois grupos e receberam cartas contendo as possibilidades de conjuntos de números que podem ser sorteadas na roleta. Cada grupo teria que calcular quais cartas eram “boas” e quais eram “ruins”. Exemplo de carta boa ou ruim: sair uma bola de número par ou sair uma bola de número quadrado perfeito. O desafio era lançado pelos dois grupos e ganhava quem conseguia a bola com número que satisfazia a descrição do cartão. Na atividade das figuras geométricas, foi colocado vários sólidos geométricos em saquinho escuro e tirava, aleatoriamente, um sólido. Na atividade três, eram lançados dois dados por 30 vezes e registrariam quais seria a ocorrência da soma dos números dos lados dos dados. Nas duas últimas atividades, se discutiu quais seriam as respostas dos estudantes.

3. Considerações Finais

Nos anos finais do Ensino Fundamental, os conhecimentos estatísticos devem ser aprimorados, ampliados e novos conceitos acrescentados. Trabalhar Estatística é um desafio para o professor de Matemática, buscar aporte teórico e novas metodologias de ensino podem favorecer a compreensão e um maior engajamento por parte dos estudantes. Construir gráficos e tabelas vinculados a contextos muito distantes dos estudantes pode proporcionar algumas aprendizagens, mas não garante engajamento em questões sociais relevantes para a comunidade e o desenvolvimento da autonomia com vistas à tomada de decisões.

O Projeto Itaú Social possibilitou novos recursos de ensino aprendizagem no que diz respeito à didática, estimulou a criatividade, mostrando que a matemática faz parte do cotidiano dos educandos e respeitar seus saberes, diversidade e expertises contribui para educação integral, inclusiva e equitativa.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: 208 SME/ COPED, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Orientações didáticas do currículo da cidade: Matemática – volume 1.** – 2.ed. –

Anexos

Figura 1. Atividade realizada pelos professores



ATIVIDADE 1

Regra

- Cada equipe receberá 15 cartões com probabilidade de um evento acontecer.
- Cada equipe decidirá a estratégia de lançar o cartão.
- Vence a equipe com maior números de sorte.



Fonte: Formação DRE FB

Figura 2. Atividade realizada pelos professores

ATIVIDADE 2

Discuta com seu grupo como os estudantes responderiam o cálculo das probabilidades solicitadas.

QUANTIDADE	TRIÂNGULOS VERDES	QUADRADOS LARANJAS	LOSANGOS AZUIS	TRAPEZIOS VERMELHOS	HEXÁGONOS AMARELOS
50	6	8	12	14	10

Sorteando uma peça da caixa qual é a probabilidade de que a peça seja:

- um triângulo? Por que?
- trapézio? Por que?
- amarelo? Por que?
- laranja? Por que?
- quadrado azul? Por que?



Fonte: Formação DRE FB

Figura 3. Atividade realizada pelos professores

ATIVIDADE 3

Soma dos lançamentos de dois dados

No Lançamento de dois dados 30 vezes. Discuta com o grupo, quais seriam as previsões dos estudantes para:

- Qual a soma provável?
- Qual a soma impossível?
- Qual soma seria improvável?
- Qual seria a soma possível?



Fonte: Formação DRE FB

Figura 4 e 5. Professores de Matemática



Fonte: Formação DRE FB

17 - Da formação à prática: relato de experiência do curso Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e risco

Willians Paschoal de Souza²⁵

1. Introdução

A participação no curso "Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do ensino fundamental", oferecido pela Universidade Cruzeiro do Sul em parceria com o Itaú Social, foi motivada por múltiplos fatores que se entrelaçam com minha trajetória profissional e acadêmica. Em primeiro lugar, meu interesse contínuo em estudar e aprender metodologias inovadoras para o ensino de matemática, aliado ao fato de ter realizado minha graduação na própria Universidade Cruzeiro do Sul, criou uma conexão natural com a proposta formativa. Além disso, minha afinidade particular com o ensino de probabilidade despertou curiosidade sobre abordagens pedagógicas que pudessem enriquecer minha prática docente.

O interesse pelo curso também se justifica pela necessidade de repensar o ensino de probabilidade e risco. Tradicionalmente, esses conteúdos eram trabalhados exclusivamente no Ensino Médio, limitando as oportunidades de desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes. No entanto, tanto a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto o Currículo da Cidade de São Paulo reconhecem a importância de introduzir conceitos probabilísticos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

O Currículo da Cidade de São Paulo apresenta uma progressão cuidadosa do ensino de probabilidade, começando no 1º ano com a

²⁵ Licenciando em Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. willians.profinat@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0009-9262-3187>.

classificação de eventos aleatórios como "acontecerá com certeza", "talvez aconteça" e "é impossível acontecer" (EF01M24), evoluindo no 2º ano para classificações mais refinadas incluindo "pouco prováveis", "muito prováveis", "improváveis" e "impossíveis" (EF02M22). Nos anos subsequentes, o currículo desenvolve gradualmente a exploração de resultados possíveis (EF03M21), a identificação de eventos com maior chance de ocorrência (EF04M24), até chegar à determinação de probabilidades em eventos equiprováveis no 5º ano (EF05M25). No Ensino Fundamental II, essa progressão se aprofunda com o planejamento de experimentos (EF06M25), solução de problemas envolvendo espaço amostral (EF07M25), cálculo de probabilidades usando o princípio multiplicativo (EF08M25 e EF08M26) e resolução de problemas mais complexos no 9º ano (EF09M20).

Esta abordagem curricular alinha-se com tendências internacionais. Países com maiores índices no PISA 2022 (Singapura, China, Japão, Coreia do Sul) ensinam conceitos relacionados a cálculo, estatística e probabilidade cada vez mais cedo. Países como Austrália e Reino Unido também incorporam conceitos de probabilidade e estatística desde os primeiros anos da educação básica, reconhecendo que o desenvolvimento do pensamento probabilístico é fundamental para a formação de cidadãos capazes de interpretar informações, tomar decisões baseadas em dados e compreender a incerteza inerente a muitas situações cotidianas.

Conforme destacado no decorrer do curso, é fundamental trabalhar esses conceitos com as crianças desde o 1º ano, pois o pensamento probabilístico se desenvolve naturalmente através de experiências cotidianas e pode ser potencializado por meio de metodologias adequadas. Essa perspectiva reconhece que crianças já possuem intuições sobre chance, probabilidade e incerteza que podem ser sistematizadas e aprofundadas através de abordagens pedagógicas apropriadas.

Assim, este relato tem como objetivo compartilhar a experiência vivenciada no curso de formação, destacando as metodologias aprendidas e sua posterior aplicação em sala de aula com estudantes de 8º e 9º anos. O foco central está na análise de como abordagens qualitativas e experimentais podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento probabilístico antes da introdução de conceitos formais e cálculos, proporcionando uma base conceitual sólida para a aprendizagem matemática.

2. Metodologia

A experiência relatada neste trabalho compreende duas etapas interconectadas: a participação no curso de formação sobre ensino de probabilidade e a posterior aplicação das metodologias aprendidas em contexto escolar real.

O curso foi estruturado com uma abordagem predominantemente prática, onde os professores participantes vivenciaram as atividades na posição de estudantes antes de analisá-las do ponto de vista pedagógico. Esta metodologia permitiu uma compreensão mais profunda dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem de probabilidade.

A primeira atividade do curso consistiu na observação de sequências de letras, palavras e números, onde os participantes deveriam identificar se havia algum padrão para cada sequência e, em caso afirmativo, determinar qual era esse padrão. Esta atividade inicial foi fundamental para despertar o pensamento analítico e a busca por regularidades, competências essenciais para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico.

Posteriormente, foi realizada uma atividade focada na discussão sobre eventos determinísticos e aleatórios, permitindo que os participantes compreendessem as diferenças conceituais entre situações previsíveis e imprevisíveis, base fundamental para o estudo da probabilidade.

Uma atividade particularmente interessante envolveu a exploração da aleatoriedade das casas decimais do número pi. Foi analisada a frequência relativa dos primeiros 260 algarismos do número pi, observando que, conforme aumentava o número de casas decimais utilizadas, a frequência relativa de cada algarismo (0 a 9) tendia a se aproximar de 10% para cada um, demonstrando empiricamente o conceito de aleatoriedade em contexto matemático.

O curso também apresentou uma atividade elaborada pela professora Terezinha Nunes, denominada "Matrix", que consistia em figuras dispostas em formato de tabela (matriz), onde os estudantes deveriam determinar qual figura estava faltando para completar o padrão. Esta atividade envolvia a análise de múltiplas variáveis simultaneamente - formato, cor, tamanho e posição das figuras - desenvolvendo habilidades de reconhecimento de padrões complexos e raciocínio lógico.

As atividades desenvolvidas durante o curso incluíram também a análise qualitativa de situações cotidianas, onde os participantes deveriam

classificá-las em categorias como "improvável", "impossível", "pouco provável", "muito provável", "provável" e "certeza". O objetivo era desenvolver o pensamento probabilístico sem recorrer a cálculos ou definições formais de probabilidade, priorizando a intuição e o raciocínio conceitual.

Foi realizado também um experimento com sorteio de bolinhas de gude, com o objetivo de observar a frequência das cores das bolinhas sorteadas e se uma retirada influenciava o resultado da próxima. Essa atividade é muito interessante, pois desenvolve o pensamento crítico e intuitivo dos estudantes.

Posteriormente, foram realizados experimentos práticos com dados, começando com o lançamento de um único dado para observar a frequência com que cada número aparecia. A atividade evoluiu para o uso de dois dados simultaneamente, permitindo a análise das diferentes frequências das somas possíveis.

Uma característica importante da metodologia foi a realização individual inicial dos experimentos, seguida pela consolidação coletiva dos dados. Cada participante registrava seus resultados individuais e, posteriormente, todos os dados eram compilados em gráficos únicos, demonstrando na prática como o aumento do número de experimentos leva à estabilização das frequências próximas aos valores teoricamente esperados.

O curso também explorou atividades com tabelas de dupla entrada e gráficos para análise de correlação entre variáveis, desenvolvendo habilidades de interpretação de dados e identificação de relações de dependência ou independência entre eventos.

Um aspecto teórico fundamental foi a discussão sobre os diferentes tipos de probabilidade: clássica (baseada na razão entre casos favoráveis e casos possíveis), frequentista (baseada na observação de frequências em experimentos repetidos) e subjetiva (baseada em crenças pessoais e conhecimento prévio). Esta abordagem múltipla enriqueceu a compreensão conceitual sobre a natureza da probabilidade.

O curso foi elaborado pela Profa. Dra. Edda Curi, Profa. Dra. Priscila Bernardo Martins, Profa. Dra. Suzete de Souza Borelli e Prof. Dr. Ruy Pietropaolo, que trouxeram contribuições teóricas fundamentais sobre metodologias de ensino de probabilidade. Destaca-se também a participação da Profa. Dra. Terezinha Nunes, pesquisadora da Universidade de Oxford, que ministrou uma palestra apresentando relatos e exemplos de atividades desenvolvidas com crianças na Inglaterra. Uma dessas atividades consistia na apresentação de dois conjuntos de cartas coloridas (pretas e amarelas) com

diferentes composições, onde as crianças deveriam escolher de qual conjunto seria mais vantajoso sortear uma carta preta, justificando suas escolhas sem necessidade de cálculos formais. Esta atividade demonstrava como o raciocínio probabilístico pode ser desenvolvido através de comparações qualitativas e argumentação lógica.

Motivada pelas aprendizagens do curso, foi desenvolvida e implementada uma sequência didática baseada nas metodologias vivenciadas. A aplicação ocorreu em três turmas: duas turmas de 8º ano e uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II da EMEF Barão de Mauá, pertencente a DRE Penha.

A primeira atividade consistiu na análise qualitativa de situações cotidianas, onde os estudantes, organizados em duplas, tinham 15 minutos para classificar diferentes eventos em categorias como "impossível", "pouco provável", "improvável", "muito provável" e "certeza". Após o trabalho em duplas, realizou-se uma discussão coletiva para compartilhar e comparar as classificações, momento em que surgiram questionamentos importantes sobre as diferenças conceituais entre "improvável" e "impossível".

A segunda etapa envolveu experimentos práticos com dados. Cada estudante realizou 30 lançamentos de um dado, registrando a frequência de cada resultado, calculando a frequência relativa e construindo gráficos de colunas. Para aumentar o engajamento, foi introduzido um elemento lúdico: antes de iniciar os lançamentos, cada estudante deveria apostar em qual número sairia com maior frequência. Os resultados individuais variaram consideravelmente, mas quando todos os dados foram consolidados em um único gráfico coletivo, a tendência de uniformização das frequências tornou-se evidente.

A terceira atividade expandiu o experimento para dois dados, mantendo a dinâmica de 30 lançamentos por estudante, cálculo de frequências relativas e construção de gráficos. Novamente, foi incluído o elemento de apostas, o que gerou situações interessantes, como um estudante que atribuiu a predominância do número 7 a um suposto vício nos dados, solicitando a troca dos mesmos. Após a coleta coletiva dos dados, foi construída uma tabela sistemática mostrando todas as combinações possíveis para as somas, permitindo que os estudantes visualisassem por que certas somas (como 7) são mais prováveis que outras (como 2 ou 12).

A sequência foi finalizada com a adaptação da atividade dos conjuntos de cartas coloridas apresentada pela professora Terezinha Nunes, somente

para o 9º ano. Os estudantes deveriam escolher entre diferentes conjuntos de cartas com proporções variadas de cartas pretas e amarelas, justificando suas escolhas para maximizar a probabilidade de sortear uma carta preta, sem a necessidade de realizar cálculos formais.

Somente após a conclusão de todas essas atividades experimentais e qualitativas foram introduzidos os conceitos formais de probabilidade e os cálculos correspondentes. Esta abordagem permitiu que os estudantes já possuíssem uma base conceitual sólida quando os aspectos matemáticos mais abstratos foram apresentados.

Durante todo o processo, foram observadas as reações, dificuldades e descobertas dos estudantes, bem como o nível de engajamento e compreensão demonstrados. As discussões geradas pelas atividades forneceram percepções valiosas sobre como os estudantes desenvolvem seu pensamento probabilístico e quais concepções alternativas precisam ser trabalhadas.

3. Discussões

A experiência vivenciada tanto no curso de formação quanto na aplicação prática em sala de aula proporcionou reflexões significativas sobre o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental Anos Finais, permitindo articular conhecimentos teóricos com resultados práticos observados.

Uma das principais lições aprendidas refere-se à importância de iniciar o ensino de probabilidade através de abordagens qualitativas antes de introduzir cálculos formais. Durante o curso, foi possível vivenciar que professores experientes podem ter dificuldades conceituais quando confrontados diretamente com fórmulas, mas desenvolvem compreensão mais sólida quando partem da análise qualitativa de situações. Esta experiência como "aluno" foi fundamental para compreender os processos cognitivos dos estudantes.

A aplicação desta metodologia em sala de aula confirmou sua eficácia. A atividade inicial de classificação qualitativa, apesar de aparentemente simples, revelou-se rica em oportunidades de discussão. A dúvida recorrente entre "improvável" e "impossível" demonstrou como conceitos que parecem óbvios para o professor podem representar desafios conceituais reais para os estudantes. Esta dificuldade alinha-se com a literatura sobre desenvolvimento do pensamento probabilístico, que indica que a distinção entre eventos com

probabilidade muito baixa e eventos impossíveis requer maturidade conceitual que se desenvolve gradualmente.

Os experimentos com dados proporcionaram momentos pedagogicamente ricos que ilustram princípios fundamentais da educação matemática. O elemento lúdico das apostas, longe de ser meramente motivacional, revelou-se uma estratégia poderosa para engajar os estudantes cognitivamente com os conceitos. Quando os estudantes apostavam em números específicos, eles se tornavam observadores mais atentos dos resultados, desenvolvendo expectativas que posteriormente poderiam ser confrontadas com os dados reais.

A situação do estudante que atribuiu a predominância do número 7 no experimento com dois dados a um suposto "vício" no material ilustra como as concepções alternativas se manifestam naturalmente durante a aprendizagem. Esta reação, similar às observadas por Terezinha Nunes em suas pesquisas com crianças inglesas, demonstra como o raciocínio causal intuitivo pode interferir na compreensão probabilística. A estratégia de permitir a troca dos dados, em vez de simplesmente corrigir o equívoco, mostrou-se pedagogicamente superior, pois permitiu que o próprio estudante descobrisse que o padrão observado não estava relacionado às características físicas dos dados.

A progressão de experimentos individuais para consolidação coletiva dos dados revelou-se fundamental. Os estudantes puderam vivenciar como a variabilidade individual dos resultados se estabiliza quando se aumenta o tamanho da amostra, conceito central na compreensão da probabilidade frequentista.

As atividades adaptadas da pesquisa de Terezinha Nunes, envolvendo escolha entre conjuntos de cartas com diferentes composições, proporcionaram oportunidades valiosas para o desenvolvimento do raciocínio argumentativo. Solicitar justificativas sem exigir cálculos formais permitiu que os estudantes articulassem seu pensamento probabilístico intuitivo, revelando diferentes estratégias de raciocínio.

Alguns estudantes desenvolveram argumentos baseados em proporções ("este tem mais cartas pretas"), outros focaram em contagens absolutas. Esta diversidade de abordagens confirma a importância de valorizar diferentes formas de raciocínio antes de trabalhar com métodos padronizados.

O curso proporcionou compreensão mais profunda sobre como os diferentes tipos de probabilidade (clássica, frequentista e subjetiva) se

manifestam em contextos educacionais. A probabilidade subjetiva, frequentemente negligenciada no ensino tradicional, mostrou-se presente nas apostas dos estudantes e em suas expectativas sobre os resultados dos experimentos, como o caso do estudante do 8º ano que afirmou ser mais fácil tirar o número 1 do que o número 6 no dado. Reconhecer e trabalhar com estas intuições subjetivas, em vez de descartá-las, criou pontes para a compreensão dos conceitos mais formais.

A progressão das atividades permitiu que os estudantes vivenciassem a transição natural da probabilidade subjetiva (suas apostas e expectativas) para a frequentista (observação dos padrões nos experimentos) e finalmente para a clássica (análise formal do espaço amostral). Esta sequência respeitou o desenvolvimento cognitivo natural e proporcionou base conceitual sólida para os cálculos posteriores.

A experiência transformou significativamente minha compreensão sobre o ensino de probabilidade. A vivência de "ser aluno" no curso revelou como abordagens tradicionais, focadas em fórmulas e exercícios padronizados, podem limitar o desenvolvimento do pensamento probabilístico. A descoberta de que conceitos complexos podem ser acessíveis através de metodologias adequadas modificou minha perspectiva sobre as capacidades dos estudantes do Ensino Fundamental Anos Finais.

O contato com professores doutores e formadores renomados proporcionou fundamentação teórica sólida que sustentou as escolhas metodológicas na aplicação prática, além de ser um incentivo para prosseguir nos estudos e aprofundamento de diferentes metodologias e práticas de ensino. Particularmente valiosa foi a compreensão de que o pensamento probabilístico se desenvolve naturalmente desde a infância, podendo ser potencializado através de experiências educacionais bem estruturadas.

As atividades implementadas contribuíram significativamente para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes. A experiência demonstrou que o ensino de probabilidade, quando conduzido através de metodologias ativas e experimentais, torna-se ferramenta poderosa para desenvolver o pensamento científico e a capacidade de tomar decisões baseadas em evidências, habilidades cada vez mais necessárias na sociedade contemporânea.

4. Considerações Finais

O objetivo de compartilhar a experiência vivenciada no curso de formação e sua posterior aplicação em sala de aula foi cumprido através da descrição detalhada tanto das metodologias aprendidas quanto dos resultados observados na prática pedagógica. A análise de como abordagens qualitativas e experimentais contribuem para o desenvolvimento do pensamento probabilístico revelou-se rica em percepções e aplicações práticas.

A participação no curso e a aplicação das metodologias em sala de aula produziram transformações significativas em múltiplas dimensões. Do ponto de vista da prática docente, a experiência proporcionou uma mudança na abordagem do ensino de probabilidade. A compreensão de que o desenvolvimento do pensamento probabilístico precede e fundamenta a aprendizagem de cálculos formais modificou completamente a sequência didática tradicionalmente adotada.

Para os estudantes envolvidos na experiência, os benefícios foram evidentes no maior engajamento com as atividades, no desenvolvimento de habilidades argumentativas e na construção de uma base conceitual sólida que facilitou a posterior compreensão dos aspectos formais da probabilidade.

O contato com especialistas renomados como Edda Curi, Ruy Pietropaolo e Terezinha Nunes proporcionou não apenas conhecimentos teóricos atualizados, mas também inspiração para continuar investindo em formação profissional. A exposição a pesquisas internacionais e metodologias inovadoras ampliou significativamente o repertório pedagógico e fortaleceu a convicção sobre a importância de fundamentar a prática docente em evidências científicas.

A experiência de vivenciar as atividades na posição de estudante revelou-se transformadora, proporcionando compreensão empática dos desafios enfrentados pelos alunos e destacando a importância de considerar diferentes ritmos e estilos de aprendizagem no planejamento pedagógico.

Os resultados positivos obtidos sugerem que esta abordagem pode ser expandida para outros conteúdos de estatística e matemática em geral. A metodologia de privilegiar experiências concretas antes da formalização teórica alinha-se com princípios consolidados da educação matemática e pode contribuir para tornar a aprendizagem mais significativa e duradoura.

A experiência relatada demonstra que é possível e necessário repensar o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental Anos Finais. As

metodologias vivenciadas no curso e aplicadas na prática pedagógica revelaram-se não apenas viáveis, mas superiores às abordagens tradicionais em termos de engajamento estudantil e desenvolvimento conceitual.

O ensino de probabilidade através de abordagens qualitativas e experimentais contribui significativamente para a formação de estudantes capazes de lidar com incertezas, analisar informações criticamente e tomar decisões fundamentadas - competências essenciais para a vida em sociedade.

Por fim, a experiência reafirma a importância da formação continuada de professores como elemento fundamental para a melhoria da qualidade da educação matemática. O investimento em cursos que articulem teoria e prática, proporcionem contato com especialistas e estimulem a reflexão sobre a prática pedagógica mostra-se essencial para o desenvolvimento profissional docente e, conseqüentemente, para a aprendizagem dos estudantes.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.

IDOETA, Paula Adamo. **5 lições dos países campeões no ensino da matemática - BBC News Brasil**. www.bbc.com.br, 2024. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/articles/cwy966x3ggro>>. Acesso em 5/08/2025

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade**: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: 208 SME/ COPED, 2017.

Anexos

Figura 1. Atividade 1

ATIVIDADE 1: IMPROVÁVEL OU IMPOSSÍVEL?

Para cada par de sentenças, decida qual delas é impossível e qual é improvável. Registre o que você pensou:

- Fazer um guarda-chuva de vidro. Resposta Improvável
Fazer um guarda-chuva de ar. Resposta Improvável
- Não comer por 10 dias. Resposta Improvável
Não comer por 10 meses. Resposta Improvável
- Viver por 120 anos. Resposta Improvável
Viver por 1000 anos. Resposta Improvável
- Colagem de uma casca de ovo quebrada de volta no ovo. Resposta Improvável
"Desembaralhar" um ovo mexido. Resposta Improvável
- Permanecer acordado durante 10 dias. Resposta Improvável
Permanecer acordado por 10 meses. Resposta Improvável
- Ganhar na Mega sena. Resposta Improvável
Ganhar na Mega sena sem ter jogado. Resposta Improvável

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 2. Atividade 2

ATIVIDADE 2: POUCO PROVÁVEL OU MUITO PROVÁVEL?

Para cada afirmação decida se é pouco provável, muito provável, certeza ou impossível.

- 1) Você flutuar no ar sem nenhum equipamento. Resposta: Impossível
- 2) Um meteorito atingir uma pessoa. Resposta: pouco provável
- 3) Ver uma formiga em um jardim. Resposta: Certeza
- 4) Ficar sem trânsito em São Paulo na hora do rush. Resposta: pouco provável
- 5) Encontrar um dinossauro vivo no parque do Ibirapuera. Resposta: Impossível
- 6) A morte de um ser vivo. Resposta: Certeza
- 7) Ter lição de casa após a aula. Resposta: Muito provável
- 8) A água ferver a 100 graus Celsius ao nível do mar. Resposta: Certeza
- 9) Chover em um dia de verão com muito calor. Resposta: pouco provável
- 10) O sol nascer amanhã. Resposta: Certeza
- 11) Lançar um dado 10 vezes e obter 6 em todos os lançamentos. Resposta: pouco provável
- 12) Lançar dois dados numerados de 1 a 6 e obter uma soma maior que 1 e menor que 13. Resposta: Certeza
- 13) Lançar dois dados numerados de 1 a 6 e obter uma soma igual a 1. Resposta: Impossível

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3. Tabela individual de frequência de lançamento de um dado

Jogador A		
Resultado	Frequência	Frequência relativa
1	4	13,3%
2	7	23,3%
3	5	16,7%
4	4	13,3%
5	3	10,0%
6	4	13,3%
	30	100%

Jogador B		
Resultado	Frequência	Frequência relativa
1	7	23,3%
2	3	10,0%
3	2	6,7%
4	5	16,7%
5	8	26,7%
6	6	20,0%
	30	100%

Fonte: Dados da pesquisa

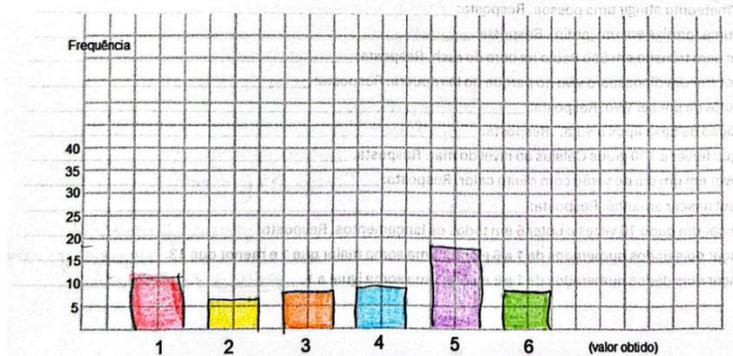
Figura 4. Tabela de frequência do lançamento de um dado

Total		
Resultado	Frequência	Frequência relativa
1	11	16,7%
2	6	10,0%
3	7	11,0%
4	9	15,0%
5	17	28,0%
6	9	15,0%
	60	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5. Gráfico da frequência do lançamento de um dado

Faça um gráfico com a frequência dos resultados da dupla.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 6. Tabela de frequência do lançamento de dois dados

Jogador A			Jogador B		
Soma (dos 2 dados)	Frequência	Frequência relativa	Soma (dos 2 dados)	Frequência	Frequência relativa
2	0	0%	2	0	0%
3	1	3,3%	3	2	6,7%
4	1	3,3%	4	3	10%
5	3	10%	5	4	13%
6	7	23%	6	7	23%
7	3	10%	7	9	30%
8	4	13%	8	2	6,7%
9	4	13%	9	0	0%
10	3	10%	10	4	13%
11	3	10%	11	3	10%
12	2	6,7%	12	1	3,3%
13	0	0%	13	0	0%
	30	100%		30	100%

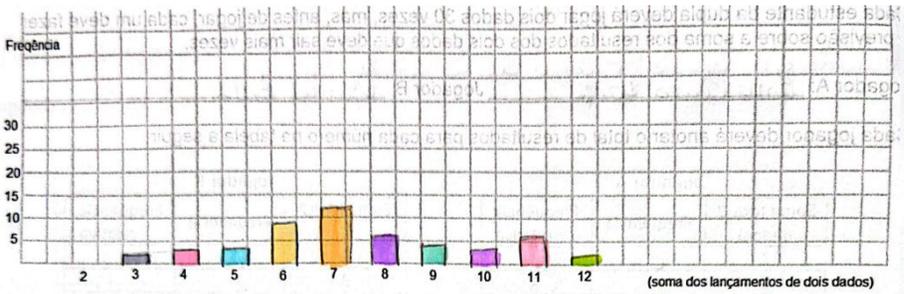
Fonte: Dados da pesquisa

Figura 7. Tabela de frequência do lançamento de dois dados

Total		
Soma (A+B)	Frequência	Frequência relativa
2	0	0%
3	3	5%
4	4	6,6%
5	7	11,6%
6	9	15%
7	12	20%
8	6	10%
9	4	6,6%
10	7	11,6%
11	6	10%
12	2	3,3%
	60	100%

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 8. Gráfico da frequência do lançamento de dois dados



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 9. Atividade das cartas

1.

A: [Carta com 1 ponto] B: [Carta com 2 pontos]

De que pilha você prefere tirar uma carta? De A, de B, ou tanto faz? Por que?

Sorria "A". Pois tem mais pontos.

2.

A: [Carta com 1 ponto] B: [Carta com 2 pontos]

De que pilha você prefere tirar uma carta? De A, de B, ou tanto faz? Por que?

Os dois, pois só tem ponto

3.

A: [Carta com 1 ponto] B: [Carta com 2 pontos]

De que pilha você prefere tirar uma carta? De A, de B, ou tanto faz? Por que?

Tanto faz pois a mesma quantidade de pontos tem de amarela

4.

A: [Carta com 1 ponto] B: [Carta com 2 pontos]

De que pilha você prefere tirar uma carta? De A, de B, ou tanto faz? Por que?

"A" pois tem mais chance de pega o amarelo

5.

A: [Carta com 1 ponto] B: [Carta com 2 pontos]

De que pilha você prefere tirar uma carta? De A, de B, ou tanto faz? Por que?

"B" pois tem mais cartas pretas

6.

A: [Carta com 1 ponto] B: [Carta com 2 pontos]

De que pilha você prefere tirar uma carta? De A, de B, ou tanto faz? Por que?

"B" sem mais pretas

Fonte: Dados de pesquisa

18 - A participação de um professor que atua no ciclo autoral no projeto envolvendo Probabilidade e risco.

Wesley Cristiano de Souza²⁶

1. Introdução

O presente relatório tem como objetivo apresentar as atividades realizadas durante o período de aplicação do Projeto de Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Esse período foi uma oportunidade rica de aprendizado, proporcionando a imersão no cotidiano escolar e o desenvolvimento de habilidades pedagógicas. O elóquio descreve as atividades desenvolvidas durante com a turma do 9º ano A, realizados na Emef Virgílio de Mello Franco, no período de 01/04/2025 até 11/08/2025, com aplicações de atividades e desenvolvimento de experiências escolares.

A formação docente é um processo complexo e multidimensional, que transcende a mera aquisição de conteúdos teóricos. Nesse contexto, o Projeto emerge como um componente essencial na formação de educadores, especialmente no ciclo Autoral, onde os alunos estão a meses de se formarem e entrarem em uma nova jornada em sua vida escolar. Essa experiência prática não apenas complementa a formação acadêmica, mas também desempenha um papel crucial na construção da identidade do professor, preparando-o para os desafios da sala de aula e contribuindo para seu desenvolvimento pessoal e profissional.

O projeto também destacou a importância do trabalho colaborativo entre educadores e a necessidade de uma comunicação efetiva com as famílias das crianças. A vivência prática permitiu o desenvolvimento de competências

²⁶ Pós- Graduado em Matemática Aplicada pela Universidade Mogi das Cruzes e em Ciência e Tecnologia pela Universidade Federal do UFABC. wesley110ster@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0000-6843-2940>.

essenciais, como a capacidade de observação, planejamento e intervenção pedagógica.

A necessidade da alfabetização e letramento, da educação por equidade, da educação integral, da inserção e inclusão das crianças, são pontos que permeiam o currículo da cidade de São Paulo, trazendo à tona algumas possíveis respostas a esses questionamentos, foi elaborado o currículo da cidade de São Paulo.

[...] O Currículo da Cidade busca alinhar as orientações curriculares do Município de São Paulo à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que define as aprendizagens essenciais a que todos os estudantes brasileiros têm direito ao longo da Educação Básica. A BNCC estrutura-se com foco em conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para promover o desenvolvimento integral dos estudantes e a sua atuação na sociedade. Sua implementação acontece por meio da construção de currículos locais, de responsabilidade das redes de ensino e escolas, que têm autonomia para organizar seus percursos formativos a partir da sua própria realidade, incorporando as diversidades regionais e subsidiando a forma como as aprendizagens serão desenvolvidas em cada contexto escolar. (São Paulo, 2019, p.10),

Durante os meses de aplicação do projeto, pude acompanhar as aulas da, no período da tarde, tendo as aulas ministradas das 14:00 às 15:30, sempre às quintas-feiras, com dobradinha. Onde pude observar o processo de familiarização dos alunos com probabilidades, suas formas de abordagens e aplicação da proposta curricular da cidade alinhadas ao projeto; foram observadas as interações dos estudantes nas realizações das atividades propostas em sala de aula que ao longo dos meses foram mais colaborativas.

Ele foi uma oportunidade para aplicar os conhecimentos teóricos adquiridos nas aulas que foram ministradas aos sábados na Universidade e vivenciar a prática docente no contexto da educação e um momento onde pude refletir que a identidade docente se constrói nessas vivências experienciadas por meio do projeto, a continuidade do processo de ação e reflexão favorece ao docente momentos significativos de pensar a sua prática pedagógica e dessa forma reformulá-la com base nos conhecimentos que são adquiridos ao longo dos anos.

2. Desenvolvimento

Neste projeto, exploramos o conceito de probabilidades através da análise de "jogos de dados", "previsão do tempo", "resultados de eventos" e etc. O objetivo principal foi entender como as probabilidades funcionam e como podem ser aplicadas em situações do dia a dia dos alunos. Esse processo envolve planejamento cuidadoso e a consideração de diversos aspectos que garantam uma experiência enriquecedora tanto para os alunos como professores.

O projeto foi desenvolvido no Ciclo Autoral por sua pertinência e consonância com os objetivos da proposta pedagógica da cidade de São Paulo, bem como sua total aplicabilidade dentro do desenvolvimento de projetos que ampliou o fazer pedagógico, proporcionando momentos diferenciados aos alunos com a escola e possibilitando novos caminhos que integrou conhecimentos, ampliou horizontes e desenvolveu perspectivas para sua vida futura ,ampliando a permanência do aluno na Escola e o desenvolvimento do Protagonismo e melhoria da Convivência Escolar.

A participação no Projeto Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental foi uma experiência enriquecedora que proporcionou um aprendizado significativo aos alunos sendo de subsídio nas aulas de matemática e na formação de uma aprendizagem enriquecedora. O projeto, contribuiu para a minha formação cidadã, profissional e acadêmica, além de ter gerado impactos positivos na comunidade e na transformação local, como uma maior participação e um melhor desenvolvimento das aprendizagens matemáticas dos alunos envolvidos e que através deles sendo multiplicadores do projeto nas salas.

Os projetos pedagógicos conduzem os estudantes ao protagonismo juvenil, cujo fato se observa quando os estudantes expõem tudo aquilo que aprenderam de forma segura em qualquer contexto, sendo capaz de criarem significados do que fora estudado. Como devolutiva da gestão escolar o projeto será ampliado para mais turmas e aplicado no segundo semestre por um período diferenciado continuando sendo aplicado nas aulas semanais dos alunos.

3. Considerações Finais

O Projeto Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental destacou a importância do trabalho colaborativo entre educadores e a necessidade de uma comunicação efetiva com as famílias das crianças. A vivência prática permitiu o desenvolvimento de competências essenciais, como a capacidade de observação, planejamento e intervenção pedagógica.

A experiência prática é fundamental para a formação dos nossos alunos e dos educadores, nos tornando ainda mais competentes e preparados. O projeto proporciona a oportunidade de aplicar teorias aprendidas nas aulas onde nos reunimos com outros professores de outras regiões da cidade de São Paulo, onde podemos trocar experiências muito significativas, permitindo que possamos desenvolver e aprimorar habilidades essenciais que foram aplicadas nas aulas, como; a observação, a interação e a adaptação às necessidades das crianças. Além disso, essa vivência prática promove uma compreensão mais profunda do ambiente escolar, das dinâmicas de grupo e da importância da parceria que podem ser feitas nas escolas.

O ensino de Probabilidades também contribui para a reflexão crítica sobre a prática educacionais e do processo de aprendizagem, favorecendo o aprendizado contínuo e a construção de uma identidade profissional sólida. Ao vivenciar as diferentes realidades da educação, nós professores nos tornamos mais sensíveis às demandas e desafios enfrentados no cotidiano, o que nos capacita a atuar de maneira mais eficaz e empática.

O Projeto Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental foi uma experiência enriquecedora, que permitiu o desenvolvimento de habilidades essenciais para a atuação na sala de aula. A oportunidade de aplicar os conhecimentos teóricos em um ambiente real de ensino foi fundamental para consolidar ainda mais minha formação e refletir sobre a prática docente. Este projeto reflete as aprendizagens e desafios enfrentados ao longo das horas que estou ministrando minhas aulas, contribuindo significativamente para a minha formação como educador.

Portanto, a experiência que adquiri ao longo desses meses de Projeto foi indispensável nas minhas reflexões e melhoria de minhas aulas, pude enriquecer o processo de ensino-aprendizagem e fortalecer a qualidade das aulas oferecidas às crianças, preparando assim alunos comprometidos com

uma educação, com a inclusão, com a formação de um cidadão crítico, com a educação lúdica e transformadora.

Referências

ALMEIDA, J. D. **Estágio Supervisionado em prática de Ensino** – relevância para a formação ou mera atividade curricular? Revista ANDE, São Paulo: Cortez, ano 13, nº 20, p. 39-42, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF: MEC, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática**. São Paulo: 208 SME/ COPED, 2017.

Anexos

Figura 1. Alunos realizando as atividades elaboradas na formação e aplicadas em sala de aula





Fonte: dados da pesquisa

19 - O que revelam os relatos de experiências apresentados pelos professores participantes do Projeto sobre Probabilidade e risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental?

Priscila Bernardo Martins²⁷

Suzete de Souza Borelli²⁸

1. Introdução

O Projeto *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental* corresponde ao Edital de Matemática nos Anos Finais, idealizado pelo Itaú Social e da Fundação Itaú, com parceria da Secretaria de Educação Básica do Ministério da Educação (MEC), que visou dar visibilidade às boas práticas existentes no Brasil, potencializando a ampliação e sistematização dessas experiências, para fortalecer o campo de pesquisa e a prática do ensino da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

O projeto supracitado contou com a coordenação (de pesquisa e das ações formativas) da Profa. Dra. Edda Curi e de pesquisadores associados: Prof. Dr. Ruy Cesar Pietropaolo (formador), Profa. Dra. Priscila Bernardo Martins e a Profa. Dra. Suzete de Souza Borelli e teve o objetivo de *desenvolver, conhecimentos, competências e habilidades de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental para o ensino de Probabilidade e Risco numa perspectiva do Letramento*

²⁷ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. priscila.bmartins11@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-6482-4031>.

²⁸ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. suzeteborelli@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-0738-8162>.

Probabilístico, com base em Gal (2005) e do professor pesquisador (Zeichner, 1993, 1996).

O Projeto foi fundamentado conceitualmente a partir de teorizações, conceitos e evidências a respeito de práticas de ensino que envolvem o tema Probabilidade e Risco e em relação às teorias e conceitos atuais sobre Formação de Professores para ensinar Matemática.

Frente às considerações apresentadas, neste texto, pretendemos apresentar um panorama dos relatos de experiências apresentados pelos professores participantes que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental no âmbito da Rede Municipal de São Paulo.

2. Metodologia

No presente texto incorporamos uma perspectiva qualitativa interpretativa (Erickson, 1986) que segundo Bogdan e Biklen (1994) constitui-se de uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais.

Ancorados pela abordagem qualitativa adotamos a análise documental, que segundo Godoy (1995) constitui-se como uma rica fonte de dados. Neste sentido, nesse estudo, empregamos como fontes de dados o relato de experiência produzido por cada um dos participantes da pesquisa. Os relatos estão alocados em dois eixos. O primeiro corresponde a um relato de experiência de sala de aula e o segundo refere-se ao relato de experiência da formação recebida na instituição sede.

3. Contexto e participantes da pesquisa

Conforme anunciamos, o projeto foi desenvolvido em parceria entre a Universidade Cruzeiro do Sul, a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo e a Fundação Itaú. O projeto envolveu a princípio 25 professores que atuam nos Anos Finais da Rede Municipal de São Paulo oriundos de distintas diretorias de ensino.

O processo formativo foi desenvolvido em seis meses, aos sábados, no período das 8h30 às 12h30, sendo estruturado em quatro etapas, totalizando cento e vinte horas, que correspondem às categorias referentes às demandas cognitivas dos estudantes quando aprendem sobre Probabilidade e Risco: aleatoriedade, espaço amostral, cálculo de probabilidades e compreensão do risco.

Nesses encontros seguiu-se a dinâmica de discutir as teorizações que permeiam tais temáticas, desenvolvimento de atividades e análise, organização e elaboração de atividades para serem desenvolvidas com a sua turma, sendo elas denominadas: Impossível ou improvável, Matrix e Apontadores

Como parte do processo avaliativo, além das interações nos encontros, os participantes produziram relatos de experiências acerca da temática sobre Probabilidade e Risco. Esses relatos serão o nosso corpus analítico e podem ser conferidos no quadro 1.

Quadro 1. Corpus analítico

Eixo	Título	Autores
sala de aula	Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental: explorando a aleatoriedade.	Regina Mariko Nakano e Ruy César Pietropaolo
sala de aula	Probabilidade e Risco na sala de aula dos Anos Finais: um desafio da prática docente.	Lourdes Pereira da Silva e Marcel Santos de Queirós
sala de aula	Criando cultura matemática através de contextos probabilísticos.	Luccas Silva
sala de aula	Matrix: atividade com tabelas de dupla entrada com alunos de 8º anos.	José Carlos Suzuki
sala de aula	Um relato de experiência sobre a aleatoriedade desenvolvido em uma turma do 8º ano.	Ana Cristina Motta da Silva
sala de aula	Relato de experiência: impossível versus improvável.	Andreza Patricia de Oliveira Ferrari
sala de aula	Relato de Experiência – Probabilidade no 6º Ano do Ensino Fundamental.	Roberta Silva de Oliveira
sala de aula	Explorando espaços amostrais e aleatoriedade: caminhos para o Ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental	Sonia Maria da Gloria de Lima de Carvalho

formação	Relato de experiência sobre a formação em Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental.	Luiz Fabiano da Silva
formação	O papel fundamental da Educação Probabilística na formação de cidadãos críticos e conscientes.	Aparecido Fernando Silva e José Ribamar Alves de Souza Junior.
formação	Entre a teoria e a prática: um olhar investigativo sobre o Ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental.	Valdirene Oliveira Santos
formação	Um relato da formação no âmbito do Projeto Investigações sobre processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental.	Raquel Alves dos Santos

Fonte: dados da pesquisa

Esclarecido o corpus de pesquisa, passamos adiante a apresentar a descrição e comunicação dos resultados.

4. Descrição e comunicação dos resultados

Conforme destacamos, os relatos foram produzidos em dois importantes Eixos: sala de aula e formação.

Nos relatos alocados no Eixo sala de aula temos oito textos. São eles: Nakano e Pietropaolo (2025); Silva e Queirós (2025); L. Silva (2025); Suzuki (2025); Motta da Silva (2025); Ferrari (2025); Oliveira (2025); Carvalho (2025)

Em relação aos conceitos matemáticos tematizados nos relatos, Nakano e Pietropaolo (2025) abordam o conceito de aleatoriedade no 6º ano e 9º ano, na tentativa de avaliar diferenças entre um ano do ciclo interdisciplinar e um ano do ciclo autoral. Segundo os pesquisadores, foram aplicadas três atividades. A primeira atividade refere-se à classificação de cada evento como “impossível” ou “improvável”. A segunda, inspirada nos estudos de Nunes e Bryant (2012), corresponde à compreensão das pessoas sobre aleatoriedade, verificando se elas conseguem distinguir uma sequência aleatória de uma não aleatória. A terceira envolve a exploração do espaço

amostral com tampinhas em substituição ao uso de apontadores, conforme proposta da formação. Dentre os resultados, os professores pesquisadores apontam que, em sala de aula, houve reflexões em grupo e ao final de cada atividade, foi abordado as diferenças do significado de “improvável” e “impossível”; na atividade 2, retomado o conceito de “padrão” e “regularidade”, contrapondo-os ao de “aleatoriedade”, mostrando que se as tabelas de dupla entrada da atividade “matrix” fossem aleatórias, não seria possível prever que desenho seria mais adequado para completar a tabela; na atividade 3, foi explicado o que é espaço amostral, visto que esse termo não era muito familiar aos estudantes.

Silva e Queirós (2025) realizaram uma pesquisa com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental para explorar o conceito de equiprobabilidade. Neste sentido, a proposta consiste em reconhecer que no lançamento de um dado honesto, as probabilidades de sair qualquer um dos números dispostos nas faces são iguais. A dinâmica seguiu em realizar um experimento usando o lançamento de dois dados, realizando registros, contagens e comparações entre resultados esperados e observados. Segundo os professores pesquisadores, nessa experiência, foram introduzidos e explicados os conceitos de evento aleatório e eventos independentes e dependentes. Dentre os resultados, os professores pesquisadores indicam que a atividade se mostrou eficaz na desconstrução de ideias equivocadas ou intuitivas que os estudantes tinham sobre sorte e probabilidade. A prática, aliada à análise e reflexão, permitiu que os estudantes reconstruíssem seus conceitos com base em evidências reais.

L. Silva (2025) relatou uma experiência didática sobre aleatoriedade, desenvolvida com turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pertencente à Diretoria de Ensino Pirituba Jaraguá, da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. No relato, o professor pesquisador afirma que centralizou a discussão nos conceitos de provável, improvável e certeza – adaptando a terminologia para adequá-la ao nível de compreensão dos estudantes. A primeira atividade desenvolvida corresponde à caixa de probabilidades. Nessa caixa havia objetos geométricos de diferentes formatos (redondo, quadrado ou triangular) e três cores diferentes (azul, vermelha ou verde). A partir disso, o professor pesquisador reorganizou outra caixa com dez objetos, sendo quadrados ou triângulos, nas cores vermelha ou verde, e seguiu com a aula questionando os estudantes em qual cor apostariam para retirada do objeto, reforçando esse questionamento com outros: *Qual é mais provável?* e *Existe alguma garantia?*. Assim, prosseguindo a retirada de

objetos sem reposição, de modo que, em determinado momento, alguns eventos tornavam-se determinísticos e não probabilísticos. Na segunda atividade, em outra aula, foi apresentado à turma uma situação análoga no contexto de apostas. Assim, foram selecionadas cinco cartas de baralho, sendo três vermelhas e duas pretas, e pedia a um voluntário que apostasse na cor da próxima carta a ser virada, explorando diferentes contextos: com e sem reposição. Após as rodadas, foi construído uma tabela na lousa, visando a comparação do número de acertos daqueles que apostaram a favor da probabilidade versus os que apostaram contra. Dentre os resultados, o pesquisador constatou que os poucos erros cometidos decorreram de falhas na execução de operações de divisão – uma lacuna proveniente de conteúdos de anos anteriores, e não propriamente do objeto de conhecimento, foco da experiência. Diante disso, o pesquisador afirma a compreensão dos conceitos de improvável e impossível.

Suzuki (2025) realizou uma experiência com estudantes de uma turma do 8º ano, tematizando o acaso e variação a partir da atividade Matrix. O professor pesquisador destaca que a atividade incentivou os estudantes nas representações (tabelas/diagramas), úteis para transitar entre linguagens (verbal → tabular → fracionária/decimal/percentual). Dentre os resultados, o pesquisador aponta que, com base na aplicação do material, observou-se um trabalho centrado em situações aleatórias usuais (lançamentos de dados/moedas, sorteios, contagem de possibilidades, leitura de gráficos e tabelas) e no diálogo com experiências dos estudantes. Ele afirma que esse formato é coerente com a introdução de ideias centrais (espaço amostral, frequência, comparação entre probabilidade teórica e experimental) e favoreceu a coleta de dados para discussão em sala, elemento-chave para avançar da intuição para a formalização.

Motta da Silva (2025) desenvolveu duas atividades em uma turma do 8º ano pertencente à Diretoria de Ensino Penha no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. A primeira atividade aplicada envolveu situações possíveis (muito prováveis e pouco prováveis) e impossíveis e a segunda sobre aleatoriedade no lançamento de moedas. Dentre os resultados apontados, a professora pesquisadora apontou o desafio de propor atividades de cunho investigativo e proporcionar o engajamento dos estudantes frente às novas demandas contemporâneas. No entanto, ela destaca o envolvimento dos estudantes frente às propostas e sobretudo, a compreensão, não apenas dos conceitos estudados, mas de outros como frequências absoluta e relativa e a

oportunidade de retomada de procedimentos de cálculo de porcentagens, conceitos de arredondamentos, estimativas e da probabilidade em si.

Ferrari (2025) apresenta um relato de experiência desenvolvido em uma turma do **xx** ano do Ensino Fundamental sobre Improvável versus Impossível e Pouco Provável versus Muito Provável. A professora pesquisadora evidencia que as atividades estimularam a argumentação, o pensamento crítico e a aplicação prática dos conceitos matemáticos. Entre os principais avanços observados, destacam-se a capacidade dos estudantes de diferenciar eventos impossíveis, improváveis e prováveis; a percepção de que a matemática está presente em situações do cotidiano. Todavia, foram identificados alguns desafios como a dificuldade inicial de alguns estudantes em compreender a diferença entre “impossível” e “improvável” e a tendência de relacionar probabilidade apenas a sorte ou acaso, exigindo sua mediação constante para a compreensão dos estudantes.

Oliveira (2025) desenvolveu uma sequência didática sobre aleatoriedade e chance com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. O objetivo principal foi possibilitar que os estudantes identificassem, classificassem e experimentassem noções de aleatoriedade e chance em diferentes contextos, desenvolvendo a compreensão de que a probabilidade faz parte das nossas escolhas cotidianas. Dentre os resultados, a professora pesquisadora aponta que a sequência didática ampliou as aprendizagens e mostrou que a probabilidade não é apenas um conceito abstrato, mas algo presente nas nossas decisões diárias, desde a previsão do tempo até os jogos e brincadeiras. Dentre os desafios enfrentados, ela evidencia a heterogeneidade das turmas, visto que alguns, compreenderam as noções de provável e improvável, enquanto outros precisaram de retomadas e explicações com exemplos.

Carvalho (2025) apresentou um relato de experiência sobre aleatoriedade desenvolvido em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, da escola CEU Emef Mara Cristina Tartaglia Sena, pertencente à Diretoria de Ensino Ipiranga, no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. Dentre os resultados, aponta-se que a atividade proposta possibilitou que os estudantes compreendessem a diferença entre o resultado de um experimento e o conjunto de todas as possibilidades que podem ocorrer. Assim, mediante os lançamentos dos dados, compreenderam que, embora não seja possível prever com certeza qual resultado sairá em cada tentativa, é possível identificar e organizar todos os resultados possíveis, constituindo o espaço amostral.

Esclarecido os relatos de sala de aula, passamos a descrição dos relatos relativos ao Eixo Formação. Nesse eixo encontram-se quatro textos, são eles: L.F. da Silva (2025); Silva e Souza Júnior (2025); Santos (2025); Alves dos Santos (2025).

Dentre as contribuições que o Projeto trouxe para a sua formação, L.F. da Silva (2025) destaca que a ampliação significativa sobre a sua compreensão acerca do ensino de probabilidade, especialmente no que se refere à sua importância no desenvolvimento do raciocínio probabilístico e da criticidade dos estudantes. Segundo ele, *embora seja um conteúdo desafiador, é possível torná-lo acessível por meio de atividades bem estruturadas, contextualizadas e que partam do concreto para o abstrato (p.2)*. Ele também destaca que a formação também reforçou a importância de trabalhar probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme previsto na BNCC (Brasil, 2017) e no Currículo da Cidade de São Paulo (São Paulo, 2018), visto que esses conceitos são fundamentais para a formação de cidadãos capazes de interpretar criticamente informações incertas e tomar decisões conscientes.

Silva e Souza Júnior (2025) pontuam que, a experiência vivida pelo grupo de professores de matemática, participantes do projeto, proporcionou uma reflexão relevante sobre a importância da educação probabilística no Ensino Fundamental. Segundo eles, os conhecimentos adquiridos durante o curso foram fundamentais para a elaboração das atividades, permitindo uma abordagem mais prática e contextualizada. Para os professores pesquisadores:

As lições aprendidas foram valiosas. Os professores perceberam que a integração da probabilidade no currículo vai além de ensinar fórmulas; trata-se de capacitar os alunos a serem pensadores críticos e a tomarem decisões informadas. A educação probabilística se revelou um meio eficaz para promover a cidadania crítica, capacitando os alunos a confrontar incertezas com confiança e clareza. Essa abordagem não só enriqueceu o aprendizado dos alunos, mas também fomentou um ambiente escolar mais dinâmico e colaborativo (Silva e Souza Júnior, 2025, p.5)

Santos (2025) revela que a participação no projeto *“Investigações sobre processos de ensino e aprendizagem de probabilidade e risco nos anos finais do ensino fundamental”* representou uma oportunidade significativa de reflexão e ressignificação da prática docente. Segundo ele, *ao vivenciar atividades investigativas e analisá-las sob diferentes perspectivas, foi possível compreender a importância de propor situações de aprendizagem que*

ultrapassem a mera aplicação de fórmulas, promovendo, em vez disso, a construção de significados pelos estudantes (p.1).

Santos (2025) também pontua outras contribuições do curso, como as fundamentadas na BNCC (Brasil, 2018) e no Currículo da Cidade de São Paulo (São Paulo, 2019), ao prever que o ensino da probabilidade deve ser tratado como parte essencial da formação matemática, desde os anos iniciais. Essa abordagem, ao valorizar o pensamento probabilístico, prepara o estudante para interpretar situações de incerteza e desenvolver o raciocínio lógico.

Alves dos Santos (2025) destaca que a participação no Projeto possibilitou novos recursos de ensino e aprendizagem, especialmente em relação à didática. Segundo ela, a partir das discussões propostas na formação, os professores foram provocados em buscarem temáticas que sejam relevantes à sociedade atual. Ela pontua que a formação também trouxe a importância do Eixo Articulador Jogos e Brincadeiras, pertencente aos Eixos Articuladores do Currículo da Cidade (São Paulo, 2017).

5. Considerações Finais

O presente texto teve por objetivo apresentar um panorama dos relatos de experiências apresentados pelos professores participantes que atuam nos anos finais do Ensino Fundamental no âmbito da Rede Municipal de São Paulo. Neste sentido, identificamos textos de duas naturezas: (1) relatos de sala de aula e (2) relatos da formação.

No que tange aos relatos de sala de aula, identificamos que os professores pesquisadores desenvolveram as atividades que foram planejadas no âmbito das formações oferecidas na instituição sede. Todavia, voltadas especialmente aos conceitos de Probabilidade como: aleatoriedade, espaço amostral e cálculo de probabilidades. No entanto, não identificamos relatos que focalizaram na temática Risco, que também foi foco das formações do Projeto. A ausência desse conceito nos relatos se justifica em decorrência da greve dos professores, visto que não tivemos tempo hábil de discutir os conceitos de risco com maior aprofundamento.

Os relatos desse eixo trouxeram indicativos de melhorias no processo de ensino e aprendizagem em Probabilidade, uma vez que apresentaram que os estudantes apesar das dificuldades iniciais, compreenderam os conceitos envolvidos, a partir da intervenção pedagógica.

Em relação ao Eixo de formação, os professores pesquisadores indicam a constituição e desenvolvimento de conhecimentos em diferentes domínios, como o conhecimento do conteúdo e o conhecimento curricular. Desse modo, destacamos que o projeto permitiu a produção de conhecimentos novos por parte dos professores. Assim, esses relatos, como também as reflexões compartilhadas nas formações presenciais sobre as intervenções, permitem uma reflexão colaborativa sobre o desenvolvimento do próprio trabalho do professor *e do professor pesquisador* (Zeichner, 1993, 1996).

A formação no projeto "Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental" teve um impacto significativo na prática e compreensão dos professores acerca da temática Probabilidade. Os principais impactos incluem:

A formação proporcionou uma ampliação significativa da compreensão dos professores sobre o ensino de probabilidade, enfatizando sua importância para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico e da criticidade dos estudantes. Os professores participantes refletiram sobre a relevância da educação probabilística no Ensino Fundamental e tiveram a oportunidade de ressignificar sua prática docente.

Os conhecimentos adquiridos durante o curso foram fundamentais para a elaboração e planejamento de atividades mais práticas e contextualizadas. Os professores perceberam que o conteúdo desafiador da probabilidade pode ser tornado acessível por meio de atividades bem estruturadas, contextualizadas e que partam do concreto para o abstrato. Eles passaram a compreender a importância de propor situações de aprendizagem que vão além da mera aplicação de fórmulas, promovendo a construção de significados pelos estudantes.

A formação reforçou a importância de trabalhar a probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, alinhando-se à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e ao Currículo da Cidade de São Paulo. Essa abordagem é vista como essencial para formar cidadãos capazes de interpretar criticamente informações incertas, tomar decisões conscientes, confrontar incertezas com confiança e clareza, e desenvolver o raciocínio lógico.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

GAL, I. **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning.** 39-63p. 2005.

SHULMAN, L. S. Those who understand knowledge growth in teaching. **Educational Research**, volume 2, número 15, p.4-14, 1986

ZEICHNER, K. M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico In: Geraldi, C. M.; Fiorentini, D. e Pereira, E. M. (orgs.) **Cartografia do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a).** Campinas, Mercado de Letras, pp. 207-236, 1998.

ZEICHNER, K. M. **A Formação reflexiva de professores: Ideias e práticas.**3. Lisboa: Educa, 1993.

Índice remissivo

Aleatoriedade – 15, 16, 20, 22, 24, 25, 26, 29, 34, 50, 51, 54, 55, 56, 58, 59, 64, 67, 68, 72, 76, 77, 82, 84, 89, 92, 95, 101, 102, 109, 110, 111, 119, 123, 124, 128, 133, 134, 145, 157, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 183.

Anos Finais do Ensino Fundamental – 12, 15, 16, 17, 20, 23, 29, 30, 37, 38, 39, 40, 50, 67, 68, 69, 82, 133, 138, 143, 146, 149, 151, 155, 169, 171, 172, 175, 176, 177, 178, 182, 183, 184.

Cálculo de probabilidades – 20, 24, 29, 34, 56, 63, 102, 133, 134, 145, 176, 183.

Espaço amostral – 24, 25, 27, 29, 33, 34, 50, 54, 55, 56, 57, 58, 62, 63, 64, 67, 68, 70, 76, 77, 78, 82, 86, 99, 101, 102, 124, 125, 127, 128, 133, 134, 145, 149, 156, 162, 176, 178, 179, 180, 181, 183.

Letramento Probabilístico – 19, 24, 29, 30, 55, 56, 63, 82, 94, 175.

Risco – 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 23, 25, 26, 28, 29, 30, 33, 34, 35, 37, 51, 51, 53, 54, 68, 81, 82, 84, 85, 101, 109, 124, 129, 133, 134, 138, 139, 140, 143, 145, 146, 149, 155, 169, 171, 172, 175, 176, 177, 178, 183, 184.

Sobre os Autores

Organizadores

Ruy César Pietropaolo



Licenciado em Matemática e Pedagogia. Possui mestrado em Educação (Currículo) e doutorado em Educação Matemática pela PUC/SP. Prêmio CAPES de Teses em 2006 de melhor tese de 2005 da área de Ensino. Recebeu o título de Cavaleiro da Ordem Nacional do Mérito Educativo, Ministério da Educação do Brasil (2018). Orienta doutorado e é docente do corpo permanente e coordenador do programa de Pós-graduação em Educação Matemática, *stricto sensu*, da Universidade Anhanguera de São Paulo e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade de São Paulo. Desenvolve pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica. Faz também pesquisas sobre a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática, sobre o ensino de Probabilidade e Estatística e sobre História da Educação Matemática. Organizou e coordenou cursos em Programas de Formação de Professores na rede pública de São Paulo. Foi Professor assistente do Departamento de Matemática da PUC/SP. Coordenou projeto financiado pela Capes relativo ao Programa Observatório da Educação (dois projetos). Presta assessoria a Fundações para elaboração de Matrizes de Referências e análise de resultados de Avaliações Externas. Participou como elaborador dos PCN para o Ensino Fundamental. Participou como elaborador da Proposta Curricular de Matemática do Estado de São Paulo de 1987/1988 e da Proposta em 2010. Membro da equipe de elaboração da Base Nacional Comum Curricular da área Matemática (BNCC) 1 e 2 versões (preliminares) e redator da 3 versão do ensino Fundamental e da BNCC do Ensino Médio.

Priscila Bernardo Martins



Pós-doutora no Ensino de Ciências e Matemática. Doutora no ensino de Ciências e Matemática. Mestre no ensino de Ciências e Matemática. Graduada em Pedagogia, Matemática e Gestão de Recursos Humanos pela Universidade Cruzeiro do Sul. Especialista em Educação a distância e elaboração de materiais didáticos e Pedagogia Empresarial. Pesquisadora CNPQ. Coordenadora geral do Grupo de Trabalho GT1 referente a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (área de concentração Ensino de Matemática) da Universidade Cruzeiro do Sul e dos cursos de Graduação. Professora Formadora da Pós-Graduação em Educação Financeira do Instituto Anima. Atua e coordena em Projetos de Pesquisa financiados pela FAPESP, CNPQ e Itaú Social. Avaliadora ad hoc INEP/MEC (Instrumento de Avaliação Externa - Ato Autorizativo Cursos de Graduação). Atuou na avaliação do Programa Escola de Gestão da Fundação Getúlio Vargas. Atuou na produção de itens de avaliação de matemática Anos iniciais e Finais do Ensino Fundamental para 8 Redes Municipais no âmbito do Programa Redes Municipais da Parceiros da Educação. Atua como Ponto focal da Equipe Multidisciplinar da Reitoria presencial e EAD e no Comitê de Ética do Grupo Cruzeiro do Sul Educacional . Atuou pedagogicamente na Plataforma Virtual de Aprendizagem do Programa de Redes Municipais da Parceiros da Educação (formação de professores, coordenadores e diretores nos componentes curriculares de Matemática e Língua Portuguesa). Atuou como formadora de Matemática de professores e coordenadores de 8 Redes Municipais no âmbito do Projeto "Construindo Saberes". Atuou como Formadora em Ensino de Matemática e Ciências da Natureza no nível Educação de Jovens e Adultos pela Secretaria Municipal de Educação da Cidade de São Paulo. Leitora crítica do Currículo da Cidade (2017). Autora do Material Curricular do 8 ano de Matemática e do Material Curricular do Professor 4, 8 e 9 de Matemática da Secretaria

Municipal de São Paulo. Particpei de Projetos de Pesquisa financiados pela FAPESP e UNESCO.

Autores

Alexandre de Paula da Cunha



Licenciado em Matemática pela Universidade Camilo Castelo Branco, Especialista em Educação Especial pela Unesp. Atuo desde o EFAP até o EM, sendo na Prefeitura de São Paulo, trabalho com o ciclo autoral, em especial com os 9ºs anos e no estado de São Paulo com o EM e com os cursos técnicos de Administração e Desenvolvimento de Sistemas. Trabalho nas regiões de Itaquera na EMEF Prof. Aurélio Arrobas Martins e em São Mateus na PEI E.E. Chibata Miyakoshi.

Ana Cristina Motta da Silva



Licenciada em Matemática pela Universidade Integradas Nove de Julho – UNINOVE. Licencianda em Pedagogia pela Universidade Cidade Verde - UNICV e pós-graduada em Supervisão e Coordenação Escolar pela Universidade Cidade Verde – UNICV. Atuo nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Rede Municipal de São Paulo e também no Ensino Médio

Técnico no Centro Paula Souza. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Andreza Patricia de Oliveira Ferrari



Licencianda em Pedagogia - Uninove e Matemática pela Unimes (Universidade Metropolitana de Santos). Atuo nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Rede Estadual de São Paulo e Prefeitura de São Paulo. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado 'Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental'.

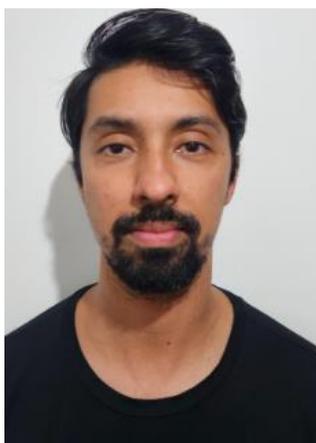
Aparecido Fernando da Silva



Doutor em Educação Matemática pelo Centro Universitário Anhanguera de São Paulo - PPGEM UNIAN-SP, concluído em 2024, e mestre em Práticas Docentes no Ensino Fundamental pelo Programa de Mestrado Profissional da Universidade Metropolitana de Santos (UNIMES), finalizado em 2021. Tenho especializações em Tutoria em Educação a Distância e Docência do Ensino

Superior pela Faculdade Única (2019), em Educação Especial com Ênfase em Deficiência Intelectual e Múltipla pela mesma instituição (2018) e em Gestão de Pessoas pela FECLE Don Domênico (2009). Minha formação inicial é em Pedagogia, também pela FECLE Don Domênico, com graduação concluída em 2003. Atualmente, exerço a função de Assistente de Diretor de Escola (Vice-Diretor) na Prefeitura do Município de Bertioga, cargo que ocupo desde 2005, onde tenho atuado na gestão educacional e na implementação de práticas administrativas inovadoras frente a Secretaria Municipal de Educação de Bertioga.

Carlos Henrique Silva Alcantara



Possui graduação em Matemática pela Universidade de São Paulo (2017) e mestrado em Matemática pela Universidade de São Paulo (2019), atualmente doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Geometria Diferencial, e ensino de Matemática na educação básica.

Edda Curi



Membro da comissão de assessoramento Técnico-Pedagógico em Matemática e suas tecnologias para exames e avaliações da DAEB/ INEP. Professora (desde 2007) e Coordenadora (desde 2012) do Programa de Ensino de Ciências e Professora do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, desde 2005. Atua como formadora de professores que ensinam Matemática na linha de pesquisa Elementos e Metodologia do Ensino de Matemática. É líder do Grupo de Pesquisa CCPPM registrado no Cnpq, desde 2007 que desenvolve pesquisas longitudinais e participa de ações e projetos de formação de professores que ensinam Matemática. Tem experiência na área de Educação Matemática, tanto em sua atuação profissional como na pesquisa com ênfase em Formação de Professores, Ensino e Aprendizagem de Matemática, Currículo e Avaliação. Nos últimos anos atuou como assessora para equipes técnicas da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo (SEE) e Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME) na elaboração de Currículo de Matemática (SME) e de materiais curriculares (SME, SEE). É assessora da equipe de Matemática do INEP/MEC na elaboração e revisão de itens de avaliação para anos iniciais do Ensino Fundamental, revisão da Matriz de Avaliação de Matemática e na análise pedagógica dos resultados do SAEB para anos iniciais. Coordenou a reformulação para atualização do Currículo de Matemática da EJA na SME. Foi leitora crítica do Currículo de Matemática do Ensino Médio da referida Secretaria em 2020. Em 2018 passou a ser consultora da UNESCO em um projeto piloto de pesquisa e formação de professores para implementação curricular em parceria com a SME, desenvolvido em 2019, no âmbito do

Edital Pro. Doc. que originou vários relatórios de pesquisa. Atuou em 2018 e 2019 como assessora no Instituto Ayrton Senna na elaboração e revisão e na análise pedagógica de itens de avaliação e em 2018 na Secretaria Municipal de Teresina, Piauí para reformulação do currículo da referida cidade. A partir de junho de 2020 pertence ao CONSU- Conselho Superior Universitário como representante de coordenadores dos Programas de Pós-graduação da Universidade. Aprovada em Editais da UNESCO em 2020 para elaboração de itens de avaliação do 2o ano do Ensino Fundamental para a Secretaria de Alfabetização do MEC. Aprovada em Edital da SBEM em 2020 para realizar curso de formação de professores de anos iniciais, sócios da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. O curso foi realizado em 2021. Aprovada em Edital da SME em 2020 como assessora da Diretoria de Educação de Jovens e Adultos - DIEJA, para realização de cursos de formação de professores e elaboração de atividades para esse segmento de ensino. Os cursos foram realizados em 2021. Membro da Diretoria Nacional Executiva DNE da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

José Carlos Suzuki



Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Pós-graduado em Educação Matemática – REDEFOR – pela UNICAMP. Atuo nos Anos Finais do Ensino Fundamental 2 na Rede Municipal da São Paulo (desde 2024) e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo (desde 2004).

José Ribamar Alves de Sousa Júnior



Doutor em Educação Matemática pela UNIAN/SP (2024), mestre em Matemática Universitária pela UNESP (2010) e licenciado em Matemática pelo UNASP (2006). Possui graduação em Engenharia Civil pela USJT (2019). Atua como professor efetivo de Matemática na rede pública de São Paulo, com experiência no Ensino Fundamental II e Médio. Desenvolve pesquisas em Educação Estatística, com foco na formação de professores e no ensino de gráficos estatísticos.

Lourdes Pereira da Silva



Sou Professora Licenciada em Matemática desde 2013, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (2023) e Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul . Atuo como Professora Especialista em Currículo na Unidade Regional de Ensino Sul 2, na formação de professores de Matemática para as 92 escolas pertencentes à unidade regional. Além disso, desenvolvo materiais didáticos de Matemática para escolas particulares e redes de ensino municipais. Como professora

regente trabalhei na rede estadual nos Anos Finais e Ensino Médio e na escola Técnica do Centro Paula Souza (2014-2017). Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*, principalmente para ressignificar conhecimentos sobre Probabilidade, principal tema da minha pesquisa. Desenvolvo meu trabalho sob um olhar atento aos temas transversais contemporâneos, alinhado as especificidades da BNCC e às necessidades atuais do ensino e de aprendizagem. Esses aspectos norteiam práticas formativas que promovem reflexão e engajam os participantes de forma significativa.

Luccas Silva



Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo, mestrando no Profmat pelo Instituto Federal de São Paulo. Atua nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Rede Municipal de São Paulo. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Luiz Fabiano da Silva



Licenciado em Pedagogia pela Faculdade Unida de São Paulo. Especialista em Educação Matemática pela Uninove. Atua nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Rede Municipal de São Paulo. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Marcel Santos de Queirós



Licenciado em Matemática pela Faculdade de Tecnologia e Ciências (2013) e em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho (2019). Especialista em Educação Especial, Inclusiva e Políticas de Inclusão pela Faculdade Batista de Minas Gerais (2021). Atuo nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela rede Municipal da cidade de São Paulo, além da rede Estadual de São Paulo. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Raquel Alves dos Santos



Licencianda Matemática pela Universidade de Guarulhos, Pedagogia pelas Faculdades Integradas Campos Salles. Especialista em Docência Superior, Alfabetização e Letramento, Psicopedagogia, Matemática nos Anos Iniciais e Educação Especial. Leciono nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Rede Municipal de São Paulo. Atualmente estou como Formadora de Matemática na Diretoria Regional de Educação Freguesia Brasilândia. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*

Regina Mariko Nakano



Formação: Licenciatura em Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul e mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade de São Paulo. Estudante de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Atuação: Anos Finais do Ensino Fundamental na Rede Municipal de São Paulo. Participação no Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Roberta Silva de Oliveira



Professora do Ensino Fundamental II e Médio da Rede Municipal da

Cidade de São Paulo Professora dos Anos Finais do Ensino Fundamental do Estado de São Paulo. Pós-Graduada em Educação Matemática pela Faculdade Oswaldo Cruz

Salatiel Dias da Silva



Possui graduação em Licenciatura em Ciências - Habilitação em Matemática pela Universidade de Pernambuco (2000), Bacharelado em Engenharia Civil pela Universidade Federal da Paraíba (2018), Especialização em Ensino de Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (2010), Especialização em Engenharia de Segurança do Trabalho pela Universidade Cruzeiro do Sul (2021), Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal da Paraíba (2013) e é Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Tem experiência nas áreas de Engenharia Civil e Ensino de Matemática.

Sonia Maria da Gloria de Lima de Carvalho



Bacharel em Administração de Empresas - Comércio Exterior, Licenciada em Matemática pela Uniban. Pós-graduada em Neuropsicopedagogia. Atuei do Ensino Fundamental e Médio pela Rede Estadual de São Paulo (exonerei em 2024). Atuo nos anos finais do Ensino Fundamental da Rede Municipal de São Paulo. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em

parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Suzete de Souza Borelli:



Possui graduação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (1982), graduação em Pedagogia pela Universidade do Grande ABC (1998), mestrado em Educação Matemática pela Universidade Bandeirante de São Paulo (2011) e doutorado em ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (2019). Atuou como professora de matemática na Rede Municipal e Estadual de São Paulo, Diretora de divisão do Ensino Fundamental no período de 2004 a 2013, coordenadora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de São Paulo por mais de 15 anos. Coordenou o Projeto de Recuperação e Aprofundamento da Rede Estadual de São Paulo entre 2021 -2022. Atua como formadora de professores e gestores pela Parceiros da Educação no Programa Minha Escola é Nota 10 da Rede Estadual de São Paulo (2023 a 2025). Assessorou a elaboração do Currículo da Cidade na área de Matemática do Ensino Fundamental (2017) e do Currículo da Cidade da Educação de Jovens e Adultos - Matemática (2018) da Rede Municipal de São Paulo. Elaborou e assessorou a elaboração de materiais curriculares da Rede Municipal de São Paulo (2018) e de Porto Alegre pela UNESCO (2024). Pesquisadora pelo CNPQ (2023-2025). Pesquisadora pela FAPESP (2024-2025). Atua na formação de professores com os seguintes temas: ensino e aprendizagem de Matemática, currículo, educação de jovens e adultos.

Valdirene Oliveira Santos



Licenciada em Matemática pela Universidade de Guarulhos e em Pedagogia pela Associação Educacional Nove de Julho. Atuei nos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental II pela Rede Municipal de São Paulo desde 2012 e nos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental II e Ensino Médio pela Rede Estadual de São Paulo. Há pouco mais de um ano estou em Readaptação Funcional pelos dois vínculos. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Wesley Cristiano de Souza



Licenciado em Pedagogia pela Universidade Cruzeiro do Sul, *Licenciado e Bacharelado em Matemática* pela Universidade Brás Cubas, *Pós- Graduado em Matemática Aplicada* pela Universidade Mogi das Cruzes, *Pós Graduado em Ciência e Tecnologia* pela Universidade Federal UFABC, *Pós Graduado em Teologia e História das Religiões* pela Faculdade do Estado de São Paulo;

atuo como professor *Efetivo* nas redes Estadual e Municipal do Estado de São Paulo nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio com 18 anos de experiência; lecionei de 2006 até 2022 em redes particulares conveniadas aos sistemas de Ensino Anglo, Etapa, Objetivo e Mackenzie. Participei do *Projeto Rumo* junto a Universidade Brás Cubas e do *Projeto Telecurso 2000* também pela Universidade Brás Cubas em parceria com a rede de supermercados D'avó.; participo do *Projeto Multiplica SP* como professor Multiplicador da formação de professores da Rede Estadual de São Paulo estando em sua 5ª Edição. Lecionei nos anos de 2015 e 2016 no projeto *PIC-OBMEP* financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Metodista, faço parte do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

Willians Paschoal de Souza



Licenciado em Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Atuo nos Anos Finais do Ensino Fundamental pela Rede Municipal de São Paulo desde 2018. Trabalhei por 14 anos na Rede Estadual de São Paulo e 5 anos na Rede Particular. Participei do Projeto de Pesquisa financiado pelo Itaú Social em parceria com a Universidade Cruzeiro do Sul, intitulado *Investigações sobre Processos de Ensino e Aprendizagem de Probabilidade e Risco nos Anos Finais do Ensino Fundamental*.

